





56

Sec 1991 d .89
1108



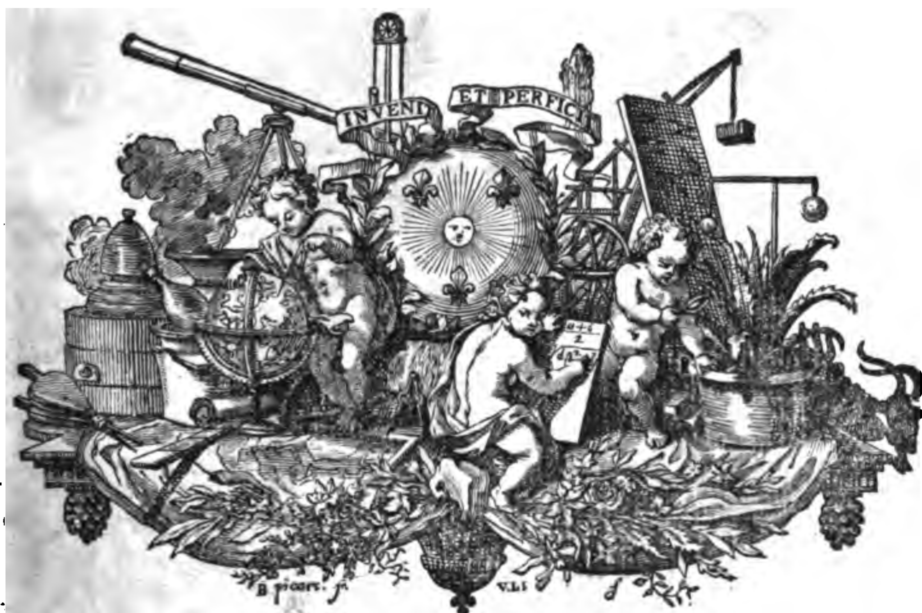
Peint par Ant. Coypel *Gravé par Simonneau l'Aîné*

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCVIII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de l'Academie Royale des Sciences, ruë S. Jacques au Soleil d'or, proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCIX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.


BIBLIOTHECA·BODLEIANA·

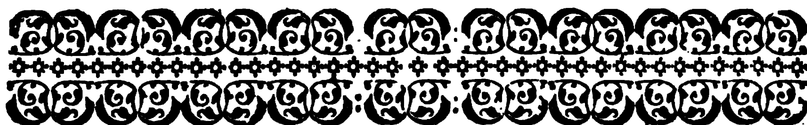


TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE. 70

ALGEBRE.

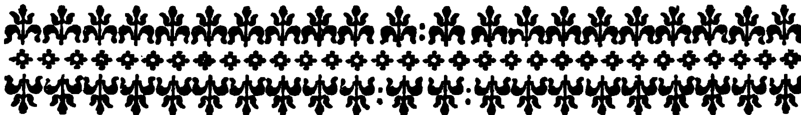
GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE. 111

DIOPTRIQUE.

MECHANIQUE.



TABLE

POUR

LES MEMOIRES.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conſeillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conſeil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant trés-humblement fait expoſer, que depuis qu'il Nous a plû luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'eſt appliquée avec plus de ſoin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ſes exercices; enſorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnez au public, Elle ſeroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaiſoit luy accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arreſt de nôtre Conſeil d'Etat du 13. du mois d'Aouſt dernier. Et deſirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la compoſent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Preſentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obéïſſance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choiſir, en telle forme, marge, caractere, & autant de fois que bon luy ſemblera: *Toutes les Recherches ou Obſervations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Aſſemblées de l'Academie Royale des Sciences*; comme auſſi *les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la compoſent*, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître ſous ſon nom, lorſqu'aprés avoir examiné & approuvé leſdits Ouvrages aux termes de l'article xxx. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix années conſecutives, à compter du jour de la datte deſdites Preſentes. Faiſons trés-expreſſes deffenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes ſortes de perſonnes de quelque qualité & condition que ce ſoit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie; comme auſſi d'en introduire, vendre & debiter d'impreſſion étrangere dans nôtre Royaume ſans le conſentement par écrit de ladite Academie ou de ſes ayans cauſe, à peine contre chacun des contrevenans de confiſcation des Exemplaires contrefaits au profit de ſon-

dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interests: à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformement aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre trés-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire joüir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & necessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est nôtre plaisir. DONNE' à Versailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de grace mil sept cens quatre, & de nôtre Regne le soixante & uniéme. Par le Roy en son Conseil, LE COMTE.

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 27. Fevrier 1707. a cedé le present Privilege à JEAN BOUDOT fils son Libraire, pour en joüir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le sieur Boudot son Pere le 13. Juillet 1699. En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI *page* 136. *conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du* 13. *Aoust dernier. A Paris, ce* 13. *Fevrier* 1704.

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCVIII.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE TONNERRE.



IL se fait dans l'Air des operations Chimiques, aussi-bien que dans nos Laboratoires, & quelquefois les mêmes. Le Tonnerre n'est que cette inflammation, dont on a parlé dans l'Hist. de 1701 *, causée par le mêlange d'une matiere sulphureuse avec un Esprit Acide. Mais la conformité même de ces deux Phenomenes peut faire naître une difficulté.

* Pag. 67.

Les deux matieres convenables, mêlées ensemble par un Chimiste, ayant été une fois enflamées, se dissipent absolument, & il ne se peut plus faire d'inflammation

nouvelle ſans de nouvelles matieres. Mais nous voyons ſouvent ſortir d'une même Nuë un grand nombre d'Eclairs les uns aprés les autres, qui marquent autant d'inflammations differentes, & comment, aprés que ce qui étoit inflammable dans cette Nuë s'eſt enflammé, s'y fait-il des inflammations nouvelles ?

M. Homberg conçoit que les mêmes matieres qui par leur union s'enflament, & par cette inflammation ſe ſéparent auſſi tôt, peuvent ſe rejoindre de nouveau, s'enflamer encore, & ainſi pluſieurs fois de ſuite. Elles ne le pourroient pas ſur la Terre, parceque dés qu'elles ſont enflamées, & par conſequent devenuës tres-rares & tres-legeres, l'Air inferieur plus peſant qu'elles, qui les preſſe de tous côtés, les éleve juſqu'à une Region où elles ſe trouvent en équilibre avec un Air plus délié, & où elles ſont perduës pour nous. Mais ſi ces mêmes matieres ſe ſont élevées en exhalaiſons du ſein de la Terre par l'action de la chaleur, elles ſont parvenuës juſqu'à cette Region de l'équilibre ; c'eſt-là qu'elles s'enflament, & là elles ne trouvent point d'air plus peſant, qui aprés leur inflammation puiſſe les faire monter ; elles ne ſe diſſipent donc point, elles demeurent où elles étoient, & peuvent ſe rejoindre, juſqu'à ce qu'une Pluïe les rabatte ſur la Terre, & en nettoye l'Air.

Cette explication eſt d'autant plus vrai-ſemblable, qu'elle eſt fondée ſur l'operation même, qui repreſente le Tonnerre. Si au lieu de verſer bruſquement de l'Eſprit de Nitre ſur une Huile eſſentielle, ce qui produit une inflammation ſubite, on le verſe goutte à goutte, il ſe fait ſeulement une efferveſcence ſans inflammation, & le mélange des deux liqueurs devient une Reſine, qui étant miſe dans une Cornuë, & diſtillée par degrés rend l'Acide & l'Huile, dont elle a été formée. Cet Acide & cette Huile ſont encore capables ou de s'enflamer par leur union, ou de produire une nouvelle Reſine, qui ſoûtiendra autant qu'on voudra la même operation qu'elle a eſſuyée. Le feu de la diſtillation fait ici la même ſépara-

tion des matieres, qu'auroit fait la flame, si on leur avoit permis de s'enflamer, & par consequent il paroît que si elles ne nous échapoient pas, elles seroient aussi propres à faire par leur rëünion une nouvelle flame, qu'une nouvelle Resine.

Comme à chaque instant où un Eclair frape nos yeux, il y a une assés grande quantité de matiere qui s'enflame, il se pourroit faire, selon M. Homberg, que toutes ces inflammations rëïterées donnassent une certaine détermination de mouvement à l'Air, & causassent quelqu'un de ces Vents *variables*, qui viennent indifferemment de tous les points de l'Horison, & sont les seuls que nous connoissions dans nos Climats temperés. Delà viendroit peut-être que nous avons plus de Vents de Sud que de Nord, car il y a toûjours de grands Tonnerres entre les Tropiques, qui sont au Sud à nôtre égard. Toûjours il est certain que cette idée expliqueroit assés bien pourquoi nos Vents soufflent par reprises; les Eclairs se suivent d'assés prés, & chacun donneroit son impulsion à part. Si l'on étoit bien assuré que les Vens *alisés* & reglés soufflent plus continuëment, ce seroit une confirmation.

SUR UN NOUVEAU BAROMETRE.

LE Barometre est une invention assés importante dans la Phisique, & assés précieuse aux Phisiciens, pour meriter qu'ils se piquent à l'envi les uns des autres de contribuer à sa perfection. Le Hazard fit naître d'abord le Barometre simple, il y a peut-être 60 ans. M. Huguens le changea en Barometre double pour le rendre plus *sensible*, c'est à dire pour lui faire marquer dans une plus grande étenduë, & plus sensiblement le degré de la variation du poids de l'air. M. Amontons proposa ensuite des moyens & de le rectifier *, & d'étendre son usage

V. les M. p. 154.

* V. l'Hist. de 1704. p. 1.

jusque sur la Mer *. Maintenant M. de la Hire donne de nouvelles vûës, qui vont à le corriger de tous ses défauts.

* V. l'Hist. de 1705. p. 1.

Je suppose la construction du Barometre double de M. Huguens connuë, comme elle l'est en effet de tout le monde. Si l'on en retranchoit l'Eau seconde, ou l'Huile de Tartre qui remplit une partie de la boëte inferieure, & du second tuyau, ce ne seroit plus qu'une espece de Barometre simple, quoique le tuyau en fût recourbé. Lorsque le Mercure s'abaisseroit dans la boëte superieure, & par consequent s'éleveroit dans l'inferieure, il marqueroit la diminution du poids de l'Atmosphere, & en effet comme la colonne de Mercure qui répond à toute la hauteur de l'Atmosphere & lui fait équilibre, n'est dans un tuyau recourbé que la difference de hauteur de la surface superieure du Mercure à l'inferieure, il est visible que cette colonne seroit devenuë plus courte. Ce seroit le contraire si le Mercure s'étoit élevé dans la boëte superieure, & abaissé dans l'inferieure. Mais parceque toute la variation de la hauteur de la colonne de Mercure est renfermée dans l'étenduë de 2 pouces, les differens changemens seroient peu sensibles, à moins qu'ils ne fussent & fort grands & subits.

Le secret que M. Huguens imagina pour les rendre beaucoup plus sensibles, fut de remplir d'une liqueur la moitié ou à peu prés de la boëte inferieure, & une partie d'un tuyau qui en sort, & qui a un diametre beaucoup plus petit. La liqueur est supposée plus legere que le Mercure, par exemple 14 fois davantage, ainsi qu'on le trouve par experience. Je prends seulement le cas où le Mercure s'abaisse dans la boëte superieure, & s'éleve dans l'inferieure, il sera aisé d'en conclure le cas contraire, qui ne sera que le même renversé.

Lorsqu'il survient de nouveau dans la boëte inferieure une certaine quantité de Mercure, il faut necessairement qu'il en sorte une égale quantité de liqueur, qui entre dans le petit tuyau, & qui y monte d'autant plus que le diametre en est plus petit par rapport à celui de la boëte.

Ainsi la grande inégalité de ces diametres fait qu'une tres-petite élevation dans la boëte est assés grande dans le tuyau, & que le Mercure en haussant peu fait beaucoup hausser la liqueur. Mais d'un autre côté comme les liqueurs agissent ou pesent par leur hauteur, plus cette liqueur monte en vertu de l'inégalité des diametres, plus elle devient un grand poids qu'il faut que la colonne de Mercure soûtienne, outre celui de l'Atmosphere. Elle repousse donc en embas le Mercure de la boëte inferieure qui s'étoit élevé, & par-là elle redescend elle-même dans son tuyau, ou pour parler plus juste, elle n'y monte qu'autant que lui permet l'équilibre qui doit être entre la colonne de Mercure, & le poids de l'Atmosphere, plus celui de la liqueur élevée à une certaine hauteur. Il est vrai que comme elle est 14 fois plus legere que le Mercure, il suffit, quand elle est élevée à 14 lignes, par exemple, qu'une ligne de Mercure la contre-balance, & par consequent elle n'abaisse le Mercure de la boëte inferieure, & ne redescend elle-même en l'abaissant, qu'autant qu'il faut pour donner une ligne de plus en hauteur à la colonne de Mercure qui lui est opposée, ce qui diminuë peu l'élevation de la liqueur.

Il suit de tout ce raisonnement qu'au lieu que dans le Barometre simple, tel que nous l'avons imaginé d'abord, la colonne de Mercure qui fait équilibre à l'Atmosphere, est la difference de hauteur des surfaces du Mercure des deux boëtes, ici c'est cette difference augmentée de la 14me partie de la liqueur, car toute la liqueur qui est sur le Mercure de la boëte inferieure vaut une petite colonne de Mercure 14 fois moins haute. Ainsi en concevant dans le Barometre de M. Huguens la colonne de Mercure qui soûtient l'Atmosphere, toûjours augmentée de la 14me partie de la hauteur de la liqueur, on a un Barometre simple renfermé dans le double, & cette 14me partie de la hauteur de la liqueur en étant retranchée, le reste est l'étenduë par laquelle le Barometre double marque sa variation, & qu'il a de plus que le Barometre simple qu'il

contient, c'est le plus de *sensibilité* que lui donne l'artifice de sa construction.

Il s'agit maintenant de voir jusqu'où peut aller l'excés de sensibilité du Barometre double sur son Barometre simple. Cet excés a-t-il des bornes? Le peut-on pousser si loin qu'on voudra? Il dépend 1°, de ce que le diametre du tuyau de la liqueur est plus petit que celui de la boëte inferieure, ou même des deux boëtes qu'on fait égales en tout; 2°, de ce que la liqueur est plus legere que le Mercure. Si l'on conçoit le diametre du tuyau de la liqueur infiniment petit par rapport à celui des boëtes, la liqueur y montera infiniment haut pour une élevation finie du Mercure, par consequent elle deviendra un poids infini, & quoiqu'elle ne repousse ensuite le Mercure en embas, & ne redescende elle-même, que d'une certaine partie de son élevation, cette partie d'une élevation infinie le sera aussi, c'est à dire que la liqueur redescendra infiniment, ou plutôt ne montera pas infiniment, même dans un tuyau infiniment petit. Puisqu'à cet égard la supposition de l'infini ne donne pas une élevation infinie de la liqueur, c'est une marque certaine que cette élevation est renfermée entre de certaines bornes qu'elle ne peut jamais passer. Il est encore plus évident que la legereté d'une liqueur par dessus le Mercure, est necessairement bornée, & par consequent l'avantage de sensibilité qu'a le Barometre double sur son Barometre simple ne peut jamais aller qu'à un certain point.

Pour le déterminer, le calcul est absolument necessaire. M. de la Hire trouve que l'étenduë dans laquelle le Barometre double marque ses variations, est à celle dans laquelle son Barometre simple marque les siennes, comme 14 fois le quarré du diametre d'une des boëtes, à 1 fois ce même quarré, plus 27 fois le quarré du diametre du tuyau de la liqueur. Par-là il est clair que le Barometre double ne peut jamais être 14 fois plus sensible que l'autre, car il faudroit pour cela que 27 fois le quarré du diametre du petit tuyau fût une grandeur infiniment pe-

tite par rapport au quarré du diametre de la boëte, ou, ce qui est la même chose, que le diametre de ce tuyau fût infiniment petit, celui des boëtes étant fini, ou celui des boëtes infiniment grand, celui du tuyau étant fini, & l'un & l'autre est également impossible. Il reste donc que l'on approche toûjours de la proportion de 14 à 1, en diminuant de plus en plus le diametre du tuyau, ou en augmentant de plus en plus celui des boëtes.

On ne peut pas dans la pratique, & de plus on ne devroit pas quand on le pourroit, diminuer le diametre du tuyau jusqu'à un certain point, parceque le tuyau seroit capillaire, & que par consequent la liqueur s'y soûtiendroit à une plus grande élevation que celle où l'équilibre la doit mettre.

C'est par cette raison que M. Huguens veut que ce diametre ait un peu plus d'une ligne, & quoique cette largeur du tuyau soit assés considerable, M. de la Hire remarque que la liqueur n'y a pas son mouvement bien libre, que quand elle descend, elle ne descend pas d'abord autant qu'elle devroit, parceque la surface qu'elle abandonne est moüillée, & qu'elle y demeure accrochée pour quelque temps, & qu'au contraire quand elle s'éleve, elle ne s'éleve pas d'abord assés haut, parcequ'elle s'attache difficilement à une surface seche. Mais il faut convenir que cela ne peut produire qu'une tres-legere irrégularité.

Le tuyau ne pouvant donc avoir moins d'une ligne de diametre, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes; mais outre qu'en l'augmentant à un certain point, on feroit un Instrument difforme, & trop pesant, on y dépenseroit beaucoup de Mercure, ce qui le rendroit trop cher, & en même temps difficile à transporter d'un lieu en un autre. M. Huguens se contente que ses boëtes ayent 14 ou 15 lignes de diametre, moyennant quoi la sensibilité du Barometre, qui ne peut jamais être 14, & est considerablement moins, le petit tuyau ayant une ligne, est à peu prés 12. Comme il faudroit que le diame-

tre des boëtes augmentât depuis 15 lignes jusqu'à l'infini, pour faire que le Barometre allât depuis la sensibilité exprimée par 12, jusqu'à celle qui est exprimée par 14, il est manifeste qu'une tres-grande augmentation du diametre des boëtes par delà 15 lignes, n'en produiroit qu'une tres-petite & nullement considerable dans la sensibilité du Barometre au-delà de 12, qu'il seroit donc plus desavantageux qu'utile d'augmenter les boëtes, & que le Barometre de M. Huguens construit selon les proportions marquées est le plus sensible & en même temps le plus commode que l'on puisse avoir, en ne changeant rien à sa constru&tion générale.

Mais n'y peut-on rien changer? Voici ce que M. de la Hire imagine sur ce sujet. Il allonge indéfiniment le tuyau de la liqueur, en lui laissant toûjours une ligne de diametre, & au bout de ce tuyau il met une troisiéme boëte égale en tout aux deux autres. Elles ne peuvent avoir moins de 2 pouces de haut, parceque les 2 premieres doivent contenir, comme dans le Barometre de M. Huguens, toute l'étenduë de la variation du Mercure, qui n'est que de 2 pouces; on verra dans la suite pourquoi la troisiéme doit être égale aux 2 premieres; leur diametre reste encore indéfini. Si l'on suppose la pesanteur de l'air dans un état moyen, la moitié de la seconde boëte & la moitié du petit tuyau sont remplies d'Huile de Tartre à l'ordinaire, au-dessus de laquelle est une seconde liqueur moins pesante, comme de l'Huile de Petrole, qui va jusqu'à la moitié de la troisiéme boëte. Ces deux liqueurs sont telles qu'elles ne se mêleront jamais ensemble, à cause de leur difference de pesanteur, qui est cependant tres-peu considerable, & n'empêche pas qu'on ne puisse sans erreur sensible les prendre également toutes deux pour être 14 fois plus légeres que le Mercure. La troisiéme boëte finit en un petit bout de tuyau ouvert, pour recevoir les impressions de l'air exterieur. Cela étant, si l'air devient, par exemple, moins pesant que dans l'état moyen, le Mercure de la premiere boëte baisse,

baiſſe, comme dans le Barometre de M. Huguens, il entre dans le petit tuyau de nouvelle Huile de Tartre, & par conſequent cette liqueur y monte, & une quantité égale d'Huile de Petrole entre dans la troiſiéme boëte. C'eſt le mouvement ſeul de l'Huile de Tartre dans le petit tuyau, qui marque les variations de ce Barometre; elle ſe diſtinguera par ſa couleur.

La conſtruction fait voir que quelque variation qui arrive le petit tuyau ſera toûjours plein de l'une ou de l'autre liqueur, ou de toutes les deux, & que de plus, autant qu'il manquera d'Huile de Tartre à la ſeconde boëte pour la remplir, autant il y aura d'Huile de Petrole dans la troiſiéme, puiſque ces deux boëtes ſont égales en tout, & c'eſt-là pourquoi elles le ſont. Par conſequent il y aura dans toutes les variations differentes une même hauteur de liqueur qui peſera ſur le Mercure de la ſeconde boëte, ou une colonne toûjours également haute & peſante, puiſque les deux liqueurs ſont ſenſiblement du même poids. Voilà en quoi conſiſte toute la fineſſe du nouveau Barometre, voilà ce qui lui donne une ſenſibilité infinie, du moins dans la ſpeculation, & beaucoup plus grande dans la pratique que celle du Barometre de M. Huguens.

Nous avons dit que dans l'ancien Barometre plus la liqueur monte, plus elle repouſſe en embas le Mercure de la boëte inferieure, parcequ'elle le preſſe par le poids d'une plus haute colonne. Elle ne peut le faire deſcendre ſans redeſcendre elle-même, de ſorte qu'elle redeſcendroit infiniment par cette cauſe, ſi en vertu de la proportion des boëtes & du petit tuyau elle étoit montée infiniment. Mais la cauſe qui la fait redeſcendre n'a point de lieu dans le Barometre de M. de la Hire, puiſque le Mercure de la ſeconde boëte y eſt toûjours preſſé par une colonne de liqueur également haute & peſante, & par conſequent rien n'empêche plus que la proportion des boëtes & du petit tuyau ne rende ce Barometre d'une ſenſibilité infinie.

Le calcul geometrique de cette ſenſibilité eſt parfaite-

ment d'accord avec ce raisonnement, quoiqu'établi sur d'autres principes. L'étenduë de la variation du Barometre de M. de la Hire est à l'étenduë de la variation du Barometre simple qui y est contenu, ou de sa colonne de Mercure qui fait équilibre avec l'Atmosphere, comme le quarré du diametre des boëtes est à 2 fois le quarré du diametre du petit tuyau. Par-là on voit qu'au lieu que la sensibilité du Barometre de M. Huguens est renfermée dans des bornes fort étroites, celle du Barometre de M. de la Hire n'en a aucunes, & qu'on la peut pousser aussi loin qu'on voudra par l'augmentation de l'inégalité des diametres. Celui du petit tuyau étant déterminé dans la pratique à une ligne, on ne peut plus qu'augmenter celui des boëtes.

Puisqu'en l'augmentant, on augmente la sensibilité du Barometre, ou, ce qui est la même chose, l'étenduë dans laquelle se fait tout le mouvement de l'Huile de Tartre, & que ce mouvement se fait dans le petit tuyau, qui est entre la seconde & la troisiéme boëte, il est évident que plus un Barometre sera sensible, plus le petit tuyau sera long, & la troisiéme boëte élevée. De ce que le petit tuyau sera plus long, il s'ensuivra qu'il contiendra plus d'Huile de Petrole qui pourra entrer dans la troisiéme boëte, & il faudra que cette boëte soit un peu plus haute que de 2 pouces, & par consequent les deux autres. Il faudra aussi que le premier ou plus gros tuyau, toûjours rempli de Mercure, en devienne plus long, quoique beaucoup moins, parceque plus le petit tuyau est long, plus la colonne de Mercure contenuë dans l'autre a un grand poids à soûtenir outre le poids de l'Atmosphere. Le diametre des boëtes étant déterminé, toutes ces autres dimensions viennent d'elles-mêmes, & ce n'est pas la peine de nous y arrêter, parcequ'elles ne dépendent d'aucun principe particulier. Dés que l'on ira jusqu'à la pratique, on ne s'appercevra que trop facilement des limitations qu'elle apportera à la Theorie.

Si la proportion des boëtes & du petit tuyau est la mê-

me dans le Barometre de M. de la Hire que dans celui de M. Huguens, le Barometre de M. de la Hire sera 225 fois plus sensible que le Barometre simple qu'il contient, au lieu que le Barometre de M. Huguens n'est que 12 fois plus sensible que son Barometre simple. Et si l'on veut réduire le Barometre de M. de la Hire à n'être pas plus sensible par rapport à son Barometre simple que celui de M. Huguens, il en faudra diminuer les boëtes à tel point qu'il n'y entrera plus que la 9me partie du Mercure qui entroit dans celles de l'autre, ce qui est encore un avantage considerable. Ainsi on pourra choisir entre les deux avantages differens, ou plutôt prendre un parti moyen qui les accorde tous deux.

Les inconveniens que peuvent causer la rarefaction & la condensation des liqueurs par le chaud ou par le froid, sont communs d'eux-mêmes au Barometre de M. Huguens, & à celui de M. de la Hire. Mais M. de la Hire donne pour le sien une maniere de les prévenir par une certaine graduation, qu'il seroit inutile de repeter ici. Nous n'avons prétendu que donner ici l'idée générale de son Barometre, & pour ainsi dire, l'ame de l'invention.

SUR LA DILATATION DE L'AIR.

L'Approbation que l'Academie donna au Thermometre de feu M. Amontons *, &, ce qui est encore d'un plus grand poids, celle que le Public paroît lui avoir donnée, n'empêchent point l'Academie elle-même de l'examiner encore de nouveau. Il n'y a guere de choses en Phisique si bien décidées qu'il n'y ait toûjours lieu à la revision, & il est difficile que la Nature, lors même que nous croïons la saisir le mieux, ne nous échape par quelque endroit.

V. les M. p. 274.
* V. l'Hist. de 1702. p. 1.

M. Amontons avoit trouvé par ses experiences que la

chaleur de l'eau boüillante augmentoit d'un tiers la force élastique d'un air, qui étant enfermé ne pouvoit augmenter son volume, du moins sensiblement, & c'est-là un des principes sur lesquels il a fondé la construction de son Thermometre; mais M. de la Hire aprés avoir fait des experiences plus simples que celles de M. Amontons, & qui par consequent devroient être plus sûres, croit que ce principe n'en est pas un. Il a trouvé que le ressort de l'air qui augmenté par la chaleur de l'eau boüillante auroit dû soûtenir 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{3}$ de Mercure de plus que la pesanteur de l'Atmosphere, car ces 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{3}$ en étoient alors le tiers, ne soûtenoit que 8 pouces de plus, ce qui s'écarte trop de la regle de M. Amontons, & s'en écarte d'autant plus que l'air étoit alors plus froid, & plus pesant, & par consequent plus disposé à une grande force élastique, que dans une autre experience de M. de la Hire, qu'il avoit trouvée un peu moins éloignée de la pretenduë regle.

Une observation de M. de la Hire sembleroit prouver qu'une petite quantité d'air augmente plus son ressort par l'eau boüillante qu'une plus grande, mais il ne faut pas se presser encore de rien conclure. Comme les experiences en cette matiere varient beaucoup, on est porté naturellement à attribuer chaque variation à quelque circonstance particuliere que l'on apperçoit, mais peut-être y en entre-t-il quelque autre que l'on n'apperçoit pas, ou même, ce qu'il y a assés lieu de soupçonner, il peut rester encore dans la nature de l'air quelque chose d'inconnu, qu'on ne doit pas desesperer de découvrir avec le temps.

On ne commence que depuis peu à s'appercevoir que l'humidité apporte de grands changemens à sa vertu de ressort; elle est beaucoup plus grande, lorsqu'il est plus humide, ou, ce qui revient au même, il se rarefie davantage, s'il a la liberté de s'étendre.

Tandis que M. de la Hire s'assuroit ici de cette verité, M. Stancari, sçavant Mathematicien, & Correspondant

de M. Caſſini, en faiſoit autant à Bologne. Il avoit un tuyau de verre recourbé dont les deux branches étoient fort inégales en longueur, & dont la plus petite portoit une aſſés groſſe boule. Il la plongeoit dans de l'eau boüillante, & alors l'air qu'elle contenoit ſe rarefioit beaucoup par une ſi grande chaleur, & il en ſortoit la plus grande partie par la longue branche qui étoit ouverte. Aprés cela, M. Stancari la bouchoit bien exactement avec le pouce, ôtoit le tuyau de l'eau boüillante, & le plongeoit dans de l'eau froide, retiroit le pouce, & laiſſoit entrer l'eau dans le tuyau & dans la boule. Cette eau ne pouvoit pas remplir la boule entierement, parceque comme elle y pouſſoit tout l'air qui avoit été contenu dans les deux branches, & que la boule en étoit pleine auſſi, il falloit neceſſairement qu'elle lui laiſſât quelque place, mais il eſt viſible que plus cet air avoit été rarefié par la chaleur de l'eau boüillante, plus l'eau froide le réduiſoit en un petit eſpace dans la boule; car plus la rarefaction avoit été grande, moins il reſtoit d'air dans le tuyau. Or il ſe trouvoit toûjours que quand le tuyau avoit été humide par dedans avant l'experience, l'eau froide rempliſſoit une plus grande partie de la boule, c'eſt à dire que l'air avoit été plus rarefié par la chaleur. Les experiences de M. de la Hire faites à même fin, quoique d'une maniere differente, donnent la même concluſion.

L'effet de l'humidité eſt ſi grand, qu'à peine eſt-il croïable. M. de la Hire s'étant ſervi d'une phiole bien ſeche dans une experience de la dilatation de l'air, & ayant enſuite recommencé la même experience avec la même phiole où il avoit ſeulement laiſſé 11 grains d'eau attachés à ſa ſurface interieure, il trouva la dilatation de l'air 8 fois plus grande la ſeconde fois que la premiere; & M. Stancari a éprouvé qu'ayant ſoufflé dans un tuyau, la ſeule humidité de ſon haleine avoit fait ſoûtenir à l'air 6 pouces de Mercure de plus qu'il ne devoit ſoûtenir dans l'état où il étoit.

Tout cela favoriſe la penſée de M. Homberg ſur le Ba-

rometre de M. le Chancelier, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1705 *. Il est certain qu'il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin, & d'un autre côté il est plus que vrai-semblable que le Vuide qui se fait au haut d'un Barometre ne peut jamais être si parfait qu'il n'y reste un peu d'air. Si l'humidité de l'haleine donne à l'air une force élastique égale à 6 pouces de Mercure, l'humidité que l'Esprit de vin avoit laissée au Barometre de M. le Chancelier a bien pû donner au peu d'air qui y restoit une force de 18 lignes, avec laquelle il repoussoit le Mercure en embas. Ces 18 lignes, dont ce Barometre se tenoit toûjours plus bas que les autres, & qui paroissoient quelque chose de prodigieux, ne sont que le quart des 6 pouces de l'experience de M. Stancari, & comme il y a toute apparence qu'on doit rapporter l'une & l'autre quantité à la même cause, la seconde merveille explique la premiere, ou du moins la fait disparoître. Toutes les experiences de M. Maraldi rapportées dans l'Hist. de 1706 * confirment encore l'augmentation de la force élastique de l'Air par l'humidité, pourvû qu'on veüille bien supposer avec nous que le Vuide du haut des Barometres n'est pas absolument parfait.

* p. 16. & suiv.

* p. 1. & suiv.

On pourroit même pousser plus loin ce petit commencement de Sistême. La fameuse Regle de M. Mariotte que l'Air se comprime à proportion des poids dont il est chargé, se trouve vraïe toutes les fois qu'on fait des experiences d'un air enfermé dans des tuyaux, & qui ensuite se rarefie, & cela, lors même qu'il se rarefie 200 fois au-delà de son état naturel; & cette même Regle n'est plus vraïe dés qu'il s'agit de l'Air libre, qui est, par exemple, depuis le pied d'une Montagne jusqu'au haut; il est réellement au haut de la Montagne plus rarefié qu'il ne devroit être selon la proportion des poids, & cependant il ne l'est seulement pas 1 fois plus qu'au pied. Nous avons exposé cette difficulté dans l'Hist. de 1705 * avec beaucoup plus d'étenduë, & même plus de force, & n'en avons donné aucune solution. Seulement nous avons demandé

* p. 10. & suiv.

si l'Air qui est depuis la surface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes ne devroit point être consideré comme une matiere heterogene, & inégalement susceptible de dilatation en ses differentes parties, de sorte qu'il entrât dans ses differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris sur la surface de la Terre, & enfermé dans un tuyau seroit parfaitement homogene, & ne se dilateroit ou ne se condenseroit que selon les poids?

Les termes dans lesquels cette question a été proposée, insinuënt d'eux-mêmes la réponse qu'on y pourroit faire selon les idées presentes. L'Air libre, dont la surface de la Terre est couverte jusqu'à une certaine hauteur, est une matiere heterogene, à cause de l'humidité ou des vapeurs aqueuses, qui y sont inégalement répanduës, & comme il est apparent qu'elles sont en plus grande quantité vers le haut des Montagnes où elles s'assemblent pour former les pluïes, on y trouve la rarefaction de l'air, ou sa force élastique plus grande qu'elle ne doit être suivant la proportion des poids. Mais l'Air qu'on enferme dans un tuyau pour faire des experiences étant dans toute son étenduë également humide, on ne doit plus appercevoir dans ses dilatations d'autre difference que celle que la difference des poids y peut causer.

Si cela est, le Thermometre de M. Amontons ne sera pas universel, c'est à dire, propre à donner le rapport des degrés de chaleur de differens païs. Car quoique la chaleur de l'eau boüillante pût être un point fixe commun à tous ces Thermometres, la differente humidité de l'air dans les lieux, & aux temps de leur construction altereroit tout, & troubleroit tous les rapports. Cependant malgré ces difficultés de Theorie, ce Thermometre réüssit fort dans l'usage, & M. Stancari, par exemple, qui l'a étudié avec soin, en rend un témoignage fort avantageux.

Il ne faut pas oublier à cette occasion une remarque & une reflexion ingenieuse du même M. Stancari. Il a observé que plusieurs Thermometres qu'il avoit construits à la maniere de M. Amontons étoient en tout temps par-

faitement d'accord, à moins qu'il ne les mît aux rayons du Soleil, ce qui les faisoit hausser inégalement. Sur cela il a conçû que comme la surface interieure des tuyaux de verre n'est pas exactement circulaire, mais presque toûjours irrégulierement courbe, & par consequent differente en differens tuyaux, il s'y formoit par la reflexion des rayons du Soleil differentes Caustiques, qui rassemblant ces rayons dans des espaces plus ou moins grands, échauffoient inégalement la liqueur de differens Thermometres. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1703 * ce que c'est que les Caustiques.

* p. 69. & suiv.

Comme en toute cette matiere de la dilatation de l'Air, la Regle de M. Mariotte est presque toûjours employée pour un principe fondamental, on ne peut trop s'assurer ou de sa verité, ou de sa fausseté, ou des restrictions qu'elle demande. M. Parent l'a éprouvée par les mêmes voïes qui ont servi à l'établir, c'est à dire, par des experiences pareilles à celles qu'avoit faites M. Mariotte, & dont nous avons donné l'idée dans l'Hist. de 1705 *. Nous la supposons ici. M. Parent avoit un tuyau de 46 pouces $\frac{1}{2}$, d'un diametre interieur parfaitement égal dans toute sa longueur, ce qui est fort rare, il fit toutes les mêmes operations en deux jours differens éloignés environ d'un mois, & toutes les deux fois, la pesanteur de l'Atmosphere étoit de 28 pouces juste, ce qui est commode pour les calculs. Voilà tous les avantages qu'on peut se ménager. M. Parent laissoit d'abord 1 pouce d'air naturel dans son tuyau, ensuite 2, ensuite 3, & toûjours ainsi selon la progression des nombres naturels jusqu'à 45, & pour plus de sûreté chacune de ces experiences particulieres étoit encore repetée plusieurs fois, & l'on prenoit un milieu entre les differens nombres que donnoit chaque experience repetée. L'air qui dans la premiere étoit plus dilaté aprés le renversement que dans aucune autre, l'étoit 18 fois $\frac{1}{2}$ plus que dans son état naturel, & alors il ne soûtenoit que 18 lignes de Mercure, ensuite il étoit toûjours moins dilaté, & portoit un plus grand poids, de sorte que

* p. 22. & suiv.

ſi la regle de M. Mariotte étoit vraïe, les produits de chaque quantité d'air dilaté, & de ſa charge devoient être toûjours égaux. Cette maniere de faire le calcul avoit encore cet avantage, que dés que la proportion de M. Mariotte manquoit, le défaut ſe rendoit tres-ſenſible. M. Parent trouva qu'elle ſe ſoûtenoit aſſés bien par tout pour devoir être ſuivie dans la pratique ſans ſcrupule, mais qu'à prendre la choſe à la rigueur, il y entre quelque variation.

Il obſerve dans cette variation une regularité ſemblable à celle des Ordonnées d'une Courbe qui iroient d'abord en diminuant, enſuite deviendroient égales, augmenteroient, redeviendroient égales, & finiroient en rediminuant. Ce Phenomene lui a fait naître une idée qui pourra paroître hardie, c'eſt que l'air n'a point de reſſort. Que l'Air eût un reſſort, ç'a été apparemment au temps de la découverte un paradoxe fort étrange, & aujourd'hui ce n'eſt pas un moindre paradoxe qu'il n'en ait point.

Il faut donc imaginer, ſelon M. Parent, que les parties de l'Air ne ſont ni des lames pliées qui s'ouvrent, ni des ſpires qui ſe déroulent, ni rien d'équivalent, mais de ſimples petites molecules flotantes dans la matiere étherée infiniment plus ſubtile, & toûjours fort agitée. Elles ſont d'autant plus écartées les unes des autres, &, ce qui fait l'apparence d'une force de reſſort, elles tendent d'autant plus à s'écarter, que cette matiere étherée qui remplit leurs intervalles eſt plus abondante, & ſe meut avec plus de rapidité, & c'eſt d'elle ſeule que leur vient toute la force qu'elles ont pour faire impreſſion ſur d'autres corps, par exemple, ſur le Mercure.

Cela ſuppoſé, M. Parent conçoit que quand la dilatation de l'Air eſt encore petite, elle eſt moindre que ſelon la proportion des poids dont il eſt ſoulagé, parceque la contrainte où il eſt dans un tuyau étroit empêche que le peu de matiere étherée qui eſt entrée de nouveau dans les intervalles de l'air ne faſſe tout ſon effet, qu'enſuite

dans de plus grandes dilatations cette matiere entrant en plus grande quantité, augmente toûjours la proportion de la dilatation, la fait arriver à la proportion des poids, & enfin la pousse au-delà, mais qu'aprés cela quand la matiere étherée est mêlée en si grande quantité parmi les parties de l'air, qu'elle peut les briser, les attenuer, & par-là les rendre capables de penetrer la surface du Mercure, & incapables par consequent de la comprimer, la proportion de la dilatation diminuë, parceque le Mercure est moins repoussé en embas par l'air du tuyau qu'il ne devroit l'être. Ces variations de la dilatation, que M. Parent trouve qui s'expliquent plus facilement par l'hipothese de la matiere étherée, lui ont fait abandonner celle du Ressort.

Une experience singuliere & fort surprenante s'accorde avec cette pensée, ou plutôt la prouve. M. Parent a pris plusieurs petites phioles de verre rondes, d'environ 1 pouce de diametre, avec un col fort long comme de 8 ou 10 pouces, & large de 1 ligne. Il a mis dans chacune de ces phioles une liqueur differente, & en assés petite quantité, de l'Eau, du Vin, de l'Esprit de vin, de l'Huile de Tartre, de l'Huile de Petrole, du Mercure. Ensuite il a fait entrer leur col dans un trou fait au Recipient d'une Machine Pneumatique, il a pompé l'air, aprés quoi il a fondu avec la lampe la partie du col qui étoit en dehors en la tortillant, & aussi-tôt le poids de l'air environnant l'a scellée hermetiquement, de sorte qu'on étoit sûr que toutes ces phioles étoient bien vuides d'air. Il y en avoit en même temps d'autres toutes pareilles, & bien scellées aussi, où l'on avoit laissé tout l'air qu'elles pouvoient contenir. On mettoit les unes & les autres sur des charbons ardents; celles qui étoient pleines d'air, & qui par la grande augmentation que la chaleur causoit à sa force de ressort, auroient dû crever avec grand bruit, ne faisoient que se fondre à l'endroit qui touchoit les charbons, & l'air s'échapoit paisiblement par cette ouverture. Celles au contraire qui ne contenoient point d'air, mais seule-

ment un peu de liqueur, faisoient toutes une grande détonation, & sautoient en éclats. Que devient dans ce phenomene le ressort de l'air ? Il paroît que la matiere étherée introduite par le feu dans les phioles ne pouvoit pas faire contre leurs parois interieures un aussi grand effort par le moyen des particules de l'air, subtiles & déliées comme elles sont, que par le moyen des particules plus massives de ces autres liqueurs.

Par-là on expliqueroit fort aisément pourquoi l'humidité augmente à un si haut degré les effets qu'on attribuoit au ressort de l'air. On ne seroit plus en peine de sçavoir comment ce ressort peut agir encore dans de grandes rarefactions, où il ne semble pas que les parties de l'air puissent se toucher, ni s'appuïer les unes sur les autres. Mais nous étendrions peut-être les consequences plus loin qu'il ne nous est permis presentement, il y a pour les verités de Phisique une certaine maturité, que le temps seul leur peut donner.

SUR LA DECLINAISON DE L'AIMAN.

L'Attention de l'Academie à verifier le Sistême de M. Halley sur la Déclinaison de l'Aiman * subsiste toûjours, & elle profite de tous les Journaux de Navigations de long cours, que M. le Comte de Pontchartrain a la bonté de lui communiquer. M. Cassini le fils aÿant examiné celui qui a été fait par M. Houssaye pendant un Voyage des Indes Orientales en 1704 & 1705, y a trouvé les déclinaisons de l'Aiman observées si peu differentes de celles de la Carte de M. Halley, que l'on peut legitimement attribuer toute la difference à l'extrême difficulté de faire ces sortes d'observations sur Mer avec exactitude. On ne prétend pas comprendre dans ceci le changement qui doit être arrivé depuis l'an 1700, Epoque de

V. les M. p. 173.
* V. l'Hist. de 1705. p. 9. & celle de 1706. p. 3.

la Carte de M. Halley, au contraire rien ne peut tant confirmer son Sistême que des changemens qui peuvent paroître proportionnés aux temps, & qui en differens endroits sont ou des augmentations ou des diminutions selon que la Carte le demande. Mais il s'en faut bien que l'on puisse encore rien déterminer ni sur leur grandeur, ni sur la progression qu'ils suivent, s'ils en suivent quelqu'une. On voit seulement qu'en differens lieux ils ne sont pas de la même grandeur, les plus grands que l'on connoisse sont de 16' par an, & les plus petits de 7; celui de Paris qui est de 11 à 12 est moyen entre ces deux.

V. les M. p. 291. M. Cassini le fils a fait plus que verifier la Carte de M. Halley; comme la Mer du Sud y manque parceque l'Auteur n'en avoit pas d'observations, M. Cassini a tâché d'y suppléer en partie par la Relation d'un Voyage fait en cette Mer dans les années 1706, 1707, & 1708, mais le peu qu'il a pû faire est encore assés foiblement établi. Il paroît cependant que sans trop se presser on peut croire que dans la Mer du Sud prés de la Côte Occidentale de l'Amerique la déclinaison de l'Aiman augmente à mesure que la latitude Meridionale augmente aussi. On verra dans le même Memoire de M. Cassini diverses Observations Geographiques tirées de la même Relation, & dont quelques-unes sont fort importantes.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHISIQUE GENERALE.

I.

MOnsieur de Tournefort a fait voir des Coquillages enfermés dans un morceau de Rocher, percé d'un grand nombre de cavités, qui étoient comme leurs demeures. L'entrée de ces cavités étoit souvent plus étroite que le fond, de sorte qu'il falloit que ces Animaux, aprés y être entrés encore petits, y eussent crû, & eussent com-

primé la pierre encore tendre, à mesure qu'ils croissoient.

II.

On ne soupçonneroit pas que les rayons du Soleil eussent la force de presser & de pousser, même quand ils sont réünis par le Miroir ardent. M. Homberg a observé que s'il y exposoit une matiere fort legere telle que l'Amiante, & en assés grande quantité, elle étoit renversée par les rayons du foyer de dessus le charbon qui la portoit, à moins qu'elle ne fût presentée fort doucement, & une partie aprés l'autre, de sorte qu'elle ne fût pas heurtée par le foyer trop rudement, ni dans toute sa surface à la fois. De plus, M. Homberg ayant redressé un ressort de Montre, & en ayant engagé un bout dans un bloc de bois, il poussa par secousses rëiterées contre le bout libre du ressort le foyer d'une Lentille de 12 à 13 pouces de diametre, & il vit que le ressort faisoit des vibrations fort sensibles, comme si on l'avoit poussé avec un bâton. Cette force de la matiere de la lumiere s'accorde bien avec la pesanteur, qu'on lui a trouvée par d'autres experiences.

III.

M. Homberg a éprouvé qu'en Eté la glace fond beaucoup plus vîte dans le Vuide qu'à l'air. La raison en est fort simple, la glace ne se fond que par l'action de la matiere subtile, ou étherée, & dans le Vuide tout l'espace n'est rempli que de cette matiere.

IV.

M. Homberg a remarqué que les verres tendres, c'est à dire qui ont dans leur composition plus de sel, & moins de sable, ou ceux qui ayant plus de sable sont fort minces, sont moins sujets à casser au feu & au Miroir ardent. Il est aisé de voir que le verre n'est cassant que par l'extrême heterogeneité des parcelles de sel & de sable dont il est composé, qu'il casse par la difficulté que la matiere subtile, lorsqu'elle est fort agitée, trouve à se mouvoir librement dans les interstices de ses parties, & qu'elle trou-

ve moins de résistance dans les particules de sel que dans celles de sable, qui sont plus solides.

V.

Une personne ayant appliqué sur un morceau de glace d'environ un demi pied en quarré une pâte de Blanc d'Espagne, & de Colle de gant, mit le tout au Soleil pendant les grandes chaleurs de l'Eté. La pâte qui étoit tournée du côté du Soleil, ayant été fort échauffée, se recourba vers le Soleil, & se roula en enhaut, de sorte que dans ce mouvement sa superficie inferieure posée sur la glace s'élevoit. Mais ce qu'il y eût de singulier, c'est que cette superficie enleva avec elle, & arracha une feüille de la glace. Cette feüille faisoit sur la pâte une espece de vernis, comme de la fayance; l'épaisseur en étoit inégale, mais elle ne passoit point une demi-ligne. Il est assés étonnant que l'adherence de la pâte sur le verre ait été si forte; il l'est aussi qu'il ait pû se détacher du verre une feüille assés considerable. Il avoit été soufflé, & apparemment qu'on avoit replongé dans le Creuset à differentes fois la Canne avec laquelle on le souffloit, ce qui lui avoit donné differentes feüilles, qui cependant ne paroissoient point, parcequ'elles étoient fort exactement appliquées les unes sur les autres. C'est à M. Geoffroy que l'on doit cette observation.

VI.

La guerison extraordinaire, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1707 *, ne l'est plus tant, ou du moins elle n'est plus unique, en voici encore un exemple que nous tenons de M. de Mandajor Maire d'Alais en Languedoc, homme d'esprit, & de merite. Un Maître à danser d'Alais s'étant pendant le Carnaval de 1708 d'autant plus fatigué aux exercices de sa profession, qu'ils sont plus agréables, en tomba malade dés le commencement du Carême. Il fut attaqué d'une fiévre violente, & le 4 ou 5[me] jour il tomba dans une letargie dont il fut long-temps à revenir. Il n'en revint que pour entrer dans un délire furieux & muet, où il faisoit des efforts continuels pour

* p. 7. & 8.

ſauter hors de ſon lit, menaçoit de la tête & du viſage ceux qui l'en empêchoient, & même tous ceux qui étoient preſens, & refuſoit obſtinément, & toûjours ſans parler, tous les remedes qu'on lui preſentoit. M. de Mandajor le vit en cet état, il lui tomba dans l'eſprit que peut-être la Muſique pourroit remettre un peu cette imagination ſi dereglée, & il en fit la propoſition au Medecin. Il ne deſapprouva pas la penſée, mais il craignit avec juſtice le ridicule de l'execution, qui auroit été encore infiniment plus grand, ſi le Malade fût mort dans l'operation d'un pareil remede. Un Ami du Maître à danſer, que rien n'aſſujettiſſoit à tant de ménagemens, & qui ſçavoit joüer du Violon, prit celui du Malade, & lui en joüa les airs qui lui étoient les plus familiers. On le crut plus fou que celui qu'on gardoit dans ſon lit, & on commençoit à le charger d'injures, mais preſque auſſi-tôt le Malade ſe leva ſur ſon ſéant, comme un homme agréablement ſurpris, ſes bras vouloient figurer les mouvemens des airs, mais parcequ'on les lui retenoit avec force, il ne pouvoit marquer que de la tête le plaiſir qu'il reſſentoit. Peu à peu cependant ceux même qui lui tenoient les bras éprouvant l'effet du Violon, ſe relâcherent de la violence dont ils les tenoient, & cederent aux mouvemens qu'il vouloit ſe donner, à meſure qu'ils reconnurent qu'ils n'étoient plus furieux. Enfin au bout d'un quart-d'heure le Malade s'aſſoupit profondément, & eut pendant ce ſommeil une Criſe qui le tira d'affaire.

VII.

On eſt preſentement mieux inſtruit de la nouvelle Iſle, qui s'eſt formée auprés de celle de Santerini, ou Santorin, & dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1707 *. Une Lettre que le P. Bourgnon Jeſuite Miſſionnaire à Santorin, témoin oculaire de tout ce Phenomene, a écrite à M. de Feriol Ambaſſadeur de France à la Porte, & que ce Miniſtre a envoyée en France, a été communiquée à l'Academie.

* p. 11.

Le 23 May 1707 au lever du Soleil on vit de Santorin

à 2 ou 3 milles en Mer comme un Rocher flotant que l'on n'avoit point encore vû. Quelques-uns crurent que c'étoit un Bâtiment qui alloit se briser contre quelques petites Isles ou Rochers qui sont-là, & ils y allerent pour piller. Ils furent bien surpris de trouver un nouvel Ecueil, & ils eurent assés de hardiesse pour y descendre, quoiqu'il fût encore tout mouvant, & qu'il augmentât presque sensiblement sous leurs pieds. Ils en rapporterent pour témoignages de leur courageux débarquement, de la Pierre-ponce d'une finesse & d'une délicatesse extraordinaire, & des Huîtres fort grosses & exquises, que le Rocher où elles étoient attachées avoit élevées avec lui du fond de la Mer. On avoit eu un petit tremblement de terre dans Santorin, deux jours avant la naissance de cet Ecueil. Il augmenta tres-sensiblement tant en largeur qu'en hauteur jusqu'au 13 ou 14 Juin, sans que cet accroissement fût accompagné d'aucun accident. Il avoit alors prés d'un demi-mille de circuit, & 20 ou 25 pieds de haut. Il étoit rond, & blanc, la terre en étoit legere, & tenoit un peu de l'argille.

On commençoit à croire que ce nouvel enfantement de la Nature étoit fini, mais les eaux de la Mer vinrent à se troubler de jour en jour plus sensiblement, & à se teindre de diverses matieres minerales, entre lesquelles le souffre dominoit, les flots avoient une agitation & un boüillonnement qui venoit du fond, ceux qui vouloient approcher de la nouvelle Isle y sentoient une chaleur immoderée qui en défendoit l'accés, enfin il se répandoit dans l'air une puanteur qui infectoit toute l'Isle de Santorin, & en incommodoit extrêmement les Habitans; tout cela annonçoit à cet endroit du Monde quelque changement terrible, & l'épouvante regnoit dans tous les Esprits. En effet on vit le 16 Juillet au coucher du Soleil une grande chaîne de 17 ou 18 Rochers noirs & obscurs, un peu séparés les uns des autres, qui sortoient du fond de la mer vers la nouvelle Isle, & qui sembloient devoir bien-tôt s'unir & entr'eux & avec elle, ce qui arriva ef-

fectivement

fectivement quelques jours aprés. Le 18 il en sortit pour la premiere fois une fumée tres-épaisse, & on entendit des bruits qui partoient du fond de la nouvelle terre, d'autant plus menaçans qu'ils étoient encore plus sourds. Le 19 le feu commença à paroître, fort foible d'abord, mais il augmenta continuellement. Toutes les nuits la nouvelle Isle paroissoit n'être formée que d'un grand nombre de fourneaux qui vomissoient des flames, & comme si le Ciel eût voulu contribuer à cette affreuse illumination, on vit une nuit à la fin de Juillet, mais pendant peu de momens, une Lance toute de feu, qui voloit en l'air d'Orient en Occident.

Pendant ce temps-là l'Isle qui venoit de naître prenoit de grands accroissemens, même en hauteur. Les eaux de la Mer boüillonnoient plus violemment, elles étoient plus chargées de Souffre & de Vitriol, & l'infection étoit si grande dans Santorin, que l'on n'y respiroit plus, surtout quand le Vent y poussoit la fumée. Vers la fin d'Aoust les bruits soûterrains devinrent plus frequens, & si terribles qu'ils égaloient celui de 6 ou 7 gros Canons qu'on auroit tirés tout à la fois, le feu se faisoit tous les jours de nouvelles ouvertures, & il s'élançoit en l'air tantôt une quantité prodigieuse d'une cendre subtile qui endommageoit beaucoup les moissons de Santorin, tantôt une pareille quantité de petites pierres enflammées qui faisoient paroître toute en feu une petite Isle voisine de Santorin, où elles retomboient quelquefois, tantôt de gros Rochers embrasés qui s'élevoient comme des Bombes & des Carcasses, & se précipitoient ensuite dans la Mer à plus de 7 milles de distance.

Ces décharges affreuses étoient devenuës toûjours plus frequentes depuis la fin d'Aoust, & enfin au mois de Novembre où finit la Relation du P. Bourgnon, elles ne discontinuoient presque plus. Il est fort remarquable qu'alors il ne s'élançoit plus de si grosses Pierres ni en si grande quantité, que la Mer n'étoit plus si trouble, que son boüillonnement se calmoit, que la puanteur ne se faisoit

presque plus sentir dans Santorin, & que d'un autre côté cependant la fumée étoit tous les jours plus noire, plus épaisse, & plus abondante, les feux plus grands, la pluïe de cendre journaliere, & les bruits soûterrains continuels, & si violens qu'on ne les distinguoit presque pas de celui du Tonnerre. La Relation ne va que jusqu'au 20 Novembre, & il s'en faut bien que les prodiges de la nouvelle Isle ne fussent encore disposés à cesser.

Celle de Santorin elle-même, qui s'appelloit autrefois Thera, a passé chés les Anciens pour une production nouvelle. Il est certain qu'en 726, en 1427, & en 1573 elle a reçû des accroissemens par les feux soûterrains, ou que de petites Isles voisines se sont formées comme la derniere dont nous venons de parler. Il y eut encore en 1650 un furieux ravage dans Santorin & aux environs, mais sans aucune autre production nouvelle, que celle d'un grand banc, qui sera peut-être le fondement d'une Isle. Il faut que la fournaise soûterraine, qui est en cet endroit du Globe terrestre, soit une des plus ardentes.

VIII.

M. Jean Jacques Scheuchzer Docteur en Médecine à Zuric, membre des Societés Royales d'Angleterre & de Prusse, ayant envoyé à l'Academie un grand nombre d'observations de la hauteur du Barometre qu'il a faites en differentes Villes de Suisse, & sur quelques Montagnes de ce Païs-là pendant les années 1705, 1706, & 1707, M. Maraldi s'en est servi pour trouver selon la Methode expliquée dans l'Hist. de 1703 * combien les lieux où elles ont été faites sont élevés sur le niveau de la Mer. Cette Methode demande que l'on sçache dans quelle proportion l'Air est toûjours plus dilaté de bas en haut, que l'on ait des observations correspondantes du Barometre faites en quelque lieu dont l'élevation au-dessus du niveau de la Mer soit connuë, comme M. Maraldi avoit les siennes faites à Paris, & que l'on suppose que dans une grande étenduë de Païs, telle que celle qui comprend la France & la Suisse, le Barometre varie de la même ma-

* p. 11. & suiv.

niere dans les mêmes temps. Par-là M. Maraldi trouve, par exemple, que la Montagne *Joch* est élevée sur la Mer de 1340 toises, & comme il y en a une autre assés proche appellée *Tittlisberg* toûjours couverte de glace & de nege, que ceux du Païs disent être la plus haute Montagne de Suisse, & que M. Scheuchzer croit plus élevée que *Joch* de 2000 pieds, il s'ensuivroit que les plus hautes Montagnes de Suisse seroient élevées de 1660 toises. Elles le seroient plus que le Canigou, qui est une des plus hautes Montagnes des Pirenées.

Mais il faut avoüer que cette Methode pour mesurer des hauteurs seroit beaucoup plus sûre, si l'on n'étoit pas obligé de supposer que le Barometre varie de la même maniere & dans les mêmes temps en des lieux assés éloignés, ce qui n'est pas toûjours vrai, & si dans la même Contrée où l'on veut avoir une hauteur on avoit une observation du Barometre faite en même temps au bord de la Mer, ou en quelque autre lieu, dont l'élevation au-dessus de la Mer fût connuë. Alors il ne resteroit plus d'incertitude que dans l'hipothese de la proportion selon laquelle l'Air qui envelope la Terre se dilate de bas en haut.

Cette incertitude commence même à se dissiper un peu, & la progression que M. Cassini a établie pour la dilatation de l'Air dans l'endroit cy-dessus cité de l'Hist. de 1703, se verifie assés.

Le P. Laval ayant mesuré geómetriquement diverses hauteurs à la Sainte Baume & aux environs, il y a ensuite porté un Barometre, & a observé de combien il y étoit plus bas qu'à son Observatoire de Marseille, dont il connoissoit l'élevation sur le niveau de la Mer. Il a envoyé ses mesures & ses observations à Mrs Cassini, qui ont cherché quelle devoit être selon leur progression la hauteur des Montagnes que donnoit l'abaissement observé dans le Barometre, & ils ont trouvé les mêmes hauteurs que le P. Laval avoit trouvées d'ailleurs par les mesures geometriques. Il y a eu seulement des 2 ou 3 toises de diffe-

V. les M. p. 456.

rence, ce qui eſt peu conſiderable par rapport à de grandes hauteurs, & eſt d'ailleurs preſque abſolument inévitable, parceque dans la moindre dilatation de l'air, 1 ligne de Mercure répond à 6 toiſes d'air, & que par conſequent ſi dans l'obſervation de la hauteur du Barometre faite au lieu le plus bas, on ſe trompe de ½ ligne, ce qui eſt fort aiſé, on ſe trompe de 3 toiſes dans le calcul de la hauteur, & de beaucoup plus ſi cette même erreur eſt dans l'obſervation faite au lieu le plus haut. C'eſt-là l'inconvenient général de toutes les operations où de fort petites grandeurs en doivent donner de grandes, auſquelles elles répondent.

Pour meſurer des hauteurs par le Barometre avec le plus de ſûreté qu'il ſoit poſſible, il faut que comme dans les operations du P. Laval les deux lieux où l'on obſerve la plus grande élevation & le plus grand abaiſſement du Mercure ſoient ſi peu éloignés, que l'on ne puiſſe pas ſoupçonner la peſanteur de l'Atmoſphere d'y être differente.

IX.

M. de Reaumur a obſervé la maniere ſinguliere & aſſés difficile à expliquer, dont un petit Coquillage ſe nourrit de Moules. Ce Coquillage eſt de l'eſpece de ceux qu'on appelle en Latin *Trochus* ou *Turbo*, c'eſt à dire que ſa Coquille eſt d'une ſeule piece, & tournée en ſpirale. Le Poiſſon en ſort à demi, quand il veut, comme les Limaçons de la leur. La Moule enfermée entre ſes deux Coquilles ne paroîtroit pas devoir être la proïe de cet Animal; elle l'eſt cependant. Il s'attache à la Coquille d'une Moule, la perce d'un trou aſſés exactement rond, d'environ une ligne de diametre, & y fait paſſer une eſpece de trompe ou de petit boyau cilindrique, long de 5 ou 6 lignes, qu'il tourne en ſpirale, & avec quoi il ſuce la Moule.

La difficulté eſt de ſçavoir comment il fait le trou. Ce n'eſt pas avec la trompe qui ſuce, elle eſt trop molle & trop mouſſe pour percer une Coquille fort dure. M. de

Reaumur n'a pû par la dissection de cet Animal lui trouver aucune partie propre à cet effet, quoique, s'il en avoit quelqu'une, elle dût être aussi sensible que le trou; il a même rencontré plusieurs de ces petits Coquillages attachés à des Moules, qu'ils n'avoient pas encore achevé de percer, il les en a separés, & n'a rien vû. De plus il a remarqué que ces trous imparfaits étoient presque aussi grands dans le fond qu'à leur ouverture, ce qui ne convient pas à la figure d'un Instrument, qui seroit apparemment plus pointu à son extrémité. Enfin il a vû aussi des trous ovales, & il est difficile ni qu'un Instrument en fasse, ni que le même qui en fait de ronds en fasse d'ovales.

Il croit donc que l'Animal peut jetter sur la Moule quelque goutte de liqueur capable d'en percer la Coquille. Cette goutte sera naturellement ronde, & quelquefois elle deviendra ovale parcequ'elle ne tombera pas à plomb sur la Moule, ou que la Moule se donnera quelque petit mouvement. Pour rendre cette conjecture encore plus vrai-semblable, il seroit à desirer que dans les trous imparfaits, & ausquels l'Animal sembloit encore travailler, M. de Reaumur y eût trouvé de cette espece d'Eau-forte.

Quoiqu'il en soit, il a remarqué que jamais il n'y a de trou dans toute la circonference où se joignent les deux Coquilles de la Moule, & sur cela il attribuë à l'Animal qui l'attaque une précaution fort ingenieuse. C'est que si elle entr'ouvroit ses Coquilles la trompe du petit Poisson ne se trouveroit plus dans le trou qu'il auroit fait, elle s'en détourneroit facilement, & alors la Moule en refermant ses Coquilles la serreroit, la couperoit peut-être, ou du moins tiendroit son Ennemi captif.

M. de Reaumur a vû quelquefois plusieurs trous sur une même Moule, & quand il a trouvé des Coquilles de Moule vuides, il y a presque toûjours vû de ces trous, ce qui lui fait croire que ces Coquillages ne contribuënt pas peu à détruire les Moulieres.

MOnsieur Jean Scheuchzer, Docteur en Medecine à Zuric, a fait l'honneur à l'Academie de lui dédier une Dissertation Latine sur *l'Origine des Montagnes*, ou sur la *Formation de la Terre*, qui n'est pas encore imprimée.

Descartes, car il arrive souvent que l'histoire de quelque recherche, ou de quelque découverte commence par lui, est le premier qui ait eu la pensée d'expliquer mechaniquement la formation de la Terre, ensuite Stenon, Burnet, Woodward, & enfin M. Scheuchzer, ont pris ou étendu ou rectifié ses idées, & ont ajoûté les uns aux autres.

Si le globe de la Terre étoit parfaitement spherique, c'est à dire ici, sans Montagnes, & si les differens lits de sable, d'argille, de pierre dont il est composé étoient par tout, comme ils le sont en une infinité d'endroits, assés exactement paralleles entre eux, & concentriques à la surface de ce globe, on imagineroit aisément que le tout auroit été formé d'une liqueur trouble, pour ainsi dire, & heterogene, dont les differentes parties inégalement pesantes se seroient séparées naturellement les unes des autres par les loix de la pesanteur, & arrangées en differentes couches circulaires, qui auroient eu toutes le centre du globe pour centre commun. Cette séparation même auroit fait cesser la fluidité. Ce sistême ne seroit pas seulement possible, mais presque necessaire, car on ne pourroit guere attribuer à une autre cause le parallelisme & la concentricité des couches. Que la Terre ait été d'abord un fluide, & que par les loix du mouvement elle soit devenuë solide avec le temps, & se soit disposée comme elle est, ou que Dieu l'ait creée tout d'un coup dans l'état où les loix du mouvement l'auroient amenée, c'est la même chose selon l'ingenieuse reflexion de Descartes. Il est indifferent que Dieu ait creé d'abord l'œuf ou le Poulet.

Des parties d'Animaux terrestres, ou aquatiques, des

branches d'arbres, des feüilles, &c. trouvées dans des lits de pierre, même assés profonds, confirment ce sistême de la fluidité de la Terre. Quel autre moyen que tout cela eût été enfermé où il l'étoit? Mais il est vrai aussi qu'il faut supposer une seconde formation des lits ou couches, beaucoup moins ancienne que la premiere, du temps de laquelle la Terre n'avoit encore ni Plantes ni Animaux. Stenon établit plusieurs secondes formations causées en differens temps par des inondations extraordinaires, par des tremblemens de terre, par les matieres que vomissent les Volcans. Burnet, Woodward, & M. Scheuchzer aiment mieux attribuer au Déluge universel une seconde formation générale, qui n'exclut pourtant pas les particulieres de Stenon.

Mais les Montagnes semblent renverser le sistême de la fluidité, elles n'auroient jamais dû naître, puisque tout ce qui est liquide se met de niveau. Cependant ce sistême est si vrai-semblable en lui-même, & il se soûtient si bien dans la plus grande partie du globe terrestre, qu'il merite qu'on fasse quelque effort pour le conserver. C'est pour cela que M. Scheuchzer adopte la pensée de ceux qui ont crû qu'aprés le Déluge universel Dieu voulant faire rentrer les Eaux dans des Réservoirs soûterrains, avoit brisé & déplacé de sa main toute-puissante un grand nombre de lits auparavant horizontaux, & les avoit élevés sur la surface du globe. Toute la Dissertation a été faite pour appuïer cette opinion.

Comme il falloit que ces hauteurs ou éminences fussent d'une consistence fort solide, M. Scheuchzer remarque que Dieu ne les tira que des lieux où il y avoit beaucoup de lits de pierre. Delà vient que les Païs où il y en a grande quantité, comme la Suisse, sont fort montagneux, & qu'au contraire ceux qui comme la Flandre, l'Allemagne, la Hongrie, la Pologne, n'ont que du sable ou de l'argille, même à une assés grande profondeur, sont presque entierement sans Montagnes.

Il a été impossible que les lits rompus, déplacés & éle-

vés, ſoient demeurés horizontaux; auſſi n'en trouve-t-on jamais dans les Montagnes qui ayent cette direction, mais, ce qui eſt un reſte de celle qu'ils avoient, ils ſont encore paralleles entre eux, & c'eſt en effet, ſuppoſé le déplacement, tout ce qu'ils en ont pû conſerver.

M. Scheuchzer a obſervé leurs differentes directions dans toute une chaîne de Montagnes de 3 lieuës ſur les bords du Lac d'Uri, & en a envoyé à l'Academie une Carte fort curieuſe. Il n'y a aucun lit horizontal, au lieu qu'ils le ſont tous dans les Plaines, preſque aucun qui faſſe un angle droit avec l'Horizon; on trouve indifferemment tous les autres angles. Il eſt viſible que cela s'entend de la ſuperficie ou du glacis des lits. Quant à leurs contours, que l'on verroit ſi un côté de la Montagne étoit coupé ſelon ſon inclinaiſon à l'Horizon, ils ſont fort differens en differentes Montagnes, & quelquefois dans la même. Les uns ſont en arc, ou en voûte, d'autres ſont ondoyans, d'autres ſont en quelque ſorte triangulaires, & ont quelques angles fort aigus, mais les contours d'un lit, quels qu'ils ſoient, ſont toûjours exactement paralleles à ceux de pluſieurs autres lits voiſins. Ce qu'il y a de plus ſingulier ſur cela dans la Carte de M. Scheuchzer, ce ſont les contours extrêmes de deux ſuites differentes de lits, qui ſe rencontrent par leurs convexités, & font la figure de deux rameaux d'une Courbe qui rebrouſſe.

M. Scheuchzer a fait dans la celebre Carriere de Glaris, d'où l'on tire grand nombre de Tables de pierre, une obſervation peu favorable au ſiſtême de la fluidité, & qu'il ne diſſimule pourtant pas. Les lits de cette Carriere qui n'ont qu'un pouce d'épais ſont de deux natures differentes, & alternativement durs & mous, & pour en faire des Tables qui puiſſent ſervir, il faut couper une couche dure avec une molle ſans les ſéparer. La dure ſoûtient la molle, qui doit être au deſſus, quand on les met en œuvre, comme elle y eſt dans la Carriere. Il paroît que dans un fluide tout ce qui a été le plus peſant a

dû

dû se précipiter au fond, & qu'il ne peut y avoir de couches alternativement plus legeres & plus pesantes. Cependant un seul lit où le plus leger est toûjours en haut, prouve encore la fluidité, il n'y a que la situation alternative des couches qui embarrasse. Il vaut mieux pour satisfaire solidement à cette difficulté attendre de nouvelles observations que M. Scheuchzer semble promettre, que d'imaginer quelque solution qui ne seroit qu'ingenieuse. D'ailleurs nous ne nous sommes déja que trop étendus sur un travail qui appartient à cet habile Philosophe, & dont l'Academie n'a pas droit de se parer.

MOnsieur Jean Jacques Scheuchzer, frere de celui dont on vient de parler, Docteur en Medecine à Zuric comme lui, & aussi grand Phisicien, a envoyé aussi à l'Academie une Dissertation Latine *sur le Cristal*, qu'il n'avoit pas encore publiée.

Il y a beaucoup de Cristal dans les Montagnes de Suisse, & c'est un Voyage que l'Auteur y fit en 1705 qui a donné lieu à la Dissertation. On n'a que trop peu de ces sortes de recherches phisiques faites par d'habiles gens, qui ayent vû de leurs propres yeux. M. Scheuchzer ramasse avec une grande érudition tous les differens Cristaux, parfaits, ou imparfaits, teints, mêlangés, differemment figurés, dont les Auteurs tant anciens que modernes ont parlé, il les range sous certaines especes, & rapporte les differens noms qui leur ont été donnés, ou leurs *synonimes*, ce qui, comme l'on sçait, est tres-utile en ces matieres, & manquoit encore à celle-cy.

Il entre ensuite dans la Phisique de la formation du Cristal, & entreprend même de prouver geometriquement la necessité de la figure hexagone, qui lui est ordinaire. M. Scheuchzer croit, selon le sistême commun, que le Cristal, ainsi que les Pierres précieuses, a été liquide, & s'est formé dans des Pierres qui l'étoient aussi. Il paroît persuadé par experience qu'il ne se produit plus

de nouveaux Criſtaux. Sur ce fondement il conjecture que quand la *croûte* exterieure de la Terre eut été extrêmement amollie par les eaux du Déluge univerſel, la matiere fluide du Criſtal la penetra, & alla s'amaſſer dans les cavités & dans les fentes des pierres, où elle ſe congela avec le temps. On ne doit pas être étonné qu'un auſſi grand renverſement que celui qui fut cauſé par le Déluge ſur la ſurface de la Terre, ſoit une Epoque, ou une origine qui ſe retrouve ſouvent dans les recherches de Phiſique.

VOici encore dans une Diſſertation du même Auteur imprimée ſous le titre de *Piſcium querelæ & vindiciæ*, & envoyée à l'Academie le Déluge univerſel plus ſenſiblement marqué.

M. Scheuchzer a fait une eſpece de Catalogue de toutes les Pierres qu'il connoît, pareilles à celles dont nous avons parlé dans l'Hiſt. de 1703 * & dans celle de 1706 *, c'eſt à dire qui renferment des Poiſſons, ou plutôt des repreſentations, & tout au plus des ſquelettes de Poiſſons. Nous avons déja dit combien ces ſortes de Pierres étoient éloignées d'être, comme on ſe l'eſt imaginé aſſés communément, des jeux de la Nature, ou des peintures fortuites; auſſi M. Scheuchzer introduit-il les Poiſſons qui ſe plaignent de ce qu'on prend ces Pierres qui ſont effectivement leurs tombeaux, pour de ſimples pierres où leurs figures ſe trouvent gravées par hazard, & de ce qu'on rapporte ces Curioſités au *Regne Mineral*, en les dérobant au *Regne Animal* à qui elles appartiennent. L'Auteur eſt perſuadé que ces Poiſſons enſevelis dans des Pierres l'ont été tous immediatement aprés le Déluge univerſel, & cela paroît vrai ſurtout de ceux qui ſe trouvent dans des Lieux où nul autre accident ne peut les avoir portés, & où l'on ne peut croire qu'il y ait jamais eu d'eau depuis ce temps-là. Telle eſt la Carriere d'Oningen dans le Dioceſe de Conſtance. Pluſieurs des Pierres de M.

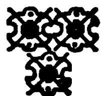
* p. 22. & ſuiv.
* p. 9. & ſuiv.

Scheuchzer en ont été tirées. La plus remarquable & pour la grandeur, & pour la perfection de la figure est celle qui contient un grand Brochet, dont il reste même en quelques endroits des chairs petrifiées. Cela prouve encore la realité de l'Animal, sinon plus sûrement, du moins plus palpablement, que ces délineations si fines & si délicates, qui n'ont point de substance.

Ce ne sont pas seulement des Poissons que M. Scheuchzer fait voir dans cette espece de Cabinet de curiosités qu'il expose aux yeux du Public, il y a aussi deux Os des Vertebres du dos d'un Homme, & même une plume d'Oiseau, trouvés dans des Pierres, mais parcequ'il s'y trouve toûjours plus de Poissons que de toute autre chose, ce sont eux qui dans le sujet de *plainte* commun portent la parole. Il est visible qu'il n'y a guere que des Poissons qui ayent pû demeurer envelopés dans cette bourbe ou vase profonde que le Déluge laissa sur la surface de la Terre, & qui se durcissant ensuite forma differens lits. Tout ce qui n'étoit pas de nature à la pouvoir penetrer du moins jusqu'à une certaine profondeur, demeura exposé à l'air, ou fut à découvert bien-tôt aprés, & par consequent fut détruit. C'est par cette raison même qu'il se trouve beaucoup plus de Coquillages que de Poissons enfermés dans des Pierres, & presque toûjours des Coquillages les plus pesants. Leur poids les fit tomber plus bas dans cette vase générale, & ce qui s'y est trouvé le plus bas s'est le mieux conservé.

NOus renvoyons aux Memoires

Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'année 1707. V. les M. p 60.





ANATOMIE.

SUR LA CIRCULATION DU SANG ENTRE LA MERE ET LE FOETUS.

V. les M. p. 186.

IL y a des Questions Phisiques de telle nature que les faits qui pourroient les décider sont ou assés rares, ou assés peu observés, pour laisser aux Philosophes la liberté de faire differens sistêmes, & de soûtenir chacun le sien, mais enfin cette commodité cesse, & le temps amene des faits qui décident.

On tient communément que pendant la grossesse les Arteres de la Matrice versent leur sang dans le Placenta qui s'en nourrit, le surplus de ce sang entre dans les racines de la Veine Ombilicale, qui fait partie du Cordon, delà il est porté au foye du Fœtus dans le tronc de la Veine-porte, d'où il passe dans la Veine-cave, & dans le Ventricule droit du Cœur. Le sang de la Mere une fois arrivé au Cœur du Fœtus, est ensuite distribué à l'ordinaire dans tout son Corps, à l'exception des changemens qu'apportent à la circulation le trou Ovale, & le Canal de communication. Le sang qui sort des Arteres Iliaques du Fœtus, entre dans le Cordon par les Arteres Ombilicales, delà dans le Placenta, où il est repris par les Veines de la Matrice, qui le reportent à la Mere, & peut-être aussi par les racines de la Veine Ombilicale, qui le remêlent avec de nouveau sang de la Mere. Selon ce sistême c'est uniquement le sang de la Mere qui nourrit le Fœtus.

D'autres Anatomistes prétendent qu'il ne se nourrit

que du Chile qui lui est fourni par les Glandes de la Matrice, & rejettent cette grande circulation du sang de la Mere, où le Fœtus est compris, comme le seroit un seul Membre. Ils n'admettent de circulation réciproque qu'entre le Placenta & le Fœtus. Le Placenta porte au Fœtus le Chile de la Matrice, ou devenu sang, ou préparé à le devenir.

Les observations communes & journalieres suffiroient pour rendre cette opinion peu vrai-semblable. Quand le Placenta se détache de la Matrice, en quelque temps que ce soit de la grossesse, il ne sort que du sang, & jamais de Chile, mais selon une observation plus particuliere de M. Méry rapportée dans l'Hist. de 1706 *, la Matrice n'a point du tout de Glandes pour en fournir. * p. 22.

Deux autres observations de M. Méry rapportées au même endroit, appuïent encore le sistême commun. La surface interieure de la Matrice n'est point revêtuë de Membrane; d'ailleurs la surface exterieure du Placenta n'en est point revêtuë non-plus, & comme c'est par ces deux surfaces que le Placenta & la Matrice sont en quelque sorte colés ensemble, il paroît qu'elles ne sont sans Membrane que pour une communication immediate des Vaisseaux sanguins. Et en effet, c'est la seconde observation, on voyoit leurs embouchures de part & d'autre sensiblement ouvertes.

Un dernier fait dont M. Méry a été témoin semble mettre la chose entierement hors de doute. Une femme grosse, qui touchoit à son terme, se tuë d'une chute tres-rude presque sur le champ. On lui trouve 7 à 8 pintes de sang dans la cavité du Ventre, & tous ses vaisseaux sanguins entierement épuisés. Son Enfant étoit mort, mais sans aucune apparence de blessure, & tous ses vaisseaux étoient vuides de sang aussi-bien que ceux de la Mere. Le corps du Placenta étoit encore attaché à toute la surface interieure de la Matrice, où il n'y avoit aucun sang extravasé. Par quelle route tout le sang de l'Enfant pouvoit-il s'être vuidé dans la cavité du ventre de la Mere?

Il falloit necessairement que ce fût par les Veines de la Matrice, & par consequent ces Veines reportent à la Mere le sang de l'Enfant, ce qui seul établit la necessité de tout le reste du sistême commun. Si la circulation ne se faisoit que du Fœtus au Placenta, & non-pas aussi à la Mere, l'Enfant mort auroit eu tout son sang.

M. Méry fortifie encore de quelques reflexions le sistême qu'il défend. Par exemple, s'il arrive de quelque maniere que ce soit que le Cordon Ombilical soit fortement comprimé, l'Enfant perit aussi-tôt, comme un Homme étranglé, & il ne paroît pas que cela puisse s'expliquer que par une raison commune à l'Homme & au Fœtus, c'est à dire par le défaut d'air, également mortel à l'un & à l'autre. Mais si le Fœtus reçoit de l'air, il ne le reçoit qu'avec le sang de sa Mere, qu'elle lui transmet par le Cordon. Aussi dés qu'elle cesse de respirer, l'Enfant meurt à l'instant. Et cela même prouve que ce n'est pas du Chile qu'il reçoit d'elle, car il s'en pourroit passer quelque temps dans son sein, comme il se passe de nourriture quand il en est sorti.

Le sistême commun une fois affermi bien solidement, la grande uniformité de la Nature permet, & semble même demander qu'on l'étende à tous les Animaux *vivipares*, & que l'on reconnoisse une circulation réciproque du sang entre les Meres & les Fœtus. Il est seulement merveilleux qu'à un Tout aussi renfermé en lui-même & aussi bien lié que l'est le Corps d'un Animal, il s'y puisse ajoûter une partie nouvelle, qui s'y unisse aussi étroitement que toutes les autres, & qu'aprés s'y être unie si étroitement elle s'en puisse détacher sans aucune destruction.



SUR LES CATARACTES DES YEUX.

LA Verité commence à se découvrir sur la question des Cataractes, déja traitée par l'Academie dans les deux années précedentes *, & l'on ne doit ni avoir regret au temps que l'on a donné à attendre des faits, ni se repentir d'une espece de timidité avec laquelle on a employé les raisonnemens. V. les M. p.241. 245.

* V. l'Hist. de 1706. p. 12. & suiv. & celle de 1707. p.22. & suiv.

M. Briceau, Medecin de Tournai, & M. Antoine, tous deux inventeurs en même temps, ou plutôt restaurateurs, sans le sçavoir, du nouveau sistême de feu M. Rohaut, qui confondoit le Glaucoma & la Cataracte, soûtenoient & par une suite de ce sistême, & par des experiences dont ils étoient convaincus, que l'on peut voir sans Cristallin, c'est à dire, sans ce qui a toûjours passé pour le principal instrument de la vision. Quelque étrange que soit ce Paradoxe, l'Academie en avoit dés l'année précedente apperçû la possibilité; mais enfin il est devenu un fait constant. L'Academie a vû un Cristallin que l'on avoit tiré à un Prêtre en presence de M. Méry, & elle a vû ce même Prêtre lire du même œil avec une forte loupe ces gros caracteres, que les Imprimeurs appellent *Parangon*.

Quand on a sçû que le Cristallin n'étoit plus si necessaire à la vision, on a cherché pourquoi il l'étoit moins qu'on n'avoit crû. M. de la Hire le fils a fait ce calcul geometrique. Il est certain qu'une sphere d'eau sur laquelle tomberoient des rayons paralleles à un axe déterminé, les réüniroit en un point, aprés qu'ils l'auroient traversée, du moins ceux qui ne seroient tombés qu'à quelque 20 degrés de cet axe, & que le point de réünion au foyer seroit à une distance égale à un demi-diametre de la sphere. Par consequent si l'on imagine que l'œil soit une sphere d'un pouce de diametre, & qu'il ne soit plein que d'eau,

le foyer ſera 6 lignes au-delà de la Retine. Mais la convexité de la Cornée tranſparente eſt beaucoup plus grande que celle de l'œil, ou d'une ſphere d'un pouce, ce qui augmente la refraction, & avance le foyer de quelque ligne, le Criſtallin n'a donc que le reſte à faire, & cette fonction peut être aiſément ſupplée par une loupe.

Encore une choſe importante que l'on a appriſe, c'eſt que dans un œil malade il eſt tres-difficile de reconnoître un Glaucoma d'avec une Cataracte. M. Méry étoit tres-perſuadé que le Prêtre dont nous venons de parler avoit une Cataracte. Ce qu'il lui voyoit dans l'œil paroiſſoit une membrane blanche, exactement ronde, plate, environ de 3 lignes de diametre, ſituée entre l'Iris & la Cornée tranſparente; le Criſtallin ne doit pas paroître plat, mais plus épais au milieu, quand on le regarde avec attention, il n'a qu'environ 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre, il ne doit pas être blanc, mais verdâtre, quand il eſt glaucomatique; cependant il ſe trouva, au grand étonnement & de M. Méry, & de M. Petit, habile Chirurgien, qui en faiſant l'operation crut tirer une Cataracte, que cette Cataracte prétenduë étoit le Criſtallin devenu glaucomatique, car l'operation ſe faiſoit ſelon la nouvelle methode propoſée dans l'Hiſt. de 1707 *, pour tirer les Cataractes hors de l'œil, plutôt que de les abattre.

* p. 24.

Il y a encore plus. M. Méry apporta un jour à l'Academie l'œil d'un Homme qui venoit de mourir, & à qui il avoit fait abattre une Cataracte un mois auparavant ſelon l'ancienne methode. Il apportoit cet œil pour l'ouvrir en preſence de la Compagnie, tres-convaincu qu'on y trouveroit une veritable Cataracte abatuë, tant parceque le corps qu'il y avoit vû avant l'operation en avoit toutes les apparences, que parceque le Malade immediatement aprés l'operation vit les objets aſſés nettement, & les vit toûjours de mieux en mieux, & M. Méry vouloit confirmer par-là contre M[rs] Briceau & Antoine l'éxiſtence des veritables Cataractes, déja prouvée par M. Littre. Il ouvrit donc l'œil, & n'y trouva que le Criſtallin abatu. Il

étoit glaucomatique, un peu rouſſâtre, & n'avoit perdu qu'une partie de ſa tranſparence.

La difficulté de diſtinguer dans un œil malade un Criſtallin glaucomatique d'avec une Cataracte, vient premierement de ce que la grandeur naturelle du Criſtallin vû dans les humeurs de l'œil, eſt fort changée par les refractions que ces humeurs cauſent. M. de la Hire le fils trouve par les regles de l'Optique que ſa grandeur apparente en doit être augmentée, & cela convient à la premiere experience de M. Méry. En ſecond lieu, ſa couleur peut être fort alterée par celle de ces mêmes humeurs au travers deſquelles il eſt vû. Enfin quand on verroit un corps plus épais en ſon milieu, pourquoi une Cataracte ne le pourroit-elle pas être auſſi?

Il eſt vrai cependant qu'en certaines occaſions cette diſtinction ne doit pas être ſi difficile. M. Geoffroy a parlé d'une Cataracte que M. Wolhouſe, celebre Oculiſte Anglois venoit d'abattre, & qui ſembloit devoir être une vraïe Cataracte. Elle paroiſſoit un peu longue, plus large & plus étenduë que le Criſtallin ne peut paroître, tranſparente à ſes bords, attachée à l'Iris interne par de petits ligamens viſibles, & même comme il y avoit certains endroits où elle ne fermoit pas le trou de la prunelle, le Malade voyoit quand on paſſoit la main devant ces endroits-là. Tous ces caracteres paroiſſent déciſifs pour une vraïe Cataracte, mais enfin ni ces caracteres, ni d'autres équivalents ne doivent ſe trouver ſouvent enſemble de maniere à donner un indice aſſuré, & il faut accorder à Mrs Briçeau & Antoine que ſouvent on abat le Criſtallin en croïant abattre une Cataracte. On pourroit bien même être obligé de leur accorder encore que le Glaucoma du Criſtallin eſt une maladie beaucoup plus commune que la Cataracte; du moins depuis qu'on agite cette queſtion dans l'Academie, ce qu'on a crû Cataracte s'eſt toûjours trouvé Criſtallin glaucomatique, & l'on n'a vû que la ſeule Cataracte que M. Littre a montrée.

Aprés l'operation faite, ſi l'on n'a fait qu'abattre le

corps qui empêchoit la vision, soit Cristallin glaucomatique, soit Cataracte, il est plus aisé de reconnoître lequel c'étoit des deux. Si le Malade voit sans loupe comme il voyoit auparavant, certainement c'étoit une Cataracte; s'il ne voit qu'un peu moins parfaitement, c'étoit peut-être le Cristallin, comme il est arrivé dans la seconde experience de M. Méry, & peut être aussi une Cataracte, parceque le vice des humeurs de l'œil qui l'avoit produite, peut y rester encore, ainsi que nous l'avons dit dans
*p. 14. l'Hist. de 1706 *; cependant il doit être rare que le Cristallin abatu cause peu d'alteration à la vision. Enfin si le Malade ne peut du tout voir distinctement sans loupe, c'étoit le Cristallin. Comme il arrive le plus souvent qu'aprés l'operation il faut absolument une loupe, c'est encore une marque que le plus souvent on abat le Cristallin.

Quoiqu'il soit moins important de sçavoir aprés l'operation ce qu'on a fait, qu'il ne le seroit de sçavoir avant l'operation ce qu'on va faire, il est pourtant bon de sçavoir ce qu'on a fait, parceque la même maladie revient quelquefois au même homme, soit que le Cristallin ou la Cataracte remonte, & l'on en sçauroit plus sûrement ce qu'on auroit à faire. Enfin il faut toûjours se saisir des connoissances que l'on peut avoir, & il y a tout lieu d'esperer que celles que l'on a acquises depuis peu sur cette matiere, ne seront pas inutiles à l'avenir.

SUR UN VER RENDU

PAR LE NEZ.

UNe femme d'une bonne constitution, & qui ne connoissoit point les maux de tête, commença à l'âge de 36 ans à sentir une douleur fixe au bas du front du côté droit & prés du nez. Cette douleur qui ne tenoit d'abord qu'un petit espace, s'étendit peu à peu jusqu'à la

temple du même côté, & au lieu qu'elle avoit dans ses commencemens de grandes intermissions, elle devint au bout de 2 ans, presque continuë, accompagnée de convulsions, & d'une insomnie presque perpetuelle, & enfin si violente, que la Malade en fut 2 ou 3 fois à l'agonie, & sa raison fort attaquée dans les grands accés. Au bout de 4 ans, aprés avoir fait inutilement toutes sortes de remedes, elle y renonça, se contentant de suivre un bon regime de vie, & de prendre par le nez du Tabac en poudre, dont elle esperoit quelque soulagement.

Elle n'en avoit encore usé que pendant un mois, lorsqu'un matin aprés avoir éternué avec effort, elle moucha un Ver tout ramassé en un peloton parmi un peu de sang. Elle en fut fort effrayée, & guerie dans le moment. Elle sentit cesser tout à coup une si longue & si cruelle douleur, & tout ce qui pût l'en faire encore souvenir, c'est qu'il coula un peu de sang de son nez pendant 2 ou 3 jours. Son esprit se remit aussi-tôt dans son assiette naturelle. M. Littre, à qui l'on doit cette observation, a eu soin d'averer exactement tous ces faits, aussi-bien que ceux qui vont suivre.

Le Ver étoit vivant; quand il s'allongeoit autant qu'il étoit possible, il avoit 6 pouces, & seulement 2, lorsqu'il se replioit en zic-zac, ce qui étoit sa figure la plus ordinaire. Il avoit 2 lignes de largeur, & 1 $\frac{1}{2}$ d'épaisseur dans l'endroit le plus gros de son corps, qui étoit vers le milieu. Il étoit de couleur de Caffé clair, convexe par dessus, & plat par dessous, couvert par tout, horsmis à la tête, d'écailles annulaires larges d'une ligne, & toutes séparées les unes des autres par de petits intervalles, de chacun desquels il sortoit tant à droit qu'à gauche 56 pattes longues d'une ligne, & grosses comme des cheveux. Il paroît par-là que ce Ver étoit de l'espece de ceux qu'on appelle *Centipedes*. La tête étoit longue d'environ 2 lignes, on y distinguoit facilement 2 yeux, 2 cornes, une pince faite de 2 branches plus éloignées l'une de l'autre à leur racine que vers leur extremité, & une gueule entre

ces 2 branches. La queuë étoit armée de 2 eſpeces d'aiguillons égaux, plus longs & plus gros que les pattes. Il fut enfermé dans une fiole de verre vuide, où on le trouva vivant 18 heures aprés. Enſuite on s'aviſa d'y verſer de l'Eau de vie, & il ne laiſſa pas de vivre encore 2 ou 3 heures.

Le ſiége de la douleur fixe que ſentoit la Malade marque aſſés que le Ver devoit être dans une cavité qu'on appelle *Sinus frontal*, pratiquée dans l'Os Coronal ſous le ſourcil. Elle a prés de 2 pouces de long ſur 8 à 10 lignes de large, & par conſequent elle pouvoit contenir l'Animal replié. Il paroît par l'inclination qu'il avoit à prendre cette figure, qu'il y devoit être fort accoûtumé.

Il y a entre le ſinus frontal & la narine un trou de communication, par où le ſinus reçoit de l'air à chaque moment que l'on reſpire, & une forte reſpiration peut y avoir fait entrer avec l'air l'œuf inviſible où cet Animal étoit renfermé en petit. Ce même œuf pourroit auſſi être entré par la bouche avec quelque aliment, & avoir ſuivi la longue & tortueuſe route de la circulation du ſang, mais toûjours il eſt certain que l'Animal n'a pû ſortir que par ce trou de communication. Il eſt vrai que le diametre en eſt plus petit que n'étoit celui du corps de l'Animal, mais comme ce trou eſt formé immediatement par une membrane, il a pû la dilater peu à peu, lorſqu'il a voulu ſortir, & même les gouttes de ſang qui ont parû marquent qu'il l'a un peu déchirée.

L'œuf avoit trouvé dans le ſinus frontal la chaleur, l'humidité, la limphe, enfin tout ce qui lui étoit neceſſaire pour éclorre, & l'Animal, tout ce qu'il lui falloit pour ſa ſubſiſtance, & pour un accroiſſement auquel apparemment il ne fût pas parvenu ſur la terre. Il n'eût été ni ſi bien nourri, ni autant à l'abri d'une infinité d'accidens, qui ne permettent guere 4 années de vie à toutes ces eſpeces. A chaque mouvement qu'il faiſoit, il devoit cauſer à la membrane délicate dont le ſinus frontal eſt tapiſſé une irritation d'autant plus cruelle, qu'avec ſes 2 Cornes, ſes

2 Aiguillons, & ses 112 pattes il ébranloit, &, pour ainsi dire, attaquoit en détail chaque petite fibre nerveuse de la membrane, & plus il se fortifioit, plus le mal devoit être violent & insupportable. La grandeur de l'Animal, qui vint à lui rendre le lieu où il étoit trop incommode, & selon toutes les apparences, l'odeur du Tabac qui lui étoit contraire ainsi qu'à un grand nombre d'autres Insectes, l'obligerent enfin à chercher les moyens de sortir.

Les simptômes qu'a eus la Malade feroient assés aisément reconnoître un pareil accident. En ce cas-là, M. Littre juge qu'il faudroit d'abord prévenir l'inflammation de la membrane du sinus, par les moyens ordinaires que l'on pratique contre les inflammations. Il reste ensuite à attaquer le Ver. On le peut faire & par les remedes interieurs qui sont en usage contre les Vers, & en même temps, par des remedes exterieurs, puisque ce Ver-là seroit dans un lieu où ils pourroient aller. Il est déja à présumer que le Tabac seroit bon, mais on pourroit encore tirer fortement par le nez des sucs âcres ou acides, que l'on jugeroit ou que l'on reconnoîtroit les plus capables d'incommoder l'Animal. M. Littre croit que rien ne seroit plus propre à le tuer que de l'Huile, parcequ'on sçait qu'elle ôte la respiration aux Insectes, en bouchant les ouvertures de toutes leurs Trachées. Enfin si rien ne réüssissoit, il en faudroit venir à une operation chirurgique, que M. Littre assure qui ne seroit ni dangereuse, ni difficile sur l'Os Coronal. Quels desordres peut causer un Atome dans la Machine du Corps humain! La Raison même en sera renversée.



Elle n'a pas souffert que l'on se servît long-temps en Europe de cette Mousse que les Espagnols avoient apportée d'Amerique, & qui guerissoit la Goutte, lorsqu'on la brûloit sur la partie affligée. Cependant M. Homberg a vû un Bourgeois de Hambourg qui par ce remede étoit quitte en 7 ou 8 jours de ses accés de Goutte, qui auparavant duroient 2 ou 3 mois, & en même temps les rendoit plus rares.

M. Homberg imagine que les brûlures peuvent guerir en trois manieres, ou en mettant les humeurs nuisibles dans un grand mouvement, ce qui leur fait enfiler des routes nouvelles, ou en les rendant fluides de visqueuses qu'elles étoient, ce qui revient au même effet, ou en détruisant une partie des canaux qui les apportoient en trop grande abondance.

SUR LA GENERATION DES LIMAÇONS.

LEs Philosophes à qui l'on reprocheroit d'étudier avec beaucoup de soin des Animaux aussi méprisables que les Insectes, pourroient répondre en demandant seulement, si les moindres Ouvrages de la main de Dieu peuvent être à negliger. Mais ces mêmes Ouvrages, qu'il a plû au commun des Hommes de regarder comme les moindres, sont justement ceux où l'on découvre le plus de miracles de Mechanique, & si nous préferons desormais les recherches de l'Anatomie du Corps humain, il n'y a que nôtre interêt qui puisse nous justifier.

Que l'on examine par dehors un Limaçon gris de Jardin hors du temps de son accouplement, qu'on le disseque avec toute l'attention possible, on ne lui trouvera aucune partie qui ait l'apparence de devoir servir à la generation. Cependant, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist. de 1699 *, cet Animal est hermaphrodite, & par consequent

* p 40.

conſequent il a par rapport à la generation un plus grand appareil d'Organes, qu'une infinité d'autres Animaux plus connus, ou plus étudiés. Tout ce qui ſe paſſe en lui ſur ce ſujet doit être auſſi d'une nature fort particuliere. Nous allons rapporter ici les principales de ces ſingularités, ſans entreprendre d'expliquer en aucune façon par quelle mechanique elles s'éxecutent. Cette explication ſeroit inutile, ſi elle étoit moins circonſtanciée qu'elle ne le ſera dans le Memoire de M. du Verney, que la maladie de l'Auteur empêche de paroître cette année. On ne pourra guere y voir ſans étonnement combien un Limaçon coûte à la Nature.

Cet Animal a au côté droit du cou une petite fente preſque imperceptible, qui ne mene qu'à de petits conduits ou cavités, & à des eſpeces d'inteſtins fort tortueux, flotans dans ſon ventre. Au temps de l'accouplement tout cela change de forme, & l'Animal preſque entier eſt metamorphoſé. Ces eſpeces d'inteſtins pouſſés alors du fond du ventre vers le cou, ſe gonflent, ſe retournent, ſe renverſent, ſe diſpoſent enfin & s'arrangent entr'eux de façon, qu'ils ſe preſentent à la fente du cou, alors fort dilatée, ſous la figure d'une partie maſculine, & d'une partie féminine, chacune toute prête à faire ſa fonction. Cela n'arrive pleinement qu'aprés qu'un Limaçon en a rencontré un autre, & que par pluſieurs mouvemens préliminaires plus vifs, & pour ainſi dire, plus paſſionnés qu'on ne l'imagineroit d'une eſpece auſſi froide, ils ſe ſont mis l'un l'autre dans une même diſpoſition, ou ſe ſont aſſurés d'une parfaite intelligence.

Ils ont un autre moyen fort ſingulier de s'en aſſurer encore mieux, & ils ne manquent jamais de le mettre en pratique. Avec la partie maſculine & féminine, il leur ſort auſſi par l'ouverture du cou un Aiguillon, qui a la figure du fer d'une Lance à quatre aîles, & ſe termine en une pointe fort aiguë, & aſſés dure. Comme les deux Limaçons tournent l'un vers l'autre la fente de leur cou, il arrive que quand ils ſe touchent par cet endroit, l'Aiguil-

lon qui ſort de l'un pique l'autre, & la mechanique qui fait agir ce petit dard eſt telle qu'il abandonne en même temps la partie à laquelle il eſt attaché, de ſorte qu'il tombe par terre, ou que le Limaçon piqué le remporte. Ce Limaçon ſe retire auſſi-tôt, mais peu de temps aprés il rejoint l'autre, & le pique à ſon tour, & aprés cette bleſſure mutuelle jamais l'accouplement ne manque de s'accomplir, au lieu que tous les autres préludes peuvent n'avoir pas une ſuite ſi heureuſe. L'Aiguillon lancé des deux côtés paroît deſtiné à avertir les deux Limaçons qu'ils ſont également prêts, car dans cette eſpece hermaphrodite il n'y a pas, comme dans la nôtre, un ſexe principal & plus actif, dont la diſpoſition ſuffiſe.

Les Limaçons ont coûtume de s'accoupler juſqu'à trois fois, éloignées l'une de l'autre environ de 15 jours. A chaque accouplement on voit un nouvel Aiguillon, & la Nature fait les frais de le reproduire pour un uſage en apparence ſi peu important. M. du Verney compare cette regeneration à celle du Bois des Cerfs, & en effet, les proportions gardées, cet Aiguillon paroît être d'une matiere ſemblable.

Aprés l'Aiguillon lancé, vient l'inſertion réciproque de la partie maſculine de chaque Limaçon, & comme ils ont l'un & l'autre les deux organes de la generation rangés de la même maniere à l'ouverture du cou, il faut afin que chaque organe réponde à celui qui ne lui reſſemble pas, que l'un des deux Limaçons ait la tête en haut, l'autre en bas, ce qu'ils ſçavent bien pratiquer.

Leur accouplement dure 10 ou 12 heures; il leur cauſe, ſur tout lorſqu'il commence, ou un engourdiſſement, ou un tranſport qui les empêche de donner aucun ſigne de ſentiment. Ils ne ſe ſéparent plus, quoique l'on faſſe, & ils ont pour cela une raiſon aſſés forte, c'eſt que le Gland de la partie maſculine vient à ſe gonfler de maniere qu'il ne peut plus reſſortir par où il étoit entré. Il eſt peut-être une heure à acquerir cette extenſion peu à peu, & par degrés, & juſqu'à ce qu'il l'ait entierement acquiſe, il ne ſort aucune matiere ſeminale.

Elle n'eſt pas même encore formée, & ce n'eſt qu'aprés l'accouplement commencé, que la Nature ſonge, pour ainſi dire, à y travailler, & qu'elle fait joüer toute la Mechanique qui la doit fournir. Cette matiere a encore une autre particularité tres-remarquable, elle n'eſt point liquide, mais d'une conſiſtence de cire, & elle prend la figure des canaux par où elle paſſe. Elle eſt pouſſée par un mouvement ſemblable à celui des Inteſtins qui chaſſent hors d'eux ce qu'ils contiennent. Pendant tout le temps de l'accouplement, excepté la premiere heure, elle file lentement des deux côtés en paſſant de l'un des Limaçons dans l'autre.

Elle ſort de canaux plus longs, que n'eſt le vaiſſeau de la partie féminine où elle eſt reçûë d'abord, & par cette raiſon elle eſt obligée de s'y replier. Delà elle paſſe dans d'autres vaiſſeaux qui appartiennent au ſexe féminin, & où elle cauſe enfin la fécondation, non-pas cependant immediatement aprés le premier accouplement, ou le ſecond, mais ſeulement aprés le troiſiéme.

Au bout d'environ 18 jours, les Limaçons pondent par l'ouverture de leur cou des Oeufs qu'ils cachent en terre avec beaucoup de ſoin & d'induſtrie, mais encore une choſe ſinguliere, c'eſt que ſi on ouvre un Limaçon peu de temps avant qu'il ponde, on ne lui trouve point d'Oeufs, mais ſeulement de petits Embrions qui nagent dans une liqueur fort claire, & y ont des mouvemens aſſés vifs. Ces Embrions deviennent Oeufs dans le chemin qu'ils ont à faire pour ſortir, c'eſt à dire qu'ils ſe revêtent de membranes qui leur ſont fournies par certaines liqueurs, & qui ſe durciſſent enſuite.

Tout ceci n'eſt que l'Hiſtoire naturelle de la generation des Limaçons, c'eſt ce qui ſe fait, & non la maniere dont il ſe fait, & ſi on laiſſoit cette maniere à deviner aux plus habiles Phiſiciens, ce ſeroit aſſurément une Enigme bien difficile. Elle eſt même encore preſque impenetrable, quoiqu'on ait toutes les piéces de cette Mechanique entre les mains, quoiqu'on les voïe joüer ſous ſes yeux,

& c'eſt un des plus grands efforts de l'intelligence & de la ſagacité humaine, que d'en bien comprendre le jeu.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MOnſieur Morin a dit qu'à l'Hôtel-Dieu dont il eſt Medecin, & où il y avoit pendant un temps 5 ou 600 Scorbutiques, il en avoit gueri parfaitement un tres-grand nombre en leur faiſant manger beaucoup d'Oſeille, qui avoit été cuite avec des Oeufs.

II.

M. de Langlade, Chirurgien de Carcaſſonne, a mandé à M. du Verney, qu'il avoit vû une fille de ſon Païs, née le 8 Fevrier 1704, qui eut ſes Regles, 8 jours, ou ſelon d'autres rapports, 3 mois aprés ſa naiſſance. Elle avoit alors, à l'âge d'un peu plus de 4 ans, 3 piés & demi de haut, tout le corps bien proportionné à ſa hauteur, les Mammelles & les parties de la generation comme une fille de 18 ans, de ſorte qu'elle paroiſſoit parfaitement nubile. M. de Langlade avoit fait avec ſoin toutes les obſervations neceſſaires. Les filles des Indes Orientales que les Voyageurs aſſurent qui ont des Enfans à 9 ans, ne ſont plus une merveille.

III.

Le même M. de Langlade diſoit auſſi qu'un Medecin l'avoit aſſuré tout recemment qu'il avoit vû une femme de 106 ans, qui avoit encore ſes Regles. Voilà une merveille d'un genre tout oppoſé.

IV.

M. Saulmon ayant fait venir de la Mer des Oeufs de Séche en grappe, on a trouvé dans tous une petite Séche tres-bien formée; ils tenoient chacun par un ligament aſſés long à un gros tronc ou cordon commun, d'où par-

toient tous ces ligamens, fort entortillés les uns dans les autres. On n'a pas crû que ce fût la même chose que ce qui s'appelle *Vesicaria marina*, & que les Mariniers croïent être cette même grappe d'Oeufs de Séche, d'où les petits Poissons sont sortis, & qui s'est dessechée. On ne voit dans la Vesicaria aucuns restes de ces ligamens des Oeufs, du moins on n'a pû s'en assurer, & les vesicules irregulieres, ou grains qui la composent semblent collés les uns aux autres.



CHIMIE.

SUR LA CIRE.

CHaque Corps, chaque Mixte a ses petites merveilles à part. La Cire, selon les operations & les remarques de M. Lémery, a les siennes, dont peut-être le dénombrement ne sera pas indigne de la curiosité des Phisiciens.

1°. Quoique la Cire soit de la solidité & de la dureté, que tout le monde connoît, on ne lui trouve par les Analises Chimiques aucune partie terrestre. Elle s'éleve toute entiere par le feu.

2°. A mesure qu'il se sépare de la Cire plus de liqueur, ce qui reste, qui devroit apparemment être plus solide, est au contraire plus liquide. Losque l'*Esprit* de la Cire, qui est un flegme où des Acides nagent, s'est élevé par le feu, il reste une matiere plus molle que la Cire, & qu'on appelle le *Beurre*, & à force de *rectifier* ce Beurre, c'est à dire, d'en tirer le flegme & les Acides qu'il contient encore, il ne reste qu'une Huile claire comme de l'Huile commune. Il paroît donc que la Cire n'est qu'un mélange de deux liqueurs, d'un flegme qui tient un Acide dis-

ſous, & d'une Huile. Les deux liqueurs ont pris par leur union une conſiſtence aſſés ferme, & à meſure qu'elles ſe dégagent l'une d'avec l'autre, elles reprennent la forme de liqueur.

3°. De 8 onces de Cire, M. Lémery n'a pû tirer que 1 once & 6 gros d'Huile, ce qui eſt moins que le quart; le reſte eſt l'Eſprit, ou flegme acide. M. Homberg a fait voir il y a long-temps, & nous l'avons dit pluſieurs fois que les Huiles ne deviennent fort inflammables, que par le mêlange d'un Eſprit acide, mais cette proportion de principes, qui compoſent un Tout ſi combuſtible, merite d'être remarquée, & quand de la Cire brûle, on pourroit dire que ce n'eſt preſque que de l'eau qui brûle.

SUR L'ALOES.

* V. les Hiſt. de 1700. p. 46. 1701. p. 58. 1702. p. 45. 1705. p. 62.

MOnſieur Boulduc continuant ſon Traité des Purgatifs, dont pluſieurs des Volumes précedens * ont parlé, a examiné l'Aloës. C'eſt un ſuc concret, tiré d'une Plante de même nom, on ne ſçait pas bien certainement ni de quelles parties de la Plante, ni de quelle maniere il eſt tiré, il faut qu'il ſoit pur, tranſparent, amer, d'une odeur forte. Il y en a de trois eſpeces, le *Succotrin*, ainſi nommé de l'Iſle de Zocotora où l'Aloës croît en abondance, l'*Hepatique*, qui eſt moins eſtimé, & que l'on a crû qui convenoit particulierement au *foye*, ou à la digeſtion, & le *Cabalin*, le moindre des trois, & qui ne ſert qu'à purger les Chevaux. L'Aloës eſt rangé parmi les Purgatifs moyens.

Par les Analiſes *d'Extraction*, que M. Boulduc a emploïées juſqu'ici ſur tous ſes Purgatifs, & que nous avons aſſés expliquées, il paroît que l'Aloës Succotrin contient prés de la moitié moins de Reſine, ou de matiere ſulfureuſe, & environ un tiers plus de matiere ſaline que l'Hepatique. Pour le Cabalin, il eſt ſi impur, & a tant de terre

par rapport à la petite quantité de ses souffres, & de ses sels, qu'il ne merite pas qu'on en tienne compte.

La differente proportion des Principes de l'Aloës Succotrin & de l'Hepatique pourroit bien être la cause de leurs differentes proprietés. Comme la partie resineuse de l'Aloës, à la difference des autres Purgatifs chargés de resine, n'est que peu ou point purgative, le Succotrin qui a moins de cette resine a toûjours été préferé à l'Hepatique pour l'usage interieur, & au contraire l'Hepatique, qui en a davantage, l'emporte sur le Succotrin pour l'usage exterieur, pour nettoyer des playes, refermer des coupures recentes, &c. M. Boulduc l'égale à cet égard aux Baumes naturels. On entend assés que ces effets appartiennent naturellement à la partie resineuse, & balsamique.

Les sels de l'Aloës sont tres-actifs, ils corrodent les extremités des Veines, où les fibres sont plus délicates, & delà viennent des flux de sang, & des hemorragies. Il est donc tres-important que la partie saline de ce remede, qui a besoin d'être reprimée par la resineuse, n'en soit pas separée. Cependant elle l'est dans plusieurs préparations d'Aloës, lorsqu'elles n'ont pas été faites par des mains fort habiles; on a rejetté la partie resineuse comme trop grossiere, & inutile, parcequ'elle se tenoit au fond de la dissolution. Aussi M. Boulduc assure-t-il qu'il a été plusieurs fois témoin des funestes suites qu'a eues le grand usage de l'*Elixir de proprieté*, des *Grains de vie*, des *Pilules gourmandes*, &c. toutes préparations d'Aloës, ou qui avoient été mal faites, ou dont on avoit trop pris.

M. Boulduc est si éloigné d'approuver la séparation de la partie resineuse & de la saline de l'Aloës, qu'au contraire il voudroit qu'on les unît encore davantage par un Alcali, comme le sel de Tartre. Non-seulement on aide la Nature dans les Malades par les Remedes, mais il la faut aider aussi dans les Remedes même.

SUR LA MANNE.

LA Manne, dont nous avons déja plusieurs fois rapporté l'origine, est un Mixte peu different du Miel ou du Sucre par sa constitution. Elle prend feu à peu prés de même, elle se fond presque aussi facilement que le Sucre dans les liqueurs aqueuses, & l'Esprit de vin n'en dissout que quelques particules en si petite quantité, qu'il n'en tire aucune teinture, marque assés certaine que dans ce Mixte les sels dominent beaucoup sur les souffres.

M. Lémery a tiré de la Manne une liqueur vineuse, comme il en avoit tiré une du Miel *, & par les mêmes operations, qu'il seroit inutile de repeter ici. Son Hidromel de Manne, pour ainsi dire, n'a pas été si fort, ni si agréable au goût que celui de Miel, & il n'y a rien là qui n'eût pû être prévû ; il étoit entré 2 livres de Manne dans cette espece de Vin, & M. Lémery en tira 8 onces d'une Eau de vie, dont il tira encore 1 once ½ d'Esprit ardent, inflammable comme l'Esprit de vin. Cet Esprit de Manne passe pour un bon sudorifique, pris depuis ½ dragme, jusqu'à 1 dragme ½.

* V. l'Hist. de 1707. p. 35. & suiv.

M. Lémery ayant laissé en un lieu chaud pendant une année & demie la liqueur qui étoit restée aprés l'extraction de l'Esprit de Manne, il trouva qu'elle s'étoit aigrie, & avoit déposé au fond des bouteilles 7 dragmes d'un sel essentiel de Manne, blanc, dur, cassant, formé en aiguilles, d'un goût acide mêlé d'un peu de doux. Ce sel est un peu purgatif, pris au poids d'une dragme.

Toute la liqueur acide ayant été distillée, jusqu'à ce qu'il ne restât au fond de la Cucurbite qu'une matiere épaisse en consistence de Miel, M. Lémery trouva que cette matiere pesoit 20 onces, de sorte que des 2 livres de Manne, il s'en étoit consumé 12 onces tant à faire de l'Esprit ardent, qu'à donner le goût ou la qualité acide à la liqueur que l'on avoit distillée.

Les

Les 20 onces de matiere épaiſſe furent encore diſtillées à un feu gradué, & tres-fort ſur la fin. Il s'éleva un Eſprit rougeâtre, brun, d'une odeur de feu, d'un goût âcre, mêlé de quelques gouttes d'huile noire, & il reſta dans la Cornuë 4 onces de charbon rarefié, leger, & inſipide.

Il eſt à remarquer que le Miel, quelque pur qu'il ſoit, contient plus de terre que la Manne, puiſqu'il laiſſe $\frac{1}{4}$ de Charbon *, & qu'elle n'en laiſſe que $\frac{1}{5}$. Le Charbon de la Manne, comme celui du Miel, boüillonne avec l'eau, à la maniere de la Chaux. Il s'y trouve auſſi un peu de fer.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 37.

La Manne, ainſi que les autres ſubſtances douces, perd ſa douceur, dés que l'Acide eſt ſéparé de l'Huile, nouvelle preuve de ce qui a été avancé dans l'Hiſt. de 1706, à l'endroit qui vient d'être cité.

SUR PLUSIEURS EAUX MINERALES DE FRANCE.

UN des premiers travaux de l'Academie naiſſante fut l'examen des principales Eaux minerales du Royaume, mais tranſportées à Paris.

M. du Clos, qui y avoit eu le plus de part, en publia un Traité. Ces Eaux ſont des potions medicinales, qui ſortent toutes préparées des entrailles de la Terre, & quoiqu'apparemment l'Experience ait la premiere découvert leurs vertus, il ſeroit tres-avantageux de les connoître encore par raiſonnement, ſoit pour ſe conduire plus ſûrement dans l'uſage qu'on en fait, ſoit pour l'étendre à de nouvelles maladies, ſoit même pour imiter par Art ces remedes aprêtés par la Nature, & épargner aux Malades de longs voyages, toûjours fort incommodes, & quelquefois dangereux. C'eſt dans toutes ces vûës que l'on a recherché avec beaucoup de ſoin quels Mineraux entroient dans la compoſition de ces Eaux, & en quelle doſe.

M. Morin fit en 1696 un voyage avec feu M. Dodart

aux Eaux de Forges, qu'il ne manqua pas d'étudier. Il est constant qu'elles sont ferrugineuses, & vitrioliques. Il a été dit dans l'Hist. de 1707 * que la solution de Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, mais non-pas l'Esprit de Vitriol, & que la même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer devient noire, mais moins promptement que si on la mêloit avec une solution de Vitriol. Ces experiences découvrent la nature des Eaux de Forges. Quand on y jette de la Noix de Galle en poudre, elles prennent aussitôt une foible couleur de violet, qui pendant une demi-heure se fortifie toûjours, & tire enfin sur le noir, ce qui marque que ce n'est pas du Vitriol qu'elles contiennent, mais une limaille de fer tres-fine & tres-subtile, ou un Esprit vitriolique, qui tient de la nature du fer. Il y a trois sources, la Cardinale, la Royale, & la Reinette; on reconnoît par la couleur plus ou moins foncée qu'elles prennent, & par le plus ou le moins de promptitude dont elles la prennent, que la Cardinale est plus forte que la Royale, & la Royale plus que la Reinette.

* p. 40. & 41.

L'Esprit vitriolique dont ces Eaux sont impregnées s'en dégage en 4 ou 5 jours, puisqu'au bout de ce temps elles ne prennent plus de teinture de la Noix de Galle, toute leur vertu s'évapore avec cet Esprit, & par-là on peut regler la distance à laquelle il est permis de les transporter.

Les trois sources charrient & jettent tous les jours certains floccons de couleur de roüille, si legers & si déliés qu'étant pris entre les doigts ils sont entierement impalpables, & qui cependant ne se laissent pas rompre ni détruire par l'eau, & conservent assés constamment leur figure. Ils ressemblent parfaitement à ce *Saffran de Mars*, qui est une roüillure de fer faite à la rosée ou à la pluïe. Apparemment la superficie des mines de fer par où ces Eaux passent se roüille par leur humidité, & il s'en détache de legeres pellicules de roüillure.

Les effets medicinaux des Eaux de Forges sont trop

connus, pour nous y arrêter ici. Par l'activité & la volatilité de leur Esprit vitriolique, elles penetrent rapidement, ouvrent, entraînent; par la force astringente & par l'*austerité* de ce même Esprit, elles raffermissent les parties solides, leur redonnent le ressort necessaire, & même resserrent les fibres du sang, & en chassent ce qui pourroit alterer leur tissure. Delà il est aisé de conclure quelles seront les maladies ausquelles les Eaux de Forges conviendront, mais il faut s'attendre qu'à cette conclusion générale beaucoup de cas particuliers y feront des exceptions.

M. Morin rapporte une Experience que fit M. Dodart, & qu'il est à propos de remarquer, pour délivrer d'une contrainte assés incommode ceux qui prennent des Eaux de Forges. Il est établi que pendant le temps qu'on en fait usage il est mortel de dormir aprés dîné, & l'on raconte sur cela plusieurs histoires funestes & effraïantes. M. Dodart ne laissa pas de faire un somme tous les jours aprés dîné, dans le temps qu'il prenoit les Eaux, & s'en trouva fort bien. Il falloit être habile Medecin, & de plus courageux, pour oser dormir dans ces circonstances, & peut-être aura-t-on encore besoin de courage pour dormir aprés lui.

Nous avons déja dit dans l'Hist. de 1702 * que M. Chomel, qui a entrepris l'histoire des Plantes d'Auvergne, * p. 44. & qui a couru toute cette Province pour herboriser, en avoit en même temps examiné les Eaux minerales, aussi-bien que celles du Bourbonnois, les deux Provinces du Royaume où il s'en trouve en plus grande quantité. Il a eu sur M. du Clos l'avantage de les examiner sur les lieux, & à leurs sources. Il leur a appliqué à toutes tous les differens *Essais* que la Chimie pouvoit fournir pour en faire découvrir la nature, mais nous n'entrerons point dans ce détail qui seroit trop long, & peut-être ennuyeux par une repetition continuelle, il nous suffira d'en donner les résultats, qui feront voir quels Mineraux sont mêlés dans ces Eaux, & en quelle dose. De la connoissance de ce mê-

lange, M. Chomel n'a pas encore inferé quelles devoient être les vertus medicinales, il attend avec ſageſſe qu'un aſſés grand nombre d'experiences ſûres & uniformes le mette en état de s'aſſurer de la Theorie par les faits.

Il a diviſé les Eaux minerales du Bourbonnois & de l'Auvergne en trois claſſes, en Eaux chaudes, tiédes, & froides. Il a commencé par les chaudes, qui ſont celles de Bourbon Lancy, de Bourbon l'Archambaut, de Bourboule prés Murat, du Mont d'Or, de Chaudes aigues, d'Evaux, de Neris, & de Vichy.

De 1 livre des Eaux de Bourbon Lancy, il a tiré 12 grains de réſidence, c'eſt à dire, de matiere minerale, qui y étoit mêlée. De ces 12 grains, il y en avoit 2 de terre, le reſte étoit un ſel qui par tous les Eſſais paroît lixiviel, ou alkali, & chargé d'une petite portion de ſouffre. M. du Clos y trouvoit un peu moins de terre, & plus de ſel, & croyoit ce ſel tout à fait analogue au ſel marin.

De 1 livre des Eaux de Bourbon l'Archambaut, qu'on appelle ſimplement Bourbon, M. Chomel en a tiré 30 grains de réſidence, ce qui revient à fort peu prés au calcul de M. Geoffroy ſur ces mêmes Eaux, rapporté dans l'Hiſt. de 1702 *, & à celui de M. Burlet dans les Memoires de 1707 *. Les trois Academiciens s'accordent auſſi à trouver que le ſel de ces Eaux eſt âcre, lixiviel, ſemblable à celui des Plantes, & mêlé de quelque portion de ſouffre. M. du Clos ne s'éloignoit pas de ce ſentiment, puiſqu'il rapportoit ce ſel au vrai Nitre ou *Natron* des Anciens, qu'il prenoit pour le ſel fixe ſulphuré des Plantes brûlées.

* p. 43.
* p. 115.

Sur les Eaux de Vichi, M. Chomel n'a fait que confirmer ce qu'en avoient dit M. Geoffroy *, & M. Burlet *.

* v. l'Hiſt. de 1702. p. 43.
* v. les M. de 1707. p. 97. & ſuiv.

De 1 livre des Eaux de Neris, M. Chomel a tiré plus [redacted]ains de réſidence, dont $\frac{1}{10}$ n'étoit qu'une terre. M. [redacted]s en avoit tiré une réſidence plus de 5 fois plus forte. M. Chomel n'a pas trouvé non plus que le ſel de ces Eaux fût un Nitre pur, comme M. du Clos l'avoit ſoupçonné, mais un ſel fort ſemblable à celui des Eaux de Bourbon.

De 1 livre des Eaux d'Evaux, il a tiré un peu plus de 7 grains de résidence, dont $\frac{1}{3}$ étoit de la terre. La résidence trouvée par M. du Clos étoit prés de la moitié moindre. Il croyoit le sel de ces Eaux analogue au sel marin, mais il paroît par les Experiences qu'au sel marin qu'elles contiennent il se joint un sel alkali naturel, & un peu de souffre.

L'Hist. de 1702 * a déja parlé de l'examen que M. Chomel a fait des Eaux du Mont d'Or. 1 livre lui a donné 12 grains de résidence, au lieu que M. du Clos en avoit tiré plus de 2 fois & demi davantage. Ils ne disconviennent pas beaucoup sur le sel de ces Eaux, qui est un Nitre mêlé d'une portion de souffre & d'un Esprit urineux, ou alkali volatil.

* p. 44.

De 1 livre des Eaux de la Bourboule, M. Chomel a tiré 45 grains de résidence, presque entierement saline. Le sel est le même que celui des Eaux du Mont d'Or, mais il doit avoir plus de force, parcequ'il est en plus grande quantité. Ici, M. du Clos, & M. Chomel ne s'éloignoient pas beaucoup l'un de l'autre.

De 1 livre des Eaux de Chaudes-aigues, M. Chomel a tiré plus de 8 grains de résidence, dont $\frac{1}{3}$ étoit de la terre. Le sel est un alkali volatil, mêlé de souffre. M. du Clos sur une même résidence avoit trouvé plus de terre, & moins de sel, peut-être parceque le transport avoit fort alteré les principes, ce qui paroissoit par la mauvaise odeur que l'eau avoit contractée dans les Bouteilles.

SUR LA NATURE DU FER.

MOnsieur Lémery le fils a fait à M. Geoffroy la réponse qui avoit été annoncée dans le Volume précedent. Nous supposons que l'on y ait vû le sujet & l'histoire de leur contestation *.

V. les M. p. 376.

* V. l'Hist. de 1707. p. 45. & suiv.

M. Geoffroy prétendoit que de quelque maniere qu'on se prît à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvoit infini-

ment moins, que quand on l'avoit mêlée avec l'Huile de Lin, & que par consequent ce mêlange produisoit du fer. M. Lémery nie la consequence, car outre le fer qui se découvre aisément dans l'Argille, ne peut-il pas y en avoir encore de caché, qui ne se dévelope que par l'Huile de Lin? Ce n'est-là qu'une pure possibilité, suffisante seulement pour empêcher un raisonnement de conclure, mais voici des preuves de fait, & positives.

Un point fixe dans cette dispute, c'est que tout ce que l'Aiman attire, est fer. Mais on peut facilement mettre du fer en tel état qu'il ne soit plus ou presque plus attiré par l'Aiman, il ne faut que boucher ses pores par quelque matiere soit saline soit huileuse, qui empêche la matiere magnetique de les penetrer librement. M. Lémery ayant versé un Acide sur une certaine quantité de limaille de fer, lui a fait perdre la proprieté d'être attirée par l'Aiman, ensuite il a divisé cette limaille en deux portions égales, à l'une desquelles il a ajoûté de l'Huile de Lin, & les a mises toutes deux sur un même feu, qui étoit mediocre, & pendant un même temps. La portion où il y avoit de l'Huile de Lin est devenuë noire, & a repris sa proprieté magnetique, tandis que l'autre en étoit encore presque entierement privée, & toute rougeâtre, & il a fallu un grand feu de fonte pour la rendre semblable à la premiere. Il est donc bien sûr que l'Huile de Lin, & par consequent toute autre Huile, est propre à faire reparoître un fer déguisé, c'est à dire, que l'Aiman n'attire plus. Ce qui le déguisoit dans l'experience de M. Lémery, c'étoient les Acides qui bouchoient ses pores, & il est tres-vrai-semblable que dans l'Argille où il se trouve certainement du fer tout dévelopé sans aucune operation, il y en ait encore une plus grande quantité d'envelopé sous differentes matieres, qui s'y sont étroitement unies. Nous ne contons point ici ce que l'Huile de Lin, qui comme il a été dit dans l'Hist. de 1707, contient elle-même du fer, en peut ajoûter de son propre fonds à ce que l'Argille en fournit.

Selon ce que nous venons de dire, il n'eſt que tres-vraiſemblable que l'Argille contienne plus de fer envelopé qu'il n'y en paroît, mais il eſt certain qu'une mine de fer qui en donne beaucoup par la fonte, en contient beaucoup. Cependant M. Lémery en a une qui donne beaucoup de fer par la fonte, & qui en laiſſe beaucoup moins paroître au Couteau aimanté, que d'autres mines fort pauvres. Il eſt donc hors de doute que le fer peut être en grande quantité dans quelque matiere, & fort envelopé; & ne ſe découvrir que par la force des operations. Celles que l'on fait pour tirer le fer de ſa mine ſont parfaitement ſemblables à celles qui ſervent à le tirer de l'Argille. On y ajoûte un fondant ſulphureux, qui fait en même temps deux effets, il ſurmonte la difficulté naturelle qu'a le fer à ſe mettre en fuſion, & il le dégage des matieres étrangeres qui le tenoient embarraſſé.

Ce que M. Lémery dit ſur le mêlange de l'Argille & de l'Huile de Lin, il le dit ſur celui de l'Huile de Vitriol, & de l'Huile de Terebenthine, dont M. Geoffroy avoit tiré du fer. Enfin puiſque M. Lémery a prouvé & que ſouvent le fer ne paroît pas où il eſt, & que la terre en eſt pleine, & qu'il peut tres-aiſément monter dans les Plantes, il eſt difficile d'en tirer d'aucune matiere qu'on ne pût legitimement ſoupçonner d'en contenir, & la préſomption ſera toûjours contre la production artificielle d'un Metal, en faveur de ſa préexiſtence.

Les Chimiſtes conviennent que l'on tire des Plantes les principaux Sels mineraux, le ſel Marin, le Nitre, le Vitriol, & il ſuffit à M. Lémery que ce ſoit en forme de Vitriol que le fer monte dans les Plantes. Mais comment ne ſe rend-il pas ſenſible au goût & à la vûë dans leurs ſucs, & dans les Huiles qu'on en tire? Car on ſçait par experience qu'un grain de Vitriol, qui ne tient pas ſa 4me partie de fer étant diſſous dans 12 pintes d'eau, c'eſt à dire une parcelle de fer mêlée avec 884736 parcelles d'eau qui lui ſont égales, léur donne un peu de goût, & les teint d'un rouge leger, lorſqu'on y verſe de la ſolution de Noix

de Galle. M. Lémery répond à cette objection, qui cependant ne l'interesse pas particulierement, que le grand nombre de parties salines, terrestres, huileuses, toutes differentes les unes des autres, & confonduës ensemble dans les sucs des Plantes, empêche le Vitriol de s'y rendre sensible. Il a mis de la solution de Vitriol dans trois Verres, à chacun desquels il a ajoûté un Acide different, la Noix de Galle en quelque quantité qu'il l'ait mise n'a fait aucun effet sur aucun des trois, au lieu qu'elle en eût fait un tres-prompt & tres-manifeste s'ils eussent été sans mêlange.

Pour prouver que le fer des Plantes est en forme vitriolique, ou, ce qui revient à peu prés au même, qu'il est dans les Plantes comme dans le Vitriol, M. Lémery remarque que ni le Vitriol ni les Plantes simplement desséchées ne donnent du fer qui se découvre par l'Aiman, parceque ses pores sont encore entierement bouchés par des Acides, que pour les en dégager, & le rendre par consequent susceptible des impressions de l'Aiman, il faut ou un grand feu de fonte, ou un intermede sulphureux avec un simple feu de calcination, parceque ou la violence du feu chasse les Acides, ou les huiles qui s'envolent aisément les enlevent avec elles, que par cette raison le simple feu de calcination fait paroître le fer des Plantes, qui ont toûjours en elles-mêmes l'intermede sulphureux necessaire, enfin que le fer tiré & des Plantes & du Vitriol est toûjours moins malleable, parcequ'il a perdu dans les operations une grande partie de ses souffres, qui, comme on sçait, font sa malleabilité.

Cette qualité n'est qu'une espece d'accident, qui dépend de la dose des souffres, & par consequent ce n'est pas faire du fer, que de le rendre malleable, lorsqu'il ne l'étoit pas, il ne faut que lui donner plus de souffres, qu'il n'en avoit. Ce n'est pas même faire du fer, que de rendre susceptible des impressions de l'Aiman une matiere qui ne l'étoit pas, s'il suffit pour cela de chasser les Acides, ou les autres matieres étrangeres, qui bouchoient ses pores.

pores. Par-là M. Lémery soûtient que ce n'a point été faire du fer que de donner par l'addition de quelque souffre une forme metallique à cette terre tirée du fer, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1707 *. Elle ne recevoit plus les impressions de l'Aiman, mais comme elle avoit essüyé le grand feu, qui avoit été necessaire pour calciner le fer, elle s'étoit chargée des Acides du bois, ou du charbon. Aprés qu'on l'en avoit délivrée, & qu'elle avoit repris la proprieté d'être attirée par l'Aiman, elle n'étoit point malleable, mais on a vû qu'elle n'en devoit pas moins passer pour de veritable fer, puisqu'il étoit si aisé de lui rendre la malleabilité par quelques souffres. Ainsi, selon M. Lémery, le fer que l'on pourroit se flater d'avoir produit en quelques occasions, n'est qu'un fer legerement déguisé que l'on fait reparoître, & il n'est pas encore temps de concevoir l'agréable esperance de la production artificielle des Metaux.

* p. 44.

DIVERSES OBSERVATIONS
CHIMIQUES.

I.

MOnsieur Morin a rapporté à l'occasion des Eaux de Forges, qu'en ce lieu-là une eau naturelle qui passoit par dessus une digue où il y a du Machefer, prenoit une teinture minerale & ferrugineuse, telle qu'à 7 ou 8 lieuës de cette digue elle se teignoit encore tres fortement en noir, quand on la mêloit avec la Noix de Galle. Le Machefer est une pierre d'où l'on tire du Vitriol, & qui par consequent contient du fer, mais fort envelopé. On voit par-là avec quelle facilité l'eau se charge de fer, & combien aprés cela il lui est difficile de s'en dépoüiller.

II.

M. Homberg a dit qu'ayant mis sur un feu de digestion pendant 2 mois un Vaisseau où il y avoit de l'Huile d'O-

live sur du Mercure, l'Huile s'étoit tellement épaissie & durcie que le Mercure qui étoit dessous n'ayant plus la liberté du mouvement que demande la fluidité, étoit devenu comme une masse parfaitement solide, quoiqu'il fût toûjours coulant de lui-même, car il le redevint dés qu'il fut hors du Vaisseau.

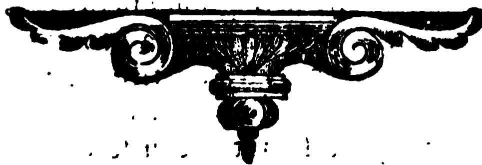
III.

Il y a une Maladie que quelques-uns appellent le *Fer chaud*. Elle consiste en une chaleur insupportable, que l'on se sent monter de l'Estomac le long de l'Oesophage jusqu'à la gorge. M. Homberg a dit que des Yeux d'Ecrevisse pris en poudre sans autre préparation appaisent cette douleur sur le champ. Apparemment elle est causée par de violens Acides, puisque ces Alcali terreux y remedient si sûrement. Ceux qui font un grand usage de la Biere, y sont principalement sujets.

NOus renvoyons aux Memoires

V. les M. p. 102. Les Observations de M. Geoffroy sur les Analises du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marsigli.

V. les M. p. 312. Et un Eclaircissement de M. Homberg sur la nature des Acides & des Alcali, qui doit entrer dans ses Essais de Chimie.





BOTANIQUE.

SUR LA PERPENDICULARITE' DES TIGES DES PLANTES PAR RAPPORT A L'HORIZON.

ON a déja vû dans les Hist. de 1700 * & de 1701 * & combien il est merveilleux que les tiges des Plantes s'élevent perpendiculairement à l'horizon, tandis que leurs racines descendent, & quelle étoit sur cela la pensée de M. Dodart. M. de la Hire en avoit une autre qu'il ne découvrit point par une espece de déference pour son Confrere, mais maintenant il la propose, à l'occasion d'un Ouvrage que la Societé Royale de Montpellier a envoyé à l'Academie pour cette année sur ce même sujet.

V. les M. p. 231.
* p. 61. & suiv.
* p. 47. & suiv.

Il conçoit que dans les Plantes la racine tire un suc plus grossier & plus pesant, & la tige au contraire & les branches un suc plus fin, & plus volatil, & en effet la racine passe chés tous les Phisiciens pour l'Estomac de la Plante, où les sucs terrestres se digerent & se subtilisent au point de pouvoir ensuite s'élever jusqu'aux extremités des branches. Cette difference des sucs suppose de plus grands pores dans la racine que dans la tige & dans les branches, en un mot, une differente contexture, & cette difference de tissu doit se trouver, les proportions gardées, jusque dans la petite Plante invisible que la graine renferme. Il faut donc imaginer dans cette petite Plante comme un point de partage, tel que tout ce qui sera d'un côté, c'est à dire, si l'on veut, la racine, se dévelopera par des sucs plus grossiers qui y penetreront, & tout ce qui sera de l'autre, par des sucs plus subtils.

Que la petite Plante, lorsqu'elle commence à se déve-loper, soit entierement renversée dans sa graine, de sorte qu'elle ait sa racine en haut, & sa tige en bas, les sucs qui entreront dans la racine ne laisseront pas d'être toûjours les plus grossiers, & quand ils l'auront dévelopée, & en auront élargi les pores au point qu'il y entrera des sucs terrestres d'une certaine pesanteur, ces sucs toûjours plus pesans appesantissant toûjours la racine de plus en plus la tireront en embas, & cela d'autant plus facilement, ou avec d'autant plus d'effet, qu'elle s'étendra ou s'allonge-ra davantage, car le point de partage supposé étant con-çû comme une espece de point fixe de levier, ils agiront par un plus long bras. Dans le même temps les sucs vola-tils qui auront penetré la tige, tendront aussi à lui donner leur direction de bas en haut, & par la raison du levier, ils la lui donneront plus aisément de jour en jour, puis-qu'elle s'allongera toûjours de plus en plus. Ainsi la petite Plante tourne sur le point de partage immobile, jusqu'à ce qu'elle se soit entierement redressée.

Comme la racine à mesure qu'elle descend trouve toû-jours dans la terre une grande résistance à son mouve-ment de haut en bas, & qu'au contraire la tige n'en trou-ve aucune à son mouvement de bas en haut, dés qu'elle a gagné l'air, on pourroit dire que delà vient que les ti-ges sont beaucoup plus perpendiculaires à l'horizon que les racines, qui même dans un grand nombre de Plantes s'étendent & se jettent presque horizontalement.

M. de la Hire appuïe par des experiences la mechani-que qu'il a imaginée pour le redressement des Plantes. Nous nous contentons de l'avoir exposée, sa simplicité seule est une preuve.



OBSERVATION BOTANIQUE.

MOnsieur de la Hire a souvent observé que dans le Printemps il tombe des feüilles des Orangers une espece de rosée tres-fine, qui s'attache sur ce qu'elle rencontre, par exemple, sur des morceaux de verre qu'on met sous ces Arbres, & s'y amasse en assés grosses gouttes. Il en tombe aussi des Citronniers. Il a voulu voir de quelle nature elle étoit. Il a jugé que ce n'étoit ni une matiere simplement aqueuse, parcequ'elle ne s'évaporoit point à l'air, ni une resine parcequ'elle se dissolvoit entierement par l'eau, ce que les resines ne font pas à cause de la quantité de leur huile, ni une gomme, parcequ'étant mise sur un papier elle ne s'y sechoit pas tout à fait comme les gommes ordinaires. Tout ce que cette rosée n'est pas, la consistence de Miel liquide qu'elle a sur les feüilles d'où elle sort, & un goût fort sucré, ont fait croire à M. de la Hire que c'est une espece de Manne, pareille à celle dont nous avons parlé cy-dessus *.

* p. 56.

MOnsieur Marchand a donné les Descriptions du *Thlaspi semper virens, & florens*, de la *Linaria lutea vulgaris J. B.* de la *Jacea lutea Cretica foliis Linerariæ*, du *Melocactus Americanus*, de la *Lychnis Sicula glabra Pseudo-Melanthii facie*, du *Papaver spinosum Mexicanum*, & de l'*Anonis purpurea frutescens non spinosa.*

NOus renvoyons entierement aux Memoires

L'Ecrit de M. Reneaume sur la maniere de conserver les Grains. V. les M. p. 63.

Et celui de M. Geoffroy le jeune sur le Nostoch. V. les M. p. 228.

* p. 30. MOnsieur Jean Scheuchzer dont nous avons parlé cy-dessus * à l'occasion de sa Dissertation sur l'Origine des Montagnes, a aussi envoyé à l'Academie un Ouvrage de Botanique imprimé sous ce titre, *Agrostographiæ Helveticæ Prodromus, sistens binas Graminum Alpinorum hactenus non descriptorum, & quorumdam ambiguorum Decades*. C'est un fruit de ce même voyage fait dans les Alpes, qui lui donna lieu de penser à la formation des Montagnes. Parmi toutes les Plantes dont celles-là sont couvertes, il s'attacha particulierement à étudier les differentes especes de *Chien-dent* ou de *Gramen*, parcequ'il est persuadé que cette herbe la plus commune de toutes, & en apparence la plus vile, est en même temps la moins connuë des Botanistes, & celle dont il est le plus difficile de démêler les differentes especes. Ce qu'il a donné sur ce sujet n'est, comme on le voit par le titre, qu'une partie détachée par avance d'un plus grand Ouvrage. Il a representé & dans des descriptions tres-détaillées, & tres-exactes, & dans des planches fort bien gravées 16 especes de Chien-dent, 3 de Jonc, & 1 de Souchet. L'Academie se tient redevable à tous ceux qui, comme Mr Scheuchzer, veulent bien lui marquer leur ardeur pour l'avancement des Sciences, & la rendre témoin de leurs travaux.



ARITHMETIQUE.

* p. 72. MOnsieur Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705 * à l'occasion des Quarrés Magiques, & du Livre qu'il en a composé, a continué d'approfondir cette matiere, & d'instruire l'Academie des progrés qu'il y a faits. On lui avoit

demandé un moyen de carreler un petit Cabinet avec des Carreaux de 12 couleurs differentes, de façon qu'en tout un espace composé de 144 Carreaux il n'y eût aucune bande, soit horizontale, soit verticale, où un même Carreau fût repeté, & qu'en même temps ils fissent quelques compartimens agréables. On voit que cela tombe dans le cas que nous avons appellé dans l'Hist. de 1705, progressions arithmetiques repetées, mais que les compartimens y ajoûtent une condition assés gênante. M. Poignard y a satisfait ingenieusement en disposant son Quarré magique de sorte que les mêmes Carreaux ou nombres fussent repetés dans une certaine étenduë des Diagonales, ce qui donne au Quarré total une espece de figure d'Echiquier. Il a même élevé ce Problême à une plus grande difficulté en s'imposant de nouvelles conditions, qu'il remplit toûjours avec beaucoup d'art. Mais nous ne nous y arrêterons pas, tout cela se peut tirer ou de la Methode qu'il a donnée, ou de celle de M. de la Hire.



ALGEBRE.

SUR LA CONSTRUCTION DES EGALITÉS.

ON ne s'apperçoit que trop souvent en fait de Mathematique, que ce qui n'est pas démontré à toute rigueur, n'est point du tout prouvé, & qu'il n'y a aucune certitude, si elle n'est entiere. V. les M. p. 339.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1705 *, & dans celle de 1707 * que pour construire une Equation déterminée d'un degré quelconque, on prend deux Equations indéterminées d'un degré inferieur, dont chacune exprime un Lieu, * p. 110. & suiv. * p. 73. & suiv.

c'eſt à dire une ligne ſoit droite ſoit Courbe, & que les deux lieux étant tracés, leurs interſections déterminent les points d'où il faut tirer ſur un Axe commun des Appliquées qui repreſenteront les Racines de l'Equation déterminée. Autant qu'elle aura de racines réelles, autant il y aura de ces points d'interſection, & par conſequent de ces Appliquées, & ſi elle a des racines imaginaires, il manquera un pareil nombre de points d'interſection, que les Lieux cependant auroient pû avoir par leur nature, & ſi toutes les racines ſont imaginaires, les Lieux ne ſe couperont point. L'uſage ordinaire eſt que l'on choiſit arbitrairement un des deux Lieux, ou qu'on le ſuppoſe donné, aprés quoi l'autre ſe déduit, & ſe conclut, parcequ'il faut que tous deux enſemble rendent & recompoſent l'Equation déterminée qu'ils doivent conſtruire, ce qui impoſe une certaine neceſſité au ſecond. Cette récompoſition de l'Equation déterminée par les deux Lieux a toûjours paſſé pour une preuve ſuffiſante de la verité de cette Regle, tres-ingenieuſement imaginée par M. Deſcartes. En effet plus on la conſidere, plus elle perſuade par une certaine convenance preſque auſſi forte qu'une neceſſité abſoluë.

Ce n'eſt pas cependant que quelques Geometres n'y euſſent déja ſenti des défectuoſités, mais on étoit encore bien éloigné d'y en trouver autant qu'a fait M. Rolle. On n'en peut imaginer aucune qui n'y ſoit, & qu'il ne démontre par des exemples. Les deux Lieux peuvent avoir plus ou moins d'interſections qu'il n'y a de racines réelles dans l'Equation qu'il faut conſtruire; ils ne ſe coupent point du tout, quoiqu'il y ait des racines réelles; ils ſe coupent, quoiqu'il n'y en ait que d'imaginaires; ils ſe coupent & donnent des Appliquées qui ne ſont point les racines de l'Equation. Il y a plus. On n'a jamais douté que les deux Lieux n'exprimaſſent chacun une ligne ſoit droite, ſoit Courbe, M. Rolle prétend qu'on ſe peut encore tromper à cette ſuppoſition ſi inconteſtable en apparence, que le Lieu ſoit choiſi ſoit conclu peut n'être qu'imaginaire,

ginaire, & ce qui eſt encore plus ſurprenant, qu'il peut étant réel n'exprimer aucune Ligne.

Quoique les Geometres puſſent aſſés legitimement avoir regret à la Regle de M. Deſcartes, ce ſeroit pourtant faire beaucoup pour eux que de les en deſabuſer ſi elle n'étoit pas vraïe; mais M. Rolle fait quelque choſe de mieux, il les en deſabuſe, & la leur conſerve, c'eſt à dire qu'il lui ôte la trop grande étenduë qu'on lui attribuoit, & d'où venoit ſa fauſſeté, & qu'il la remet dans ſes veritables bornes. Le lieu que l'on prend d'abord n'eſt point entierement arbitraire, il doit avoir de certaines conditions; il faut auſſi ſçavoir reconnoître ſi un Lieu, qu'on croyoit toûjours réel, eſt réel ou imaginaire, & en cas qu'il ſoit réel, s'il exprime quelque ligne. Une démonſtration *à priori* de la cauſe des erreurs que M. Rolle a marquées, & de la neceſſité des conditions qu'il demande, dépendroit d'une Theorie d'Algebre & fort nouvelle, & fort curieuſe, & les grands progrés que l'on fait de jour en jour ſemblent promettre que l'on ira bien-tôt juſque-là.



GEOMETRIE.

SUR LES CONCHOIDES EN GENERAL.

QUand le Corps de la Geometrie Elementaire eut été formé chés les Anciens, ils commencerent à tourner leurs recherches ſur les Lignes Courbes, ils ſentirent quel champ s'ouvroit à eux de ce côté-là, & quelle en étoit la fécondité. Delà vient qu'encore aujourd'hui le nom de quelques Courbes eſt ordinairement accompagné V. les M. p. 32.

de celui de leur Inventeur ; on dit la Spirale d'Archimede, la Quadratrice de Dinoſtrate, la Ciſſoïde de Dioclés, la Conchoïde de Nicomede, & même la Parabole, l'Ellipſe, & l'Hiperbole d'Apollonius, quand on veut dire qu'on ne prend ces Courbes que dans le premier degré, qui eſt celui pour lequel Apollonius Pergæus, qui n'en eſt pas l'Inventeur, les a caracteriſées en leur donnant ces noms.

Aujourd'hui on a plus de Courbes, que l'on n'en ſçauroit nommer, car il en naît à chaque moment ſous les pas des Geometres, & d'ailleurs on rend plus générales celles qui ont été connuës des Anciens. C'eſt ce qu'a fait M. de la Hire ſur la Conchoïde de Nicomede.

Soit une ligne droite indéfinie, qu'on appellera *baſe*. D'un point fixe quelconque, ou *pole* pris hors de cette ligne (on le prend ordinairement au-deſſous) on lui tire une perpendiculaire, qui paſſe au-deſſus de la baſe d'une quantité telle que l'on veut. On appellera *Meſure* la partie de cette perpendiculaire qui eſt au-deſſus de la baſe. Enſuite ſi du pole on tire toûjours à droite, ou toûjours à gauche de la perpendiculaire des lignes, qui pareillement paſſent au-deſſus de la baſe d'une quantité toûjours égale à la meſure, il eſt évident qu'en s'éloignant toûjours de la perpendiculaire, ces lignes, & par conſequent auſſi leurs parties ſuperieures ou les meſures, feront toûjours avec la baſe un plus petit angle, ou y ſeront plus inclinées, que par conſequent l'extremité de chaque partie ſuperieure ſera toûjours moins élevée au-deſſus de la baſe, que cependant ces extremités toûjours moins élevées, le ſeront toûjours un peu, & ne pourront ceſſer de l'être que quand l'angle d'inclinaiſon ſera infiniment petit, c'eſt à dire, quand une derniere ligne tirée du pole ſera parallele à la baſe, & ſe confondra avec elle, or c'eſt ce qui ne peut arriver à moins que cette ligne & la baſe ne ſoient en même temps infinies. Les extremités ſuperieures de cette infinité de lignes tirées du pole ſont donc les points d'une Courbe, qui commençant à l'extremité de la perpendi-

culaire où elle est dans son plus grand éloignement de la base, s'en approche toûjours ensuite de plus en plus, & ne peut la joindre qu'au bout d'un espace infini. Nicomede nomma cette Courbe *Conchoïde*, apparemment à cause de son contour, qui a quelque chose de la figure de l'écaille la plus voûtée d'une Huître, posée sur celle qui est la plus platte. Si au lieu que les lignes tirées du pole par la base étoient toutes à la droite, par exemple, de la perpendiculaire, elles sont à la gauche, on formera une autre Conchoïde égale & semblable à la premiere, ou plutôt, la seconde moitié de la Conchoïde totale.

Pour rendre plus générale la formation de la Conchoïde, M. de la Hire prend pour base une Courbe quelconque, & il permet que la ligne tirée du pole à la base, & celle qui va de la base à la Conchoïde, ne soient point une même ligne droite, mais fassent entr'elles un angle quelconque. Le pole peut aussi être pris sur la base même, quand la base est une Courbe qui rentre en elle-même, comme un Cercle, ou une Ellipse. Enfin de toutes les conditions de la Conchoïde de Nicomede, M. de la Hire ne conserve que l'égalité perpetuelle des lignes tirées de la base à la Conchoïde, ou des mesures. Il appelle *regles* les lignes correspondantes tirées du pole à la base. Il donne ensuite des methodes générales pour trouver les Tangentes, les espaces, les longueurs des Conchoïdes ainsi formées.

Le point principal de sa Theorie, & en même temps ce qu'elle a de plus fin, consiste en ce qu'il a démêlé par quel mouvement se décrit un arc quelconque de la Conchoïde infiniment petit, & pour le faire mieux entendre, nous l'allons expliquer dans la Conchoïde de Nicomede, la plus simple de toutes.

Un arc de cette Conchoïde infiniment petit est décrit par l'extremité superieure d'une mesure, qui passe d'un point de la base sur un autre infiniment proche, & en même temps devient plus inclinée qu'elle ne l'étoit auparavant. Si elle ne faisoit que passer d'un point de la base sur

un autre, elle ne décriroit par ſon extremité ſuperieure qu'une ligne droite parallele & égale à la partie correſpondante de la baſe. Si elle ne faiſoit que s'incliner davantage, elle ne décriroit qu'un arc circulaire infiniment petit, qui meſureroit ſon augmentation d'inclinaiſon. Mais comme elle fait ces deux mouvemens en même temps, elle décrit une ligne compoſée des deux. Il faut donc tirer par ſon extremité ſuperieure une ligne infiniment petite parallele à la baſe, enſuite prendre pour centre le point de la baſe ſur lequel la meſure s'eſt avancée, & de cette meſure priſe pour rayon décrire un arc circulaire infiniment petit, qui eſt, ſi l'on veut, une petite ligne droite, mais inclinée à la baſe. La poſition de la meſure ſur la baſe détermine neceſſairement l'angle que font enſemble ces deux petites lignes. La ſoûtendante de cet angle eſt la ligne infiniment petite du mouvement composé de la meſure, ou un arc Conchoïdal infiniment petit.

On peut pouſſer encore cette idée plus loin, en conſiderant de plus prés les deux *Elemens* du petit arc Conchoïdal. Que l'on conçoive la baſe diviſée en parties infiniment petites toutes égales entr'elles, & par tous les points de diviſion des lignes tirées du pole à la Conchoïde. Il eſt clair que deux quelconques d'entre ces lignes, pourvû qu'elles ſoient conſecutives, feront entr'elles au pole un angle infiniment petit, puiſque la ſoûtendante en ſera infiniment petite. Il eſt clair encore que ces angles, quoiqu'infiniment petits, ſeront tous inégaux entr'eux, & iront en décroiſſant, à meſure que les lignes tirées du pole à la Conchoïde s'éloigneront de la perpendiculaire, qui eſt la premiere de toute cette ſuite de lignes, car en s'éloignant de cette perpendiculaire les lignes tirées du pole à la baſe ſeront toûjours plus longues, & ſeront par conſequent de plus grands rayons de cercles, pour des angles qui n'auront toûjours qu'une ſoûtendante égale. Enfin il eſt clair que chacun de ces angles-là ſera égal à l'angle correſpondant, dont la meſure augmentera ſon

inclinaison sur la base. Delà il suit, dans cette supposition de la base divisée en parties infiniment petites égales, que les deux Elemens dont un petit arc Conchoïdal est formé, le droit est toûjours égal, & le circulaire toûjours décroissant depuis l'origine de la Courbe, & qu'en cela consiste la variation perpetuelle de cet arc.

A l'origine de la Conchoïde, où la mesure est perpendiculaire à la base, l'Element circulaire lui est necessairement parallele, aussi-bien que le droit qui l'est toûjours, par consequent ils sont posés bout à bout en ligne droite, & font entr'eux un angle de 180, & l'arc Conchoïdal, qui est toûjours la soûtendante de leur angle, est égal à leur somme, & parallele à la base. D'un autre côté, à l'extremité de la Courbe, l'Element circulaire, qui a toûjours décrû, devient nul, ou, ce qui est la même chose, un infiniment petit du second genre, & alors il ne reste que l'Element droit, qui est la derniere partie de la base, d'où il suit que l'arc Conchoïdal n'est plus que cette derniere partie infiniment petite de la base, ou, ce qui est la même chose, que la Conchoïde à son extremité infiniment éloignée de son origine devient parallele à sa base, ou plutôt se confond avec elle, ou enfin que la base en est la Tangente.

Les Tangentes ne se peuvent appliquer aux Courbes que par leur convexité; par consequent, puisque la Conchoïde à son origine est parallele à la base, elle a sa Tangente à ce point du côté opposé à la base, ou, ce qui est le même, elle est concave du côté de la base, & puisqu'à son extremité la base est sa Tangente, elle est alors convexe du côté de cette même base. Donc la Conchoïde de concave qu'elle étoit à son origine, devient convexe à son extremité, & par la Loi générale des Courbes, il faut qu'elle ait un point moyen où elle passe de la concavité à la convexité, c'est à dire, un point d'*inflexion*, ou de *recourbement*.

Aprés que les deux Elemens ont fait entr'eux un angle de 180 à l'origine de la Courbe, ils viennent à en faire un

de 90 à l'extremité, car l'Element circulaire eſt toûjours perpendiculaire à la meſure, qui eſt ſon rayon, & alors la meſure eſt confonduë avec la baſe, ou avec l'Element droit, qui en eſt la derniere partie infiniment petite. Quoique l'Element circulaire ſoit alors nul par rapport au droit, la poſition qu'ils ont l'un par rapport à l'autre n'en eſt pas moins réelle. L'angle des deux Elemens va donc toûjours en décroiſſant depuis 180 juſqu'à 90, tandis que la grandeur de l'Element circulaire décroît toûjours auſſi juſqu'à zero.

L'arc Conchoïdal diminuë toûjours pareillement depuis l'origine de la Courbe juſqu'à l'extremité, puiſqu'à l'origine il eſt égal à la ſomme des deux Elemens, & qu'à l'extremité il n'eſt plus que l'Element droit. Il diminuë par deux principes, & parceque l'angle des deux Elemens dont il eſt la ſoûtendante décroît toûjours, & parceque l'Element circulaire décroît auſſi, car il eſt viſible que la Diagonale d'un Parallelogramme décroît, ſoit que l'angle, dont elle eſt la ſoûtendante, décroiſſe, les côtés demeurant les mêmes, ſoit que, l'angle demeurant le même, un des côtés décroiſſe.

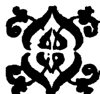
La Theorie de la Conchoïde de Nicomede bien entenduë peut donner beaucoup de facilité pour d'autres Conchoïdes, par exemple, pour celle dont la baſe ſeroit une Parabole, & le pole le foyer de cette Parabole, ou pour celle dont la baſe ſeroit un Cercle, & le pole l'extremité d'un de ſes diametres. Cette derniere a été appellée le *Limaçon de M. Paſcal.* Il eſt clair qu'on en peut imaginer une infinité d'autres ſans ſortir des conditions que M. de la Hire preſcrit, mais il forme toûjours ſon petit arc Conchoïdal de deux Elemens, dont l'un eſt égal & parallele à une partie infiniment petite de la baſe quelconque, & l'autre eſt un arc circulaire dont la meſure eſt le rayon, & delà il tire toûjours les longueurs & les eſpaces des Conchoïdes.

Elles n'ont pas toutes des points d'inflexion, comme celle de Nicomede. M. de la Hire démontre que dans

celles qui en ont un, on peut toûjours, en le trouvant par les methodes générales, trouver la longueur de la mesure, qui a servi à former la Conchoïde, & par consequent comme celle de Nicomede a un point d'inflexion, on peut toûjours trouver la longueur de sa mesure, lorsqu'elle est inconnuë, car il est évident qu'avec un même pole, une même base, & une même distance du pole à la base, cette Conchoïde peut avoir une infinité de mesures differentes, ou plutôt que ce seront autant de differentes Conchoïdes d'une même espece.

Plus la mesure d'une Conchoïde de Nicomede est petite, plus la Conchoïde devient convexe prés de son origine, ou, ce qui revient au même, s'il y a une infinité de Conchoïdes décrites sur un même pole, & sur une même base droite, mais sur autant de mesures differentes toûjours plus petites, leurs points d'inflexion iront toûjours en s'approchant de l'origine commune de ces Conchoïdes, & M. de la Hire prouve que la suite de ces points formera une Courbe, qui sera une seconde Parabole cubique.

Encore une remarque importante de M. de la Hire sur ce sujet, c'est que la regle & la mesure étant posées directement, les Conchoïdes sont toûjours geometriques, pourvû que leurs bases le soient aussi. Delà vient que la Conchoïde de Nicomede est geometrique. Cette proprieté des Conchoïdes répond à celle des Roulettes, que nous avons rapportée dans l'Hist. de 1707 *. * p. 66.



SUR LA RECTIFICATION DES ROULETTES,

Dont la Génératrice est un Cercle, & la Base un autre Cercle quelconque.

V. les M. p. 86.

C'Est ici une dépendance de la Theorie générale de M. Nicole sur les Roulettes, rapportée dans l'Hist. de 1707 *. Nous avons dit dans celle de 1701 * en quoi consiste l'art général de rectifier les Courbes. On prend par le sistême des Infiniment petits l'expression algebrique d'un arc infiniment petit ou Element de la Courbe proposée, qui n'est qu'une petite ligne droite, si cette expression qui est differentielle se peut integrer, c'est à dire, si on peut trouver la somme finie, dont la petite ligne droite qu'elle represente est un terme infiniment petit, on a une somme d'une infinité de petites lignes droites, égale par consequent à une ligne droite finie, & en même temps à un arc fini de la Courbe, ou, ce qui est la même chose, la Courbe est rectifiée.

* p. 63. & suiv.
* p. 84.

M. Nicole n'entreprend ici de rectifier que les Roulettes, dont la Génératrice est un Cercle, & la Base un autre Cercle quelconque, & quoique cette espece de Roulettes soit assés limitée, elle ne laisse pas de comprendre une infinité d'especes. Car, 1°. le rapport des deux Cercles, dont l'un est la Génératrice, & l'autre la Base, n'est point déterminé, & il entre dans cette recherche, jusqu'à la Cycloïde ordinaire, qui a pour base un Cercle infini, ou une ligne droite. 2°. La position du point décrivant sur le plan infini du Cercle générateur n'étant point déterminée non-plus, deux Cercles déterminés, l'un pris pour génératrice, l'autre pour base, peuvent toûjours produire une infinité de Roulettes.

L'expression de l'Element de cette Roulette générale étant

étant trouvée, l'integration conduit M. Nicole à une Ellipse, dont les deux axes sont deux lignes connuës, & qui est telle qu'un arc quelconque du quart de cette Ellipse, est toûjours à l'arc correspondant de la Roulette générale, ou le quart de l'Ellipse à la Roulette entiere, comme le rayon du Cercle base, à ce même rayon plus celui du Cercle generateur.

On auroit donc la rectification de la Roulette générale par celle de l'Ellipse, si l'Ellipse étoit rectifiable, mais comme elle ne l'est pas, on a du moins, comme par une espece de supplément, le rapport des longueurs de deux Courbes non rectifiables exprimé par deux lignes droites. Cette rectification avoit déja été démontrée en 1695, par M. Varignon, qui avoit pris une autre route.

Si dans quelque cas particulier de la Theorie générale, l'Ellipse peut devenir ligne droite, il est clair que la Roulette de ce cas-là sera rectifiable. Or c'est ce qui arrive, quand on place le point décrivant sur la circonference du Cercle générateur. Alors on voit que le petit axe de l'Ellipse devient nul, le grand demeurant le même, & par consequent l'Ellipse n'est plus qu'une ligne droite, égale à ce grand axe. Alors aussi la Roulette est *simple*, & delà il suit que de toutes les Roulettes produites par deux Cercles quelconques, il n'y a que les simples qui soient rectifiables, & que les *allongées* ou *accourcies* * ne le sont pas.

* V. l'Hist. de 1706. p. 74. & 75.

La Cycloïde ordinaire étant du nombre de ces Roulettes simples, elle doit donc être rectifiable, & en effet il y a long-temps que l'on sçait qu'elle l'est. Dans les suppositions presentes, elle est égale au grand axe de cette Ellipse qui a dégeneré en ligne droite, & ce grand axe est égal à 4 fois le rayon du Cercle générateur.



SUR LES COURBES A L'INFINI

Produites par le mouvement d'une ligne droite, qui passe toûjours par un point fixe, & parcourt par une de ses extremités une ligne quelconque.

V. les M. p. 197.

NOus avons déja rapporté tant d'exemples de Courbes, soit anciennes, soit modernes, renduës infiniment plus générales par les derniers Geometres, qu'il n'est plus question de relever sur cela, ni leur industrie, ni leur amour pour les difficultés. Il est vrai que le nouveau Calcul qu'ils ont en main les met en état de tout entreprendre.

* p. 56. & suiv.

M. Carré dans les Memoires de 1705 * a examiné une Courbe qui se forme ainsi. On prend pour un point fixe l'extremité du diametre d'un demi-Cercle, ou, pour se faire une image plus sensible, on conçoit à cette extremité un anneau infiniment petit. Le diametre se meut, & parcourt par une de ses extremités la circonference du demi-cercle, mais il passe toûjours par l'anneau, de sorte que son autre extremité décrit necessairement une certaine Courbe. Si ce diametre, comme il est naturel de le supposer, commence à parcourir le demi-Cercle par son extremité opposée à l'anneau, sa partie *parcourante*, que je conte d'un point quelconque du demi-Cercle jusqu'à l'anneau, décroît toûjours, & sa partie *décrivante* que je conte depuis l'anneau jusqu'à la Courbe qui s'engendre, croît toûjours.

M. de Reaumur a élevé cette Courbe à une généralité infiniment plus grande, en supposant au lieu du demi-Cercle parcouru une ligne quelconque droite ou Courbe, & en laissant la liberté de placer le point fixe où l'on voudra. La formation de la Courbe générale de M. de Reau-

mur a quelque rapport à celle de la Conchoïde générale rapportée cy-dessus *. Mais dans celle-ci la ligne droite qui parcourt une ligne & en décrit une autre, part toûjours d'un point fixe, & varie de grandeur; dans l'autre, la ligne droite qui fait la même fonction, ne fait que passer toûjours par un point fixe, & demeure la même. * p 73.

Cette génération supposée, il est visible que la partie décrivante de la ligne droite est toûjours l'hipotenuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtés sont l'Abscisse & l'Ordonnée correspondante de la Courbe qui se produit. Cela seul fait l'Equation générale dont M. de Reaumur a besoin, & il est certain qu'il ne peut y en avoir une plus simple. Quand on specifie ensuite la ligne *parcouruë* ou *génératrice*, & qu'on détermine le point fixe, la partie parcourante de la ligne droite, & par consequent aussi la décrivante, tirent delà une specification, qui détermine la Courbe produite.

M. de Reaumur applique sa Formule générale à 5 hipotheses differentes; il prend successivement pour la ligne parcouruë, la ligne droite, les 3 Sections Coniques, & la Spirale générale, que nous avons expliquée dans l'Hist. de 1704 *. Nous ne pouvons le suivre dans le détail purement geometrique, & fort exact, où il entre sur les Courbes produites; il en donne les Tangentes, les plus grandes ou plus petites Ordonnées, les plus considerables positions par rapport aux Axes, les differens Rameaux, les Quadratures, &c. ce qui demande beaucoup de Calcul differentiel, & même d'Integral. Nous ferons seulement ici deux remarques. * p. 47. & suiv.

1°. Quand la Courbe parcouruë est une Ellipse, & que la ligne droite qui la parcourt est son grand Axe, il est bien aisé de changer cette Ellipse en Cercle, & alors on retombe dans la seule hipothese que M. Carré ait examinée. La Courbe qui en naît est une Epicycloïde, dont la génératrice & la base seroient deux Cercles égaux, de sorte que la génération des Courbes de M. de Reaumur, quoiqu'assés differente en général de celle des Roulettes,

revient pourtant au même en ce cas-là.

2°. Quelque espece particuliere de la Spirale générale que soit la Courbe parcouruë, celle qui en naît est toûjours la même Spirale. Aprés ce que nous avons dit de la Spirale Logarithmique dans l'Hist. de 1705 *, il semble que ce soit-là une destinée attachée aux Spirales.

* p. 145.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETÉ DE LA CYCLOIDE.

V. les M. p. 224.

IL semble aussi qu'une destinée particuliere attachée à la Cycloïde, comme nous l'avons déja dit ailleurs, lui donne préferablement aux autres Courbes, un plus grand nombre de proprietés remarquables. On sçavoit qu'elle se reproduit elle-même par le dévelopement, que ses arcs inégaux sont toûjours parcourus en temps égaux par un Pendule, qu'elle est la Courbe *de la plus vîte Descente* *; aprés tout cela, M. Parent lui a trouvé encore cette proprieté nouvelle & singuliere, qu'*un Corps qui la décrit ou la suit, en tombant librement & par son propre poids, la presse toûjours également dans chacun de ses points*.

* V. l'Hist. de 1699. p. 66. & 67.

Aprés la démonstration de M. Parent, qui convainquit tous les Geometres, M. Saurin fit reflexion qu'il falloit bien se garder de confondre ce Problême avec un autre qu'a résolu feu M. le Marquis de l'Hôpital, & qui cependant pourroit être pris pour le même. Il fut énoncé en ces termes dans l'Hist. de 1700 *. *Trouver dans un plan vertical une ligne Courbe, telle qu'un Corps qui la décriroit descendant librement, & par son propre poids, la pressât toûjours dans chacun de ses points, avec une force égale à sa pesanteur absoluë*. M. de l'Hôpital trouva une Ligne toute differente de la Cycloïde, & si differente qu'elle étoit geometrique, au lieu que la Cycloïde est mechanique,

* p. 78.

& par consequent si les deux Questions étoient la même, l'une ou l'autre Solution seroit bien fausse. Or elles sont vraïes toutes deux. La difference des Problêmes ne vient point de ce que dans le second la force égale, qui presse la Courbe, doit être égale à la pesanteur absoluë du Corps. On peut retrancher cette condition sans rien changer à ce Problême, il suffit que la force qui presse soit toûjours égale. La difference est beaucoup plus délicate, quoique tres-réelle, & vient d'une source plus éloignée, où nous allons tâcher de remonter sur les pas de M. Saurin. Nous y trouverons en même temps les premiers principes de la démonstration de M. Parent.

Un Corps pesant, qui tombe librement en suivant une Courbure concave, la presse & par son poids, & par sa force centrifuge, & la presse à un point quelconque selon que ces deux causes agissent plus ou moins. Ce poids agit d'autant plus, que l'Element infiniment petit de la Courbe sur lequel il est posé en cet instant, est plus incliné à l'Horizon, & n'agit jamais entier que quand cet Element est infiniment incliné, ou horizontal. La force Centrifuge agit d'autant plus que la vîtesse du Corps en cet instant est plus grande, & que le Rayon de la Dévelopée de la Courbe à ce point est plus petit. Ces principes ont été expliqués ailleurs plus au long *. La pesanteur, & la force Centrifuge, toutes deux ayant une action inégale, sont donc tout ce qui compose la *force* du Corps qui presse la Courbe.

* V. l'Hist. de 1700. p. 78. 79. & 80. & celle de 1706. p. 60.

D'un autre côté, un Corps en mouvement qui presse un plan le presse d'autant moins qu'il se meut plus vîte, parcequ'il s'y applique d'autant moins de temps, & que le nombre des percussions rëiterées de sa pression est plus petit. On a vû quelquefois la Rouë d'un Carosse passer sur le bras d'un Homme sans le casser, parceque le Carosse alloit fort vîte, & il y a d'autres exemples de grandes forces qui n'agissent point faute d'un temps suffisant. Le Corps qui tombe selon la Courbe la presse donc d'autant moins, ou, ce qui est la même chose, y fait d'autant

moins d'*impreſſion* qu'il ſe meut plus vîte.

On voit par-là combien ce ſont deux choſes differentes, que la force qui preſſe la Courbe, & l'impreſſion faite ſur la Courbe, non que l'impreſſion ne ſoit d'autant plus grande que la force l'eſt auſſi, mais elle ajoûte à cela d'être d'autant plus grande que la Vîteſſe eſt plus petite. En un mot, elle ſuit en même temps la raiſon droite de la Force, & la raiſon renverſée de la Vîteſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, eſt compoſée de ces deux raiſons.

La Courbe, que M. de l'Hôpital a trouvée, devoit être preſſée en toutes ſes parties par une Force toûjours égale à la peſanteur abſoluë du Corps, c'eſt à dire que les actions variables de la peſanteur & de la Force centrifuge devoient faire une ſomme toûjours égale au poids abſolu. Auſſi voit-on qu'à l'origine de cette Courbe la Force centrifuge eſt double de la peſanteur abſoluë, qui tire alors ſelon une direction entierement oppoſée à la ſienne, & agit toute entiere, d'où il ſuit que la moitié de l'action de la Force centrifuge eſt détruite, & que ce qu'il en reſte n'eſt qu'égal à la peſanteur abſoluë. Enſuite juſqu'à un certain point, la Force centrifuge, quoiqu'elle diminuë toûjours, eſt toûjours plus grande que la peſanteur abſoluë, mais ſon action eſt détruite en partie par celle de cette peſanteur qui tire obliquement contre elle, & l'eſt préciſément autant qu'il faut pour conſerver l'égalité eſſentielle à la Courbe. Il vient un point où la Force centrifuge n'eſt qu'égale à la peſanteur abſoluë, mais alors cette peſanteur n'a nulle action pour preſſer la Courbe, parcequ'elle ne tire que parallelement à ce petit côté de la Courbe. Aprés cela, juſqu'à l'extremité de la Courbe, qui s'étend à l'infini, la Force centrifuge, toûjours moindre que la peſanteur abſoluë, eſt toûjours aidée préciſément autant qu'il le faut par l'action de cette peſanteur, qui tire en même ſens qu'elle, & ſe fortifie toûjours, juſqu'à ce qu'enfin à l'extremité de la Courbe, la Force centrifuge devienne nulle, & alors la peſanteur abſoluë agit toute entiere. Mais depuis l'origine de la Courbe juſqu'à

ſon extremité infiniment éloignée, la hauteur d'où le Corps tombe, & par conſequent ſa viteſſe augmente toûjours, juſqu'à devenir enfin infinie, ce qui fait que la Courbe toûjours preſſée par une force égale, l'eſt toûjours moins, & enfin infiniment peu. En effet un Corps qui ſe meut infiniment vîte ſur un plan, n'y peut faire qu'une impreſſion infiniment petite.

Comme il eſt neceſſaire que la viteſſe d'un Corps, qui tombe le long d'une Courbe, augmente toûjours à chaque point, & que de ce chef la Courbe depuis ſon origine ſoit toûjours moins preſſée, il eſt clair que ſi l'on veut qu'elle le ſoit toûjours également, la force, c'eſt à dire, la Force centrifuge & l'action de la peſanteur priſes enſemble, doivent toûjours augmenter en même raiſon que la viteſſe du Corps. M. Parent a démontré qu'elles croiſſoient ſelon cette proportion dans la Cycloïde, & par conſequent elle eſt la Courbe toûjours également preſſée, quoique par une force toûjours plus grande, au lieu que la Courbe de M. de l'Hôpital eſt toûjours moins preſſée par une force toûjours égale.

M. Parent a remarqué que dans la Cycloïde, non-ſeulement la ſomme de l'action de la peſanteur, & de la Force centrifuge eſt toûjours proportionnée à la viteſſe, mais que les deux quantités, dont cette ſomme eſt formée, ſont toûjours égales entr'elles. Quand le Corps qui tombe eſt arrivé au dernier petit arc de la Cycloïde, ſa peſanteur y agit toute entiere, parceque cet arc eſt horizontal, & par conſequent la Force centrifuge eſt alors égale à la peſanteur abſoluë, & la force totale double de cette peſanteur. Comme la viteſſe n'eſt alors que finie, l'impreſſion faite ſur la Courbe eſt finie auſſi.

Puiſque l'impreſſion faite ſur la Cycloïde eſt par tout égale, il faut donc qu'elle ſoit finie dés l'origine de la Cycloïde, cependant on y trouve & la Force centrifuge, & l'action de la peſanteur infiniment petites, & il paroît d'abord paradoxe qu'une force infiniment petite puiſſe faire une impreſſion finie. Mais ce qui réſout la difficulté, &

peut-être eſt-ce encore un paradoxe qu'elle puiſſe être réſoluë par là, c'eſt que la viteſſe eſt alors infiniment petite. Si, comme nous l'avons dit, une force finie avec une viteſſe infinie ne fait qu'une impreſſion infiniment petite ſur un plan, une force infiniment petite avec une viteſſe infiniment petite fera une impreſſion finie. Car ſi dans le premier cas la promptitude infinie du paſſage de la force ſur le plan, abaiſſe l'impreſſion qu'elle y fait infiniment au-deſſous du genre dont eſt la force, il faut que dans le ſecond la lenteur infinie du paſſage éleve l'impreſſion infiniment au-deſſus du genre dont eſt la force. On trouvera la même choſe par un calcul d'une ligne, en ſuppoſant, comme nous l'avons dit, que les impreſſions ſuivent la raiſon droite des forces, & la raiſon renverſée des viteſſes.

En tranſportant au Cercle les principes qui ſervent à trouver les impreſſions faites ſur la Cycloïde, M. Saurin a démontré que dans le Cercle la force totale croît comme les quarrés des viteſſes, & par conſequent ſelon une plus grande proportion que dans la Cycloïde, d'où il ſuit que l'impreſſion faite ſur la Cycloïde étant par tout la même, elle doit toûjours croître dans le Cercle. Si un Corps tombe dans un quart de Cercle décrit ſur un rayon double de celui du Cercle générateur d'une Cycloïde, il aura toûjours à un point quelconque du quart de Cercle la même viteſſe qu'il auroit euë au point correſpondant de la Cycloïde, & Mrs Saurin & Parent ont remarqué que l'impreſſion ſur le dernier petit arc de la Cycloïde ſeroit à l'impreſſion ſur le dernier petit arc de Cercle, comme 2 à 3. Tout cela, ainſi que M. Saurin le fit voir, n'eſt qu'une ſuite de la Solution de M. de l'Hôpital. En ſubſtituant dans ſon Problême l'impreſſion au lieu de la force, on trouve auſſi-tôt les proprietés de la Cycloïde & du Cercle par rapport à cette impreſſion, & on trouvera auſſi celles de telle autre Courbe qu'on voudra.

SUR

SUR UNE METHODE DE DECRIRE DE GRANDS ARCS DE SECTIONS CONIQUES.

LOrſque dans l'Architecture deux *Piédroits* paralleles entr'eux, ou inclinés l'un à l'autre, ce qui arrive ſouvent dans les fortifications à cauſe des grands talus, & des biais, doivent porter une Voute d'une courbure quelconque, mais dont la hauteur ne doit pas paſſer une certaine ligne que l'on aura déterminée ; ſi l'on demande à un Architecte que cette Voute ſoit un arc de Section Conique, il doit ſur ce qui lui eſt donné trouver le centre de la Section, ſi elle en peut avoir un, & l'eſpece dont elle eſt, car les deux Piédroits ſont toûjours deux Tangentes de l'arc aux points où ils lui donnent naiſſance, & la ligne qui détermine la hauteur de la Voute eſt une autre Tangente. Mais comme il arrive en pluſieurs cas que le centre de la Section en eſt ſi éloigné, que l'Architecte ne le peut marquer ſur le Mur où il fait ſon *trait*, s'il n'a que la direction ou la poſition d'un diametre, c'eſt à dire, d'une ligne qui paſſeroit par ce centre, il lui ſera alors plus difficile de décrire la Courbe, & de la décrire exactement. V. les M. p. 189.

M. de la Hire donne pour cette deſcription une Methode tres-ſimple, fondée ſur les proprietés qu'il a démontrées dans ſon Traité des Sections Coniques imprimé en 1685 in-fol. Il tire d'abord un ſecond diametre qui par ſa poſition à l'égard du premier, & par le point où il concourt avec lui ſoit au-deſſus, ſoit au-deſſous de la Section Conique, détermine de quelle eſpece elle eſt, aprés quoi on en trouve les points. Le prix d'une Methode geometrique augmente à proportion qu'elle demande moins de choſes connuës, & quelle ſemble deviner davantage.



ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR D'UNE TACHE DE JUPITER.

V. les M. p. 235.

LA révolution de Jupiter sur son axe en 10 heures, moins quelques minutes, a été découverte & determinée par le mouvement d'une Tache assés considerable que M. Cassini commença d'appercevoir sur le disque de cette Planete en 1665. Il continua de la voir pendant prés de 2 ans, & elle lui parut fixe pendant tout ce temps-là, de sorte que & par sa grandeur, & par son adhérence au disque de Jupiter, & par le grand nombre de ses révolutions, elle eut toutes les conditions necessaires pour donner sûrement le temps de la révolution de Jupiter sur son axe. Sa figure & sa situation par rapport aux Bandes paralleles qui paroissent dans Jupiter, furent tres-exactement remarquées.

Elle disparut entierement en 1667, & ne reparut qu'en 1672, aprés quoi elle fut visible pendant prés de 3 ans; enfin, pour abreger cette histoire, depuis 1665 jusqu'en 1708 elle a paru 8 fois, sa plus longue apparition a été de 3 ans, le plus long intervalle pendant lequel elle ait été invisible, a été de 14, & c'est le dernier de tous, au bout duquel M. Maraldi la revit au mois d'Avril de cette année. Il ne paroît dans tout cela aucune regularité, aucune proportion entre les temps où elle paroît, & ne paroît plus, seulement elle est reguliere en ce que quand elle reparoît, c'est précisément au même endroit du disque de Jupiter où elle devroit être par la révolution de 10 heures, supposé qu'elle fût permanente & fixe, car quoique la derniere fois qu'elle a paru, elle ait été de la

valeur de 2 heures moins avancée ſur le diſque de Jupiter qu'elle n'eût dû être par la révolution de 10 heures, cette difference peut n'être comptée pour rien, puiſque, ſelon le calcul de M. Maraldi, une erreur d'$\frac{1}{4}$ de ſeconde dans la révolution de 10 heures, erreur preſque abſolument inévitable, produira plus de 2 heures $\frac{1}{2}$ en 43 ans, intervalle des deux apparitions de 1665 & de 1708.

Le diametre apparent de cette Tache eſt au moins la 17me partie du diametre apparent de Jupiter, & par conſequent ſon diametre n'eſt pas d'une moitié entiere plus petit que celui de la Terre, qui en eſt la 10me partie.

La difficulté eſt de ſçavoir ſi les retours de cette Tache tiennent à quelque choſe de connu, ſoit qu'ils y tiennent comme à une cauſe, ou ſimplement comme à une circonſtance, qui les accompagne toûjours, & ſi ce Phenomene a rapport à quelque autre Phenomene qu'on ait obſervé dans l'Univers.

Si les retours de la Tache ſe faiſoient toûjours ou dans l'Aphelie, ou dans le Perihelie, ou enfin dans quelque autre diſtance déterminée de Jupiter au Soleil, on pourroit croire qu'elle dépendroit de quelque ſaiſon de Jupiter, comme les Néges qui couvrent ſur la Terre de grands Païs à la fois, & qui de loin en changeroient l'apparence, dépendent de la ſaiſon de l'Hiver. Cependant, à conſiderer la choſe d'un peu plus prés, les differentes diſtances de la Terre au Soleil ſur l'Excentrique qu'elle parcourt n'ont aucun rapport aux ſaiſons, & l'Aphelie de la Terre qui eſt preſentement en Eté ſera un jour en Hiver, ſans qu'il arrive d'autre changement. D'ailleurs l'axe de la révolution journaliere de Jupiter eſt preſque perpendiculaire à ſon Orbite, au lieu que celui de la Terre eſt conſiderablement incliné à l'Ecliptique, & delà il ſuit neceſſairement qu'il y a dans Jupiter un Equinoxe perpetuel, & tres-peu de variation de ſaiſons. Mais enfin, ce qui décide abſolument, M. Maraldi remarque par une ſuite d'obſervations de 43 ans, que les retours de la Tache n'ont aucun rapport aux differentes diſtances de Jupiter au Soleil.

Le Soleil a auſſi des Taches, & quoique le Soleil & les Planetes, & par conſequent auſſi leurs Taches, ſemblent devoir être d'une nature tres-differente, on ne laiſſe pas d'examiner ſi elles n'auroient point quelque reſſemblance, plutôt que de rien negliger. Nous avons dit dans l'Hiſt. de 1707 * que les Taches qui paroiſſent en ſi grande quantité dans le Soleil ſont preſque toutes dans ſon Hemiſphere meridional. Celle de Jupiter dont il s'agit ici eſt pareillement dans l'hemiſphere meridional de cette Planete, adhérente à une des Bandes qu'on y diſtingue, & même de toutes les Taches differentes de celle-cy qui ont paru en grand nombre dans Jupiter depuis 40 ans, il y en a eu beaucoup plus dans ce même hemiſphere que dans l'autre. En général elles ont juſqu'ici des deux côtés de l'Equateur de Jupiter une Zone d'une certaine largeur qui leur eſt affectée, & qui s'étend plus vers le Midi que vers le Septentrion. Mais d'ailleurs il s'en faut bien que les Taches du Soleil ſoient auſſi durables que celles de Jupiter. On n'en a point vû dans le Soleil depuis 40 ans qui ayent fait plus de 3 révolutions, & celle de Jupiter dont nous parlons en fit plus de 2500 pendant les 3 années qu'elle fut viſible.

* p. 111.

Ce qu'il y a de plus vrai-ſemblable, c'eſt qu'elle dépend de la Bande à laquelle elle paroît adhérente. Toutes les Bandes de Jupiter, ainſi que nous l'avons dit dans l'Hiſt. de 1699 *, ſont ſujettes à de grands changemens; on n'a pas toûjours vû la Tache quand ſa Bande a paru, mais jamais on n'a vû la Tache ſans ſa Bande. Ainſi ſi ces Bandes ont quelque rapport à des Mers qui couvriroient & découvriroient alternativement de grands Païs, tantôt ſe joindroient, tantôt ſe ſépareroient, la Tache eſt un Golphe peut-être auſſi grand que nôtre Océan, & ce Golphe immenſe eſt quelquefois plein, & quelquefois à ſec. Mais n'eſt-il point trop temeraire de vouloir deviner de ſi loin? C'eſt une aſſés grande gloire pour l'induſtrie humaine d'appercevoir ſeulement quelque choſe à cette énorme diſtance.

* p. 78.

SUR UN GLOBE CELESTE CONSTRUIT PAR RAPPORT AU MOUVEMENT DES ETOILES FIXES.

EUdoxe, disciple de Platon, ayant conçû de quelle importance étoit pour l'Astronomie la connoissance exacte de la position des Etoiles fixes dans le Ciel, puisque l'on rapportoit tous les mouvemens célestes à ces termes immobiles, en fit une Description, qui depuis servit de fondement au Poëme astronomique, qu'Aratus intitula les *Phenomenes*. La Description d'Eudoxe eut une utilité qu'il n'avoit pas prévûë, elle servit à reconnoître que les Etoiles fixes ne l'étoient point. Hipparque qui vint 200 ans aprés lui ne les trouva plus dans les positions qu'il avoit déterminées, & par l'examen qu'il fit du changement qui étoit arrivé, il vit que les fixes devoient avoir un mouvement d'Occident en Orient sur les poles de l'Ecliptique, & détermina ce mouvement d'un degré en 100 ans; c'est à dire, par exemple, qu'une Etoile qui en un certain temps marqué auroit été placée à l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, devoit être au bout de 100 ans plus avancée d'un degré vers l'Orient, placée encore sur l'Ecliptique, mais non-plus sur l'Equateur, puisqu'un mouvement qui se fait sur les poles de l'Ecliptique ne change pas les distances par rapport à ce Cercle, mais seulement par rapport aux Cercles qui ne lui sont pas paralleles.

Cette étoile supposée s'étant avancée vers l'Orient, elle avoit laissé derriere elle à l'Occident l'intersection de l'Equateur & de l'Ecliptique, & par consequent le Soleil arrivoit à cette intersection & faisoit l'Equinoxe, avant que d'arriver à l'Etoile où s'étoit fait l'Equinoxe 100 ans auparavant. C'est-là ce qu'on appelle l'*anticipation* ou la *precession des Equinoxes*. Hipparque en avoit composé un Ouvrage.

Environ 350 ans aprés lui, Ptolomée adopta ſon hipotheſe, mais on a trouvé dans la ſuite qu'ils faiſoient le mouvement des fixes trop lent, & M. Caſſini prenant un milieu entre toutes les obſervations & tous les calculs qu'il en a pû comparer, le détermine à 1 degré en 70 ans. La révolution entiere eſt donc de 25200 ans.

Dans le ſiſtême de Copernic, ce mouvement n'eſt qu'une apparence, & l'on doit avoüer que ſelon la Phiſique il n'y a guere de vrai-ſemblance qu'il ſoit réel, c'eſt à dire que cette multitude infinie de grands Corps lumineux, qui ſont les fixes, ſuſpendus à des diſtances immenſes de la Terre, & apparemment fort inégales entr'elles, ayent tous ſans exception un mouvement regulier qui ſe rapporte à la Terre, ou, ce qui eſt la même choſe, à ſon Ecliptique, qui n'eſt faite que pour elle ſeule. Car pourquoi ne ſe rapporteroit-il pas auſſi-tôt à l'Ecliptique de quelque autre Planete, ou, pour dire encore mieux, pourquoi ſe rapporteroit-il à l'Ecliptique de quelqu'une de nos Planetes? La Terre, & même tout le Tourbillon du Soleil, infiniment plus grand qu'elle, eſt trop peu de choſe dans l'Univers, pour donner le branle à un ſi prodigieux mouvement.

Les Coperniciens imaginent que l'axe du mouvement journalier de la Terre eſt toûjours incliné de 23 degrés ½ ſur le plan de l'Ecliptique, qui eſt ſon Orbite autour du Soleil, ou, ce qui eſt la même choſe, que l'axe de l'Equateur de la Terre fait toûjours un angle de 23 degrés ½ avec l'axe de l'Ecliptique, qui eſt neceſſairement perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Imaginons ces deux Axes prolongés juſqu'au Ciel des fixes; l'un y déterminera un point qui ſera le pole de l'Ecliptique de la Terre, & l'autre un point éloigné de 23 degrés ½, qui ſera le pole de nôtre Equateur. Ces deux poles déterminés donnent neceſſairement leurs Cercles, qui en ſont diſtans de toutes parts de 90 degrés, & par conſequent on ſçait par quelles étoiles fixes paſſent les deux Cercles qui répondent à l'Ecliptique de la Terre, & à ſon Equateur, & à quel-

les diſtances de l'un ou de l'autre ſont toutes les autres fixes.

On ſçait par quelle raiſon dans le ſiſtême de Copernic la Terre en faiſant ſon cours autour du Soleil doit ſe mouvoir de ſorte que l'axe de ſon Equateur ſoit toûjours parallele à lui-même, & nous avons dit dans l'Hiſt. de 1699 * pourquoi la grandeur de l'Orbe annuel n'empêche pas que cet axe ne réponde pendant toute l'année aux deux mêmes points du Ciel, & n'y détermine toûjours les mêmes poles. Juſque-là rien ne change, ni ne peut changer. * p. 80.

Mais ſi l'on conçoit que l'axe de l'Equateur de la Terre ne ſoit pas immobile par rapport à celui de ſon Ecliptique qui le ſera toûjours, & qu'il tourne à l'entour en un certain temps, ſans neanmoins changer l'angle qu'il fait avec lui, alors il eſt manifeſte que cet axe mobile déterminera toûjours ſucceſſivement dans le Ciel de nouveaux points pour poles de la Terre, que par conſequent l'Equateur de la Terre dans le Ciel changera toûjours, & paſſera par d'autres Etoiles fixes, & que cependant l'Ecliptique de la Terre, dont l'axe ſera immobile, ne changera point dans le Ciel, & paſſera toûjours par les mêmes fixes, que même ſon angle avec l'Equateur demeurera conſtant, qu'enfin il n'y aura nulle variation dans la poſition des fixes par rapport à l'Ecliptique, mais ſeulement par rapport à l'Equateur, ce qui eſt la même choſe que ſi les fixes avoient réellement un mouvement ſur les poles de l'Ecliptique. Il ne faut donc, pour expliquer ce phenomene, que ſuppoſer le mouvement circulaire de l'axe de l'Equateur de la Terre autour de l'axe de ſon Ecliptique, leur angle demeurant le même.

Il eſt vrai que l'axe de nôtre Equateur ne peut ſe mouvoir de cette ſorte, ſans ceſſer d'être parallele à lui-même dans ſes differentes ſituations, quoique le ſiſtême de Copernic demande qu'il le ſoit toûjours. Mais comme ce mouvement eſt d'une ſi grande lenteur qu'il ne va qu'à 51″ par an, un défaut de parallelisme qui n'eſt que de 51″

distribuées dans toute une année, est nul phisiquement, & par rapport aux effets.

S'il étoit averé que la déclinaison de l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, son angle avec l'Equateur, changeât, il seroit bien aisé dans cette même hipothese de rapporter cette variation à ce que l'axe de nôtre Equateur en tournant autour de celui de l'Ecliptique ne conserveroit pas toûjours exactement le même angle avec lui, & il faut convenir que selon la Phisique rien ne seroit plus naturel. Mais jusqu'à present l'Astronomie ne trouve dans l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur aucune variation, qui ne puisse être legitimement rapportée aux erreurs inévitables des operations, si ce n'est que l'on pense, & peut-être seroit-il raisonnable de le penser, que les irrégularités phisiques des mouvemens célestes devenuës peu sensibles de si loin causent en partie ce que nous appellons les erreurs inévitables des operations, & que nous ne devons pas entierement nous prendre à nous-mêmes du manque d'uniformité exacte qui s'y trouve toûjours.

On doit donc voir, ainsi que l'on commence à le voir depuis 2000 ans, les poles de l'Equateur décrire en 25200 ans autour de ceux de l'Ecliptique un Cercle dont le rayon soit de 23 degrés ½. Par consequent les mêmes fixes s'éloignent ou s'approchent continuellement du pole de l'Equateur, & par exemple l'Etoile nommée aujourd'hui polaire, qui du temps d'Eudoxe en étoit éloignée de 12 degrés, ne l'est presentement que de 2° 18', & ne le sera dans 400 ans que de ½ degré.

La premiere Etoile d'*Aries* qui étoit autrefois à l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur, en est presentement à 29 degrés vers l'Orient, & presque toute la Constellation d'Aries est sortie du signe ou de la 12me partie du Zodiaque qui porte encore son nom, & le portera toûjours. M. Cassini trouve par son hipothese de 1 degré en 70 ans que cette premiere Etoile d'Aries a dû être dans l'intersection de l'Ecliptique & de l'Equateur 330 ans avant

J. C.

J. C. c'est à dire du temps d'Alexandre le Grand, & d'Eudoxe, & qu'elle dût être avancée de 6 degrés 40′ du temps d'Antonin, sous lequel vécut Ptolomée, qui lui donne effectivement cette position.

Par tout ce qui a été dit, il est clair qu'un Globe Céleste, où les Constellations ont été placées comme elles l'étoient au temps de sa construction, ne represente plus dans la suite leurs positions veritables, à moins qu'on ne les imagine changées ainsi qu'elles le doivent être selon le temps écoulé. Mais M. Cassini a fait voir à l'Academie un Globe, dont il rend l'usage perpetuel, sans qu'il soit besoin d'y concevoir ni d'y faire aucun changement. Il peut tourner & sur l'axe de l'Equateur comme font tous les Globes, & sur celui de l'Ecliptique; c'est en cela que consiste la singularité de la construction. On décrit autour du pole de l'Ecliptique le cercle de 23 degrés ½ de rayon, que le pole de l'Equateur doit décrire en 25200 ans, & quand pour une certaine Epoque on a placé le pole de l'Equateur sur ce cercle au point qu'il faut, on l'y arrête fixement, & le Globe ne tourne plus que sur l'axe de l'Equateur pour les operations ordinaires. Cette legere idée de sa construction suffira pour mettre sur la voïe ceux qui en voudroient avoir un pareil. Il est assés agréable de voir d'un seul coup d'œil quel étoit le Ciel de nos Ayeux, ou quel sera celui de nôtre posterité.

SUR LA COMETE DE 1707, ET SUR LES COMETES EN GENERAL.

LA Comete de l'année précédente * qui ne fut apperçuë à Paris que le 28 Novembre, & ne pût être observée que jusqu'au 25 Decembre, fut apperçuë à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari dés le 25 Novembre, & ob-

V. les M. p. 323.

* V. l'Hist. de 1707. p. 103. & suiv.

servée par les mêmes Astronomes jusqu'au 17 Janvier 1708. Ils ont envoyé leurs observations à M.rs Cassini & Maraldi qui en ont fait un supplément aux leurs, & ont ajoûté au cours de la Comete qu'ils ont vû la partie qui a été vûë par ces habiles Correspondans.

* p. 104. & suiv. L'Hist. de 1706 * a expliqué l'hipothese astronomique de M. Cassini sur le mouvement des Cometes, l'Hist. de 1707 commença à en faire l'application à la Comete de la même année, & cette application s'est soûtenuë avec une assés grande justesse par les observations de Bologne.

La Comete alloit presque directement du Midi au Septentrion, & par consequent sa *latitude* ou son éloignement de l'Ecliptique augmentoit toûjours. Mais sur la fin cette latitude vint à diminuer, c'est à dire que la Comete commençoit à retourner du Septentrion au Midi, & en même temps elle parut aller un peu obliquement de l'Occident vers l'Orient. Delà M. Maraldi conjecture qu'elle pourroit avoir été quelque temps stationnaire à la maniere des Planetes, puisqu'elle en imitoit aussi les retrogradations.

Pour entendre ces irrégularités de son cours dans le sistême de M. Cassini, imaginons un Satellite de Jupiter, à qui la Terre voit faire autour de Jupiter une révolution entiere. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707 * que quoique réellement & à l'égard de Jupiter il se meuve toûjours d'Occident en Orient, il ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié superieure de son orbite, & que dans la moitié inferieure il nous en paroît avoir une contraire. S'il est direct dans l'une, il est retrograde dans l'autre. Que l'on conçoive la moitié inferieure divisée en arcs égaux, & qu'à toutes ces divisions on tire du centre de la Terre des lignes droites prolongées jusqu'à la moitié superieure, il est visible que les arcs égaux seront vûs sous des angles d'autant plus grands, qu'ils seront plus proches de la perpendiculaire tirée du centre de la Terre au centre de l'Orbite, que par consequent le Satellite paroîtra se mouvoir d'autant plus lentement qu'il s'éloi-

* p. 93.

gnera plus de cette ligne, que dans deux points de son cours non consécutifs, & éloignés de quelque intervalle, pris toûjours deux à deux, l'un dans la moitié inferieure, l'autre dans la superieure, il sera sur la même ligne droite tirée de la Terre, ou, ce qui est la même chose, sera rapporté deux fois en une révolution au même point du Ciel, l'une étant directe, & l'autre étant retrograde, que les deux lignes *extrêmes* tirées de la Terre de part & d'autre de la perpendiculaire étant Tangentes de l'Orbite sont les seules qui ne la rencontrent qu'en un point, ou plutôt qui se confondent sensiblement chacune avec un arc d'une certaine étenduë, que par consequent tant que le Satellite parcourt cet arc, il est toûjours rapporté au même point du Ciel, ou, ce qui est la même chose, paroît *stationnaire*, & il faut remarquer que ces deux endroits de l'Orbite étant encore en même temps & ceux où le mouvement apparent est le plus lent, & ceux où le mouvement direct se change en retrograde ou au contraire, il est naturel que l'un de ces deux mouvemens qui se change en l'autre avec lenteur produise en ces deux endroits une immobilité apparente.

Si l'on suppose que la Comete de 1707 fût une Planete, ou, ce qui revient au même, un Satellite de quelque Astre beaucoup plus éloigné de nous que Jupiter, il est aisé de lui appliquer ces idées. Seulement il y faut ajoûter que le plan de son Orbite sera fort incliné au plan de l'Ecliptique, & que l'angle aigu des deux plans sera du côté de l'Orient. Moyennant cela, le Cercle du mouvement de la Comete sera pour nous une Ellipse fort longue, & fort serrée, nous verrons cet Astre se mouvoir en ligne droite tant qu'il sera dans la moitié inferieure de cette Ellipse apparente, mais quand il passera de la moitié inferieure à la superieure il paroîtra quelque temps immobile ou stationnaire, après quoi la courbure de l'Ellipse étant plus sensible en cet endroit que par tout ailleurs, ou plutôt ne l'étant qu'en cet endroit, il ne paroîtra plus suivre une même ligne droite, mais en prendre

une autre avec une direction contraire, parcequ'il commencera à être dans la moitié superieure, & comme l'inclinaison supposée de son Orbite sur le plan de l'Ecliptique ne peut être apperçuë que dans ce passage, ou ce détour, la Comete aura une direction composée & de celle que lui donne le passage de la moitié inferieure dans la superieure, & de celle que lui donne l'inclinaison de son Orbite, devenuë sensible.

Quand elle a disparu à cause de son éloignement, qui augmentoit toûjours, elle étoit, selon l'hipothese de M. Cassini, 8 fois plus éloignée de la Terre que quand elle parut à Bologne pour la premiere fois le 25 Novembre, 3 jours aprés son Perigée.

A cette occasion, M. Cassini a fait plusieurs reflexions sur les Cometes en général. Nous en détacherons ici principalement ce qui appartient à leur Histoire. Il est necessaire qu'elle soit bien établie, pour pouvoir servir de fondement à un sistême, si cependant il nous est jamais permis d'aller jusque-là.

1°. Tout le monde sçait que les Cometes ne sont point assujetties à la direction générale & unique du mouvement qui emporte d'Occident en Orient toutes les Planetes renfermées dans le Tourbillon du Soleil. Elles vont quelquefois d'Orient en Occident, comme la seconde de 1702 *, & celle de 1706 *; quelquefois elles vont ou du Midi au Septentrion, comme celles de 1472, de 1556, de 1707, ou du Septentrion au Midi, comme celles de 1689, & 1699, & cela, assés directement, de sorte qu'elles coupent l'Ecliptique sous de grands angles. On peut comparer celles qui vont d'Orient en Occident à un Nageur qui iroit droit contre le fil de l'eau d'une Riviere, & la remonteroit, & celles qui vont d'un Pole vers l'autre à un Nageur qui traverseroit la Riviere. Ces deux mouvemens sont opposés à celui de l'eau, qui ne peut être surmonté que par une assés grande force. Il peut y en avoir un troisiéme moyen entre ces deux, qui en même temps remonte & traverse, aussi y a-t-il eu une Comete en 1472,

* V. l'Hist. de 1702. p. 67.
* V. l'Hist. de 1706. p. 104.

dont le cours avoit en même temps les deux sortes d'opposition au mouvement général du Tourbillon.

2°. Quoiqu'il soit plus difficile de remonter une riviere que de la traverser, les Cometes qui vont d'un Pole vers l'autre sont plus rares que celles qui vont d'Orient en Occident.

3°. Si les observations de la Comete de 1472 sont bien sûres, elle parcourut plus de la moitié d'un grand Cercle, & on jugea même qu'elle avoit pû le parcourir entier, parcequ'elle étoit encore assés grande, & avoit un grand mouvement, quand elle se cacha dans les rayons du Soleil. Elle auroit été unique à cet égard. Celle de 1556 fit la moitié d'un grand Cercle, ce qui est rare.

4°. Quand M. Cassini a cherché la parallaxe des Cometes qu'il observoit, il ne leur en a trouvé que 30, 40, ou 45″ tout au plus, qu'il n'a pas même pû s'assûrer entierement qui appartinssent à la parallaxe. Cependant on en donne 6 degrés à la Comete de 1472, ce qui la mettroit 6 fois plus proche de la Terre que n'est la Lune. Il est vrai que sa vitesse de prés de 40 degrés par jour dans son Perigée, & la grande portion de Cercle qu'elle parcourut, semblent répondre à cette grande proximité de la Terre; mais malgré cela les 6 degrés de parallaxe ne sont pas fort vrai-semblables. M. Bianchini en trouva 13′ à la seconde Comete de 1702, c'est à dire qu'elle n'auroit été que 5 fois plus éloignée de la Terre que la Lune, & cet éloignement est tres-petit par rapport à celui où l'on est obligé de placer les autres Cometes, qui n'ayant que tres-peu ou point de parallaxe ne sçauroient être moins éloignées que Mars, la derniere Planete à qui l'on en puisse trouver.

5°. M. Cassini rapporte 6 Cometes depuis l'an 1580, qui aprés leur premiere apparition ont toûjours augmenté de grandeur & de vitesse apparentes, pendant differens temps, dont le plus court a été de 10 jours, & le plus long de 43.

Les reflexions que ces faits peuvent produire, se pre-

ſentent ſi naturellement, qu'il eſt preſque inutile de les expoſer ici. Les Cometes ne ſont pas des feux qui s'allument ſubitement, & ne tendent enſuite qu'à s'éteindre, puiſqu'il y en a qui augmentent de grandeur pendant des temps conſiderables. On pourroit peut-être penſer de celles-cy, que ce ſeroient des matieres qui ne ſe ſeroient pas d'abord allumées dans toute leur étenduë, & dont l'embraſement auroit toûjours été en augmentant juſqu'à un certain point, mais pourquoy augmenteroient-elles toûjours de viteſſe auſſi-bien que de grandeur, & ſelon la même raiſon ? La conformité parfaite de ces deux augmentations apparentes marque qu'elles tiennent toutes deux à un même principe, qui ne peut être que le changement de diſtance ; ce même raiſonnement a lieu ſur la diminution de la grandeur, & celle de la viteſſe, qui vont toûjours enſemble, & par conſequent les Cometes ne ſont pas des productions fortuites & paſſageres, qui naiſſent ou periſſent, ſe fortifient ou s'affoibliſſent ſelon qu'il paroît à nos yeux. De plus, il ſeroit inconcevable que des productions accidentelles formées dans l'étenduë du Tourbillon du Soleil, puſſent avoir des directions de mouvement contraires à celle de tout ce Tourbillon. Car ne ſeroient-elles pas indifferentes d'elles-mêmes à toutes ſortes de directions, & ne prendroient-elles pas neceſſairement celle du Liquide où elles floteroient ? Et quand on ſuppoſeroit que par leur formation même, & par la maniere dont elles s'embraſeroient, elles auroient une certaine direction de mouvement, comme ces fuſées naturelles qu'on voit quelquefois en l'air, elles ne la conſerveroient pas long-temps dans un Liquide qui lui réſiſteroit toûjours, & par conſequent diminuëroit leur viteſſe d'inſtant en inſtant, juſqu'à ce qu'il l'eût entierement détruite, aprés quoi il ne leur reſteroit que celle de ce Liquide même, qui les emporteroit ſelon ſa direction. La plus groſſe Comete n'eſt qu'un Atome en comparaiſon de ce fluide immenſe où elle nage, & le moyen qu'elle s'y conſervât une direction de mouvement oppoſée à la ſienne ?

Il faut donc que les Cometes soient des Corps aussi anciens que le Monde, des Planetes qui n'auront à la portée de nôtre vûë qu'une certaine partie de leur cours, ordinairement assés petite. Il seroit commode de la pouvoir placer au-dessus de Saturne, dans une Region, où l'on imagineroit, comme a fait ingenieusement M. Villemot, des Courants irréguliers d'une infinité de directions differentes. Mais quoique la plûpart des Cometes, dont les directions sont contraires à celle du Tourbillon, soient assés élevées pour pouvoir être placées où l'on voudra, il y en a cependant quelques-unes qui ne laissent pas cette liberté ; la seconde de 1702, par exemple, n'étoit que 5 fois plus élevée que la Lune, & en même temps elle alloit contre le mouvement général du Tourbillon. Toutes les difficultés de la résistance du Milieu reviennent. Quoique la Comete pût avoir par elle-même un mouvement assés fort pour vaincre d'abord celui du Liquide où elle étoit entrée, il ne seroit pas possible que ce mouvement ne s'affoiblît bien-tôt, & cela, sans que la grandeur apparente diminuât, & d'autant plus sensiblement que le cours visible de la Comete seroit plus long. Cependant en supposant avec M. Cassini que son mouvement soit égal en lui-même dans tout le temps où nous la voyons, & qu'il n'y ait que la variation de la distance qui en fasse l'inégalité apparente, le calcul s'accorde avec les observations aussi parfaitement qu'on puisse souhaiter, ce qui n'arriveroit pas, si le mouvement avoit une diminution réelle, toûjours plus grande, & plus sensible.

On se délivreroit tout d'un coup de tous les embarras qui peuvent naître de ces directions de mouvemens, en supprimant, comme a fait un des plus grands genies de ce siécle, toute cette matiere fluide immense, que l'on imagine communément entre les Planetes, & en les concevant suspenduës dans un Vuide parfait. Mais ce moyen de lever une difficulté pourroit en avoir lui-même de tres-grandes. Il nous suffit presentement d'avoir fait sentir une partie de celles que l'on aura à vaincre dans un sistême

phisique des Cometes ; c'est en quelque sorte annoncer par avance la gloire de ceux qui l'entreprendront.

SUR LES TROIS ECLIPSES DE CETTE ANNÉE.

V. les M. p. 179. 182. 185. 403. 405. 407. 409. 410. 415.

LEs deux Eclipses de Lune du 5 Avril, & du 29 Septembre ne purent être observées à Paris qu'assés imparfaitement. Celle de Soleil du 14 Septembre le fut mieux.

On sçait combien les Eclipses sont précieuses aux Astronomes, à cause qu'elles donnent immediatement & par observation des points déterminés, & certains du mouvement des Planetes, ce qui sert ensuite ou à verifier ou à corriger tout ce que l'on n'a que par supposition, & en quelque sorte par conjecture. Sur tout l'Eclipse du 29 Septembre devoit être dans des circonstances qui en faisoient desirer une observation exacte, préferablement aux deux autres. Le Soleil & la Lune étoient alors tous deux vers leurs *moyennes distances*, c'est à dire vers la partie de leurs Cercles Excentriques, qui est également distante de l'Apogée & du Perigée. Si on suppose que la Terre se meuve autour du Soleil comme les Planetes, l'Apogée & le Perigée du Soleil deviennent l'Aphelie & le Perihelie de la Terre. On a expliqué dans l'Hist. de 1704 * ce que c'est que *l'Equation* du mouvement des Planetes. Les Astronomes dans la construction de leurs Tables supposent que cette Equation commence à l'Aphelie d'une Planete, & y est nulle, aussi-bien qu'au Perihelie où elle finit, & delà il suit évidemment qu'elle est la plus grande qu'elle puisse être aux moyennes distances. Si l'on s'est trompé dans la quantité dont on fait l'Equation, l'erreur ne sera jamais plus sensible que quand l'Equation est fort grande ; & par consequent pour verifier les Equations du Soleil & de la Lune, il étoit avantageux d'avoir une Eclipse où ils fussent

* p. 65. & 66.

fussent tous deux vers leurs moyennes distances, mais des trois Eclipses celle-là fut justement la plus mal observée à Paris, & tout ce qu'on a pû faire, ç'a été d'y suppléer par les observations que l'on euës d'ailleurs.

M. Cassini a trouvé par sa Methode quel a été dans l'Eclipse du 14 Septembre le chemin de l'ombre de la Lune sur la Terre, comme il l'avoit trouvé dans les Eclipses du 23 Septembre 1699 *, & du 12 Mai 1706 *. Dans la derniere Eclipse l'ombre a été d'Occident en Orient déclinant vers le Midi, elle a commencé vers la Groënlande, a parcouru ensuite toute l'Europe, & presque toute l'Asie, & a fini vers le Japon ou vers la Tartarie Orientale. Par-là M. Cassini determine aisément en quels lieux l'Eclipse a été totale, ou de 6 doits, ou enfin de telle autre phase qu'on voudra. L'ombre a eu une direction de mouvement semblable à celle de l'ombre de 1699, & contraire à celle de l'ombre de 1706. Il est aisé d'en voir la raison par ce qui a été dit dans l'Hist. de 1706. Les ombres de 1706, & de cette année se seroient croisées en Moscovie.

* V. l'Hist. de 1699. p. 76.
* V. l'Hist. de 1706. p. 116.

SUR LES REFRACTIONS.

ON continuë toûjours d'approfondir la matiere des Refractions*, grace aux observations que l'on reçoit du P. Laval.

Du Saint Pilon, qui est un Rocher élevé au-dessus de la Sainte Baume, il a observé la variation apparente de l'Horison de la Mer, & il a trouvé qu'elle étoit comprise entre 56', & 57' 45", au lieu que cette même variation observée de son Observatoire de Marseille est comprise entre 11' 46" & 14' 30", qui sont des limites plus éloignées l'une de l'autre que les premieres. Cette experience prouve ce que nous avions déja prouvé geometriquement dans l'Hist. de 1707 à l'endroit qui vient d'être cité, que la Refraction qui éleve toûjours l'extremité de l'Horison appa-

V. les M. p. 416.
* V. les Hist. de 1706. p. 101. & suiv. & de 1707. p. 89. & suiv.

rent, & l'éleve inégalement en differens temps, l'éleve moins inégalement quand il est observé d'une plus grande hauteur, ou, ce qui revient au même, que les inégalités de cette élevation sont moins sensibles.

Il est vrai, selon la remarque de M. Cassini le fils, que le P. Laval n'a pas fait une aussi longue suite d'observations sur le Saint Pilon qu'à Marseille, & que par-là on pourroit soupçonner qu'il n'a pas eu le temps de s'appercevoir de la plus grande inégalité que les Refractions puissent causer à l'élevation de l'Horizon de la Mer vû du Saint Pilon, mais comme la Geometrie prouve que ce qu'il a trouvé il a dû le trouver, on peut assés raisonnablement s'en tenir là, & tout au plus seroit-il permis de croire que l'inégalité peut aller un peu plus loin.

Par les observations du Barometre que le P. Laval a faites sur le Saint Pilon, ainsi que nous l'avons dit cy-dessus *, & par la methode dont nous y avons parlé, M. Cassini le fils a trouvé que le Saint Pilon doit être élevé de 481 toises sur le niveau de la Mer. Il trouve aussi en supposant le Rayon de la Terre tel qu'il a été déterminé par l'Academie, que de cette hauteur de 481 toises on doit voir dans un Milieu uniforme & sans refraction un arc de la circonference de la Terre, qui soit de 58′ 57″. Cet arc est plus grand, comme il doit l'être, que tous ceux que le P. Laval a observés, & que la refraction diminuoit necessairement en les élevant. On peut remarquer que dans les observations du Saint Pilon il ne s'est point trouvé comme dans celles de Marseille des arcs plus grands que le *veritable*, c'est à dire celui qui seroit vû dans un Milieu sans refraction. La raison que l'Hist. de 1707 a rapportée de cette fausse apparence vûë à Marseille, ne peut convenir à des observations faites à une plus grande distance telle que celle du sommet du Saint Pilon, car on n'y verra plus l'image du Ciel reflechie par la Mer, & cela même confirme ce que M. Cassini avoit pensé.

* p. 17. & 28.

Le P. Laval a trouvé au Saint Pilon que le Barometre

& le Thermometre ne varioient point, tandis que l'Horizon de la Mer a donné sa plus grande variation, c'est à dire que les refractions n'ont rapport ni à la pesanteur, ni à la chaleur de l'Air. Seulement il a remarqué que lorsqu'elles elevoient le plus l'Horizon, l'air étoit assés serain, & le vent Sud-Oüest foible, & qu'au contraire lorsqu'elles ont laissé paroître l'Horizon le plus bas, il y avoit une brume, & un vent de Nord-Oüest assés frais. Mais on n'en est pas encore à pouvoir seulement établir sur cela des principes d'experience.

SUR DES TACHES DU SOLEIL.

PEndant plus de la premiere moitié de cette année le Soleil a été sans Taches, & les Astronomes de l'Observatoire n'ont commencé d'en appercevoir que le 11 Août. C'étoit une longue traînée de petites Taches terminée par deux plus grosses, qui étoient éloignées l'une de l'autre à peu prés de la 15eme partie du diametre du Soleil. Les deux principales étoient accompagnées de leurs nebulositez, & les petites changeoient de place & de figure d'heure en heure. Le tout étoit déja fort avancé sur le disque du Soleil au temps de sa premiere apparition, & l'on étoit sûr qu'il ne paroissoit rien les jours précédens. On détermina que la plus Occidentale des deux grosses Taches passoit par le milieu du disque dés le lendemain à 6 heures $\frac{1}{4}$ du matin, & la plus Orientale à 11 heures du soir, & qu'elles avoient sur le globe du Soleil une déclinaison Meridionale de 6 à 7 degrés. On a expliqué dans l'Hist. de 1707* par quelle Methode se font ces déterminations. Ces Taches ne furent vûës que jusqu'au 18.

* p. 106. & suiv.

Selon l'hipothese de la revolution du Soleil sur son axe en 27 jours $\frac{1}{2}$, les Taches qui avoient passé par le milieu

du disque le 12 Août devoient reparoître au bord Oriental le 2 Septembre, si elles avoient à reparoître. On vit effectivement de petites Taches & à ce bord-là, & ce jour-là. La plus grosse passa par le milieu du Soleil le 8 à 2 heures aprés midi, & comme du 12 Août à 6 heures du matin au 8 Septembre à 2 heures aprés midi l'intervalle est de 27 jours & 7 à 8 heures, on auroit pû croire que cette Tache étoit la plus Occidentale de celles du mois précédent, dont la révolution étoit un peu plus courte que celle du Soleil, à cause de quelque mouvement particulier; mais quand M. de la Hire vint à la poser sur le globe du Soleil, il lui trouva une déclinaison Meridionale trop petite. Les Astronomes de l'Academie observerent ces Taches jusqu'au 12, & même divers Observateurs les aperçurent encore le 14 pendant l'Eclipse du Soleil.

Le 14 Novembre on aperçut des Taches déja si avancées sur le disque, que la plus grosse qui étoit aussi la plus Occidentale passa par le milieu du Soleil le 16 à 8 heures du soir. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 4 à 5 degrez. On continua de l'observer jusqu'au 18. Par la déclinaison elle auroit pû être la même que celle de Septembre, mais elle ne le pouvoit pas être par la révolution.

Le 24 Novembre il parut vers le bord Oriental deux Taches dont la plus grosse étoit la plus Septentrionale. Elle avoit une déclinaison Meridionale de 6 à 7 degrez, & elle dut passer par le milieu du disque le 29 vers le Midi. Elle pouvoit être la même que celle du mois d'Août, & par la déclinaison parfaitement égale, & par la révolution quoiqu'un peu trop courte de quelques heures, pourvû qu'on lui supposât quelque petit mouvement particulier. De plus les figures convenoient assez.

Le 1 Decembre on a vû encore quelques amas de Taches déja fort avancés sur le disque, mais le Ciel n'a pas permis, ni que cette observation fût assez exacte, ni qu'on la poursuivît.

DIVERSES OBSERVATIONS CELESTES.

I.

ON a mandé de Clermont en Beauvaisis à Mr Cassini, que le 7 Mai on y avoit vû autour du Soleil une Couronne spacieuse, & parfaitement ronde, qui avoit les couleurs de l'Arc-en-Ciel. Il s'y joignoit une espece de Colonne qui tournoit un peu en rond, & avoit les mêmes couleurs, mais plus foibles. Elle étoit aussi un peu moins large. Le lendemain le même phénomene parut encore, à cela prés qu'au lieu de la Colonne c'étoient deux petites Couronnes qui se joignoient à la grande.

II.

Le 30 Juillet vers le coucher du Soleil il fit un orage assez long, & dans le milieu de sa durée le Ciel s'éclaircit un peu vers le Couchant. Il étoit fort rouge, & entremêlé de nuages épais. M. de la Hire vit alors à l'Orient un Arc-en-Ciel trés bien formé, & qui étoit un demi-cercle parfait, parceque le Soleil étoit à l'Horison. Cet Arc-en-Ciel n'étoit que d'un rouge assez clair & assez vif, à l'exception d'une petite bande bleuë qui le terminoit en dedans. La partie du Ciel enfermée dans l'Arc étoit aussi d'un rouge assez clair, mais de beaucoup plus foible. Au dehors le Ciel étoit noir, & l'on apercevoit le second Arc-en-Ciel rouge aussi, mais foible comme il doit l'être.

Ce rouge vif du premier Arc, & qui donnoit l'exclusion aux autres couleurs, si ce n'étoit à un peu de bleu, venoit sans doute de la couleur du Couchant, aussi-bien que le rouge de la partie du Ciel comprise dans l'Arc, & il est à remarquer que ce rouge du Couchant ne laissoit pas de produire du bleu, qui est une couleur trés differente. Cette observation n'est considerable, que par-

cequ'elle peut servir à l'examen du Sistême de l'illustre M. Neuton, qui sur des experiences trés curieuses, & faites avec une adresse infinie soûtient que differens raïons du Soleil ont par eux-mêmes une couleur differente déterminée, & inalterable.

MOnsieur Bianchini a envoyé à l'Academie un Dessein d'un fragment de marbre trouvé à Rome en 1705, où se voit un reste d'un Planisphére céleste Egiptien & Grec, gravé sur la pierre. Il est divisé par des circonferences concentriques, qui le partagent en diverses bandes, toutes divisées en 12 parties égales par des lignes droites dirigées au centre. Dans l'espace circulaire du milieu on voit 3 Constellations, le Dragon & les deux Ourses. Dans la bande qui suit sont des figures d'Animaux, qui devoient être au nombre de 12, & dont il n'en reste que 4 d'entieres. Les deux bandes suivantes contiennent chacune les 12 Signes du Zodiaque, quelques-uns sont encore entiers. La Balance est portée dans la main d'une figure humaine, & par là on peut conjecturer que ce Planisphére a été fait depuis Auguste; car il paroît par des passages de Virgile & d'Ovide, que de leur temps le Scorpion tenoit encore la place de deux Signes, ou que du moins il n'étoit pas encore si nettement décidé qu'il n'en fût qu'un, & que la Balance fût le Signe suivant. Au dessus de chaque Signe du Zodiaque, dans une autre bande, il y a 3 figures humaines, dont quelques-unes ont des têtes d'Animaux, & sont des Chimeres Egiptiennes. Le reste du Planisphére est dans le même goût; ce sont, par exemple, les figures des Planetes qui répondent à certaines divisions des Signes du Zodiaque, avec lesquelles il a plû aux anciens Astrologues de leur donner des rapports imaginaires. En général le Planisphére est plus Astrologique qu'Astronomique, & par là il n'est guere du ressort de l'Academie. Ce n'est pas que l'histoire des folies des Hommes ne soit une grande

partie du ſavoir, & que malheureuſement pluſieurs de nos connoiſſances ne ſe reduiſent là ; mais l'Academie a quelque choſe de mieux à faire.

NOus renvoyons aux Memoires

L'Obſervation de l'Eclipſe d'Antarés par la Lune, de M. Caſſini le fils. V. les M. p. 1.

L'Extrait & les comparaiſons qu'il a faites des Obſervations du P. Fueillée aux Indes Occidentales en 1704, 1705 & 1706. V. les M. p. 5.

L'Eclipſe de Venus par la Lune le 23 Fevrier, obſervée par M^rs^ Caſſini, de la Hire, & Maraldi. V. les M. p. 106. 107. & 110.

L'Extrait fait par M. Caſſini le fils des Obſervations du P. Fueillée en Sardaigne & à Malte. V. les M. p. 168.

L'Obſervation d'un Cercle lumineux autour du Soleil par M. de la Hire. V. les M. p. 180.

L'Obſervation de la Conjonction de Jupiter avec la Lune arrivée le 30 Avril par M. Caſſini le fils. V. les M. p. 195.

Le paſſage de la Lune par les Pleïades obſervé par M^rs^ Caſſini, Maraldi, & de la Hire. V. les M. p. 297. & 299.



GEOGRAPHIE.

NOus renvoyons aux Memoires

La recherche que M. Deliſle a faite de la poſition de l'Iſle de Meroë. V. les M. p. 365.





DIOPTRIQUE.

SUR LES VERRES ARDENTS DES ANCIENS.

QUoique l'Academie ne se propose pas de faire des recherches d'Antiquité, & qu'elle s'occupe plus à découvrir ce qui est, que ce qu'on a pensé autrefois, ou ce qu'on peut encore ajoûter aux Arts que ce qui a été pratiqué, elle n'a pas laissé de faire beaucoup d'attention à une remarque de M. de la Hire sur ce que les Verres ardents ont été connus des Anciens. Les Miroirs ardents l'ont été certainement, car quelques Historiens ont prétendu qu'Archimede s'en servit à brûler une Flotte, & quoiqu'ils leur attribuassent un effet impossible, cela même prouve qu'ils étoient connus. Mais il est sûr que ces Miroirs qu'ils imaginoient devoient être de metal, & concaves, & avoir un foyer par reflexion, & l'on est communément persuadé, que les Anciens ne connoissoient point les foyers par refraction des Verres convexes. Cependant M. de la Hire les a trouvés dans la premiere Scéne du second Acte des Nüées d'Aristophane, ce qui n'est pas un endroit fort écarté. Le voici en François. Strepsiade est un Vieillard fort grossier, & fort stupide, qui dit à Socrate qu'il a imaginé une belle invention pour ne point payer ses dettes.

STREPSIADE.

As-tu vû chez les Droguistes cette belle Pierre transparente, avec quoi on allume du feu?

SOCRATE.

N'est-ce pas du Verre que tu veux dire?

STREPSIADE.

STREPSIADE.

Justement.

SOCRATE.

Et bien, qu'est-ce que tu en feras?

STREPSIADE.

Quand on me donnera une Assignation, je prendrai cette pierre-là, & me mettant au Soleil, je ferai fondre de loin toute l'écriture de l'assignation.

On voit bien que cette écriture étoit tracée sur de la cire, dont quelque matiere plus solide étoit couverte. Ce Verre qui allumoit du feu, & fondoit la cire au Soleil, n'étoit pas concave; car quoiqu'il eût eu en vertu de cette figure un foyer par reflexion, cette reflexion qui se fait necessairement de bas en haut, l'eût rendu d'un usage fort incommode, & trés peu populaire; il eût fallu qu'on eût tenu l'assignation élevée en l'air afin que Strepsiade en eût pû fondre l'écriture, & il n'est nullement naturel qu'il ait fait cette supposition, au lieu qu'avec un verre convexe qui brûle de haut en bas, on peut aller fraper ce qu'on veut.

Le Scholiaste d'Aristophane dit sur cet endroit qu'il s'agit d'un *Verre rond & épais, fait exprés pour cet usage, que l'on frotoit d'huile, que l'on échauffoit; auquel on ajustoit*, ou, *dont on approchoit une méche*, car l'expression grecque est équivoque, *& que de cette maniere le feu s'y allumoit*. On n'entend pas trop bien ce qu'il veut dire avec son huile, si ce n'est qu'on s'en servît pour donner plus de poli au verre, mais enfin, ce qui suffit ici, il concevoit que ce verre étoit convexe, & c'est une preuve que dans son siécle, fort posterieur à celui d'Aristophane, on savoit que ces Verres brûloient.

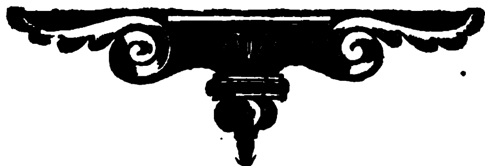
Nous n'avons pas dessein de faire ici une Dissertation savante, à laquelle il seroit honteux qu'il échapât aucun trait d'érudition. Nous remarquerons seulement que Pline liv. 36 & 37 parle de *boules de verre & de boules de cristal, qui exposées au Soleil brûloient ou les habits, ou les chairs des Malades* que l'on vouloit cauteriser. Lactance dans son

Livre *ſur la Colere de Dieu*, dit auſſi qu'*une boule de verre pleine d'eau, & que l'on tenoit au Soleil, allumoit du feu, même dans le plus grand froid.* Voila l'effet des Verres convexes bien inconteſtablement prouvé.

Mais ſi l'on ſavoit qu'ils brûloient, comment ignoroit-on qu'ils groſſiſſoient les objets? car il eſt difficile d'imaginer qu'une invention ſi agréable, ſi neceſſaire, & ſi ſimple ſe fût perduë, même dans la plus grande barbarie, & tous les monuments hiſtoriques concourent à nous en fixer l'origine vers la fin du 13me ſiécle, où l'on commence à découvrir l'uſage des Lunetes que l'on met ſur le nés. Si les Philoſophes Grecs ou Latins avoient connu cette augmentation des objets, ne s'en ſeroient-ils pas ſervis dans leurs recherches, & n'en auroient-ils pas fait mention dans leurs ouvrages une infinité de fois? il s'en ſeroit même répandu dans leur langue, comme dans la nôtre, des Metaphores, & des façons de parler. Il eſt vrai qu'il y a deux ou trois paſſages de Plaute, qui ſemblent prouver les Lunettes, mais quand on y regarde de plus prés, ils ne les prouvent plus. Nous ne nous y arrêterons pas, pour éviter une érudition, qui nous eſt étrangere.

Pourquoi donc ignoroit-on l'uſage le plus utile des Verres brûlants? premierement les fauſſes idées des Philoſophes ſur la Viſion peuvent y avoir contribué. Ils croïoient qu'elle ſe faiſoit ou par des écoulemens de je ne ſçai quelle ſubſtance qui ſortoit de nos yeux, & alloit chercher les objets, ou par de petites repreſentations des objets en miniature qui en partoient, & venoient chercher nos yeux, tout leur embarras n'étoit que de choiſir l'un de ces deux ſyſtêmes, tous deux également faux, ils n'avoient nul ſoupçon de nos Pinceaux, & de nos Foyers, & par conſequent ils ne voïoient aucun rapport entre un Verre qui brûle & la maniere dont ſe fait la Viſion, & l'une de ces choſes n'avoit garde de les conduire à l'autre. De plus, il paroît que c'étoient des boules de Verre, ou ſolides, ou pleines d'eau qui brûloient, & il eſt démontré par la Dioptrique que le foyer d'une ſphére de verre en eſt éloi-

gné du quart de son diametre. Si ces boules avoient un demi-pied de diametre, ce qui est tout le plus qu'elles pussent avoir, il falloit donc en approcher un objet à 1 pouce $\frac{1}{2}$, pour s'apercevoir qu'il fût augmenté, & il est fort naturel, & même presque necessaire que quand on a regardé au travers de ces boules, on n'ait regardé que des objets beaucoup plus éloignés, qui n'ont pas paru plus grands, mais seulement défigurés & confus. L'augmentation nette des objets éloignés demande ou de trés grandes sphéres, ce qui est impraticable, & ne tombe point dans l'usage, ou de trés petites portions de trés grandes sphéres, ce qui se pratique aujourd'hui avec grand succés, & ne se peut presque jamais trouver par hasard, ni n'est facile à imaginer par raisonnement. D'ailleurs il faut pour cela savoir travailler le Verre comme nous faisons, & selon toutes les apparences les Anciens ne savoient que le souffler & en faire des Vases. Il n'est donc pas étonnant que la connoissance des Verres brûlants ne les ait pas menés plus loin, il l'est beaucoup davantage que depuis les Lunettes à mettre sur le nés jusqu'aux Telescopes, il se soit passé 300 ans. Tout est assés lent parmi nous, & peut-être sommes-nous à l'heure qu'il est sur le bord de quelque découverte importante, où l'on sera surpris un jour que nous ne soïons pas arrivés.





MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE DES POUTRES.

V. les M. p. 17.

LEs Methodes génerales comprennent tout, & sur le sujet qu'elles embrassent, on ne se peut rien proposer, où l'on n'arrive en les suivant. Mais cela n'empêche pas qu'il n'y ait des Methodes particulieres, & plus limitées, entierement differentes des generales, & quelquefois même plus simples, & plus faciles, à cause de leur moins d'étenduë, ce qui les en recompense en quelque sorte. Ainsi aprés que M. Varignon a donné à son ordinaire une Theorie infinie de la Resistance des Solides, * M. Parent en donne une qu'il ne prétend étendre qu'aux Poutres qu'on emploïe dans les Bâtiments. Nous supposerons ici les principes établis dans l'endroit cité de l'Hist. de 1702.

* V. l'Hist. de 1702. p. 102. & suiv.

Nous y avons dit quelle est la difference des sistêmes de Galilée & de M. Mariotte, produite par la differente maniere dont ces deux Auteurs ont supposé que les fibres d'un Corps qui vient à rompre s'étendent & enfin se cassent. Une Theorie génerale, telle qu'est celle de M. Varignon, ne peut se dispenser d'avoir égard à cette differente tension des fibres, mais elle n'a plus de lieu dans le cas particulier de M. Parent, & en effet il a trouvé que son sistême avoit la commodité d'en être entierement dégagé. Voici comment.

Lorsque dans une Poutre, qui rompt parallelement à sa base, que l'on suppose être un parallelogramme, deux plans de fibres, qui étoient contigus, viennent à se sépa-

rer, on ne peut conſiderer dans ces fibres que leur nombre, leur groſſeur, la tenſion dont elles ſont immediatement avant que de caſſer, le levier par lequel elles agiſſent, & tout cela enſemble compoſe la Réſiſtance de la Poutre à être rompuë. Soit une autre Poutre de même bois, dont la baſe ſoit encore un parallelogramme, & de telle grandeur qu'on voudra par rapport à celle de la premiere, la hauteur de l'une & de l'autre eſt leur côté perpendiculaire à l'Horizon, quand elles ſont poſées horizontalement, & leur largeur eſt l'autre côté. Leur hauteur étant diviſée en un nombre indéfini de parties égales, & leur largeur auſſi en ce même nombre, il ſe formera dans les deux baſes un nombre égal de petites cellules quadrangulaires, proportionnelles aux baſes, dont elles ſeront parties. Elles repreſenteront les petites baſes, ou, ce qui eſt la même choſe, les groſſeurs des fibres, qui devront être allongées pour la rupture de chaque poutre, & puiſque le nombre de ces petites cellules eſt égal de part & d'autre, le rapport des baſes des deux poutres ſera celui de la differente réſiſtance que feront leurs fibres, tant par le nombre, que par la groſſeur. Maintenant puiſque les deux poutres ſont de même bois, il eſt neceſſaire que dans l'une & dans l'autre les fibres les plus éloignées de l'appui, & qui caſſent les premieres, ſoient également tenduës, lorſqu'elles viennent à caſſer; delà il ſuit que les deux hauteurs ayant été diviſées en un nombre égal de parties, les fibres de la 10me diviſion, par exemple, ſont encore dans l'une & l'autre baſe également tenduës, lorſque les premieres caſſent, & enfin que la tenſion des fibres, ſelon quelque proportion qu'on la ſuppoſe, eſt la même de part & d'autre, ce qui en doit anéantir la conſideration dans le rapport des réſiſtances, & le débarraſſe de tout ſiſtême phiſique. Enfin il eſt évident que les Leviers, par leſquels agiſſent les fibres des deux poutres, ſont repreſentés par les hauteurs même de leurs baſes. Par conſequent la réſiſtance totale de chaque poûtre eſt le produit de ſa baſe par ſa hauteur, ou, ce qui eſt

la même chose, le quarré de la hauteur de sa base multiplié par la largeur.

Le raisonnement que nous venons de faire n'est point attaché à ce que les bases sont des parallelogrammes. Quand elles seroient Elliptiques, il subsisteroit de même, & il ne faudroit que concevoir les deux Axes des deux Ellipses quelconques divisés en un même nombre indéfini de parties égales. En général, il suffit que les figures des deux bases soient de même espece, & il n'est nullement necessaire qu'elles soient semblables. Ce seront deux Rectangles quelconques, deux Ellipses quelconques, &c.

Si l'on veut même, selon l'hipothese de feu M. Bernoulli, la plus vrai-semblable de toutes, expliquée dans l'Hist. de 1705*, que dans la base d'une poutre qui rompt, les fibres superieures s'étendent, & que les inferieures se compriment, & qu'il y ait par consequent un Centre d'extension, & de compression, les distances à ce Centre, ou les leviers des résistances, seront encore dans des figures de même espece & de même matiere comme les hauteurs, & il n'y aura rien de changé au rapport des résistances établi par M. Parent, & qui fait le caractere particulier de sa Theorie. Nous en allons expliquer ici les consequences les plus curieuses, & les plus utiles, en supposant les poutres également longues, afin que la recherche se termine aux bases.

* p. 130. & suiv.

D'abord il saute aux yeux, que si les bases des deux poutres sont égales, quoique les hauteurs & les largeurs en soient inégales, leurs résistances seront comme ces hauteurs seules, & par consequent une même poutre posée de *chan*, c'est à dire sur le plus petit côté de sa base, résistera plus que posée sur le plat, en même raison que la premiere situation lui donnera une plus grande hauteur que la seconde. De même une base Elliptique résistera plus posée sur le grand axe que sur le petit.

Puisque les poutres sont supposées également longues, ce sont leurs bases qui déterminent le rapport de leurs poids, ou de leurs solidités, & par la même raison que

leurs bases étant égales leurs hauteurs peuvent être differentes, deux poutres d'un poids égal peuvent avoir des résistances differentes à l'infini, de sorte que si dans l'une la hauteur de la base étoit conçûë infinie, & la largeur infiniment petite, tandis que dans l'autre les dimensions de la base demeureroient finies, la résistance de la premiere seroit infiniment plus grande que celle de la seconde, quoique leur solidité ou leur pesanteur fût égale. S'il n'étoit question dans l'usage de l'Architecture que d'avoir des poutres capables de résister à de grandes charges, & qui en même temps eussent le moins de pesanteur qu'il fût possible, il est clair par ce qui vient d'être dit qu'elles devroient être minces comme des ais, & posées de chan, mais il faut pour la liaison des parties du bâtiment qu'elles ayent une certaine assiette, & par-là la Pratique tempere les excés de la Theorie. Mais il en reste toûjours qu'aprés qu'on a donné à une poutre l'assiette ou la largeur necessaire, elle ne peut avoir trop de hauteur.

Si l'on suppose, non-pas que les bases de deux poutres soient égales, mais que la somme des côtés de leurs bases le soit, par exemple, qu'ils soient ou 12 & 12, ou 11 & 13, ou 10 & 14 &c. de sorte qu'ils fassent toûjours 24, & de plus, que les poutres soient toûjours posées de chan, on trouvera en suivant cette espece de Serie que dans la premiere poutre qui avoit 12 & 12, la résistance seroit 1728, & la solidité ou pesanteur 144, & que dans la derniere qui auroit 1 & 23 la résistance seroit 529, & la pesanteur 23, que par consequent la premiere qui seroit quarrée auroit par rapport à sa pesanteur prés de deux fois moins de force que la derniere pour résister à une charge, & que dans les poutres moyennes cette force de résister comparée à la pesanteur iroit toûjours en augmentant depuis la premiere jusqu'à la derniere.

Delà M. Parent a tiré une remarque importante pour la pratique. Les Marchands de bois coupent leurs Poutres dans les Arbres les plus quarrées qu'ils peuvent, parcequ'ils les vendent à proportion de leur solidité ou masse,

& il est certain que celles qui sont quarrées en ont davantage, mais elles ont moins de résistance, c'est à dire qu'elles coûtent davantage, & valent moins pour les Bâtimens, & par consequent les Marchands vont doublement contre l'utilité publique. Apparemment ce desordre qui ne peut être connu que des Geometres ne sera pas arrêté par des Reglemens, mais du moins lorsque les Proprietaires des bois feront bâtir, ils pourront profiter de l'avis que M. Parent leur donne.

Sur cela, il est entré dans une question également geometrique, & necessaire pour l'usage. Quelles dimensions doit avoir la base d'une Poutre que l'on tirera d'un Arbre proposé, pour être de la plus grande résistance qu'il se puisse, ou, ce qui est la même chose, une base circulaire étant donnée, quel est le rectangle de la plus grande résistance que l'on y puisse inscrire? Il est déja bien certain par tout ce qui a été dit que ce n'est pas le quarré, quoiqu'il soit le plus grand de tous les rectangles inscriptibles.

Cette question se réduit à trouver *Un plus grand*, c'est à dire qu'aprés que l'on a exprimé selon la Theorie de M. Parent la résistance d'un rectangle indéterminé pris dans la base du cercle, il ne faut plus qu'égaler par les regles ordinaires cette expression générale à Un plus grand, & elle deviendra la résistance d'un rectangle déterminé, dont les côtés sont à tres-peu de chose prés, comme 7 & 5. M. Parent, aprés la résolution de ce Problême, s'étant informé à des Architectes quelles étoient les dimensions des Poutres, qu'ils croyoient les plus avantageuses pour la force de la résistance, eut le plaisir d'apprendre que c'étoient 10 pouces sur 14. Les tâtonnemens de l'Experience ne frapent pas toûjours si droit au but, mais lors même qu'ils y frapent, on ne le peut sçavoir sans la Geometrie. Ou elle remet dans le chemin si l'on s'égare, ou elle assûre qu'on y est.

Jusqu'ici nous avons supposé la longueur des Poutres égales; si elle ne l'est pas, les bases résisteront d'autant moins,

moins, que les poutres ſeront plus longues, & cela rentre dans la Theorie générale. Mais ce ne ſont encore que des rapports, & pour ſçavoir quelle charge peut ſoûtenir une Poutre donnée, ou quelles doivent être les dimenſions d'une Poutre qui ſoûtiendra une certaine charge, il faut des Experiences fondamentales, & qui ſervent de pied fixe à tout le reſte. M. Mariotte en avoit fait ſur des Verges de Verre, mais M. Parent a crû avec raiſon que le Verre tiroit trop peu à conſequence pour le bois dont on fait les Poutres. Il a donc fait ſur les bois qu'on emploïe le plus communément les Experiences, qui ont été rapportées dans les Memoires de 1707 *. Elles ont été faites pour les trois manieres dont une poutre peut être poſée, car ou elle ſera retenuë ſeulement par un bout, ou elle ſera portée par ſes deux bouts ſur deux appuis, & dans cette ſeconde ſituation, ou elle aura ſes deux bouts libres, ou elle les aura engagés & ſerrés dans ſes appuis, par exemple dans deux Murs, ce qui eſt la poſition ordinaire. * p. 512.

Il faut remarquer que quand une poutre engagée dans ſes deux appuis rompt par un poids ſuſpendu à ſon milieu, elle ne rompt pas ſeulement à ce milieu, mais encore à ſes deux bouts, ou ſi elle n'y rompt pas actuellement, du moins immediatement avant l'inſtant de la rupture, qui eſt celui de l'équilibre entre la réſiſtance & le poids, ſes fibres ſont autant tirées & autant étenduës à ſes deux bouts qu'à ſon milieu, ce qui arrive neceſſairement à cauſe des deux appuis qui tiennent ces deux bouts ſerrés. On doit donc concevoir que du poids ſuſpendu au milieu, il n'y en a que le tiers qui agiſſe ſur ce milieu pour y faire une rupture, & que les deux autres tiers font chacun ou tendent à faire la rupture de chaque bout. Il n'en eſt pas ainſi d'une poutre poſée librement ſur deux appuis, il ne ſe fait qu'une rupture qui eſt au milieu, & à laquelle toute l'action du poids eſt emploïée. Il eſt neceſſaire d'obſerver cette difference, quand on veut paſſer de l'hipotheſe d'une de ces deux poſitions à celle de l'autre.

On peut ſuppoſer une Poutre chargée ſeulement de ſon propre poids, ou de ſon poids & de quelques autres poids étrangers appliqués à telle diſtance qu'on voudra de l'une ou de l'autre extremité, ou ſeulement de ces poids étrangers, parceque, ſelon la remarque de M. Parent, le poids d'une poutre n'eſt communément qu'à peu prés la 70me partie de la charge qu'on lui donne à porter. Il eſt évident que quand on conſidere pluſieurs poids, il faut les réduire tous, ſelon les regles ordinaires, à un centre de gravité commun.

On peut enfin, quoique contre l'uſage le plus ordinaire, mais pour une plus grande généralité, ſuppoſer la poutre inclinée à l'Horizon, & alors la direction du poids, toûjours perpendiculaire à l'Horizon, étant oblique à la longueur de la poutre, ſera diviſée, ſelon la Theorie des Mouvemens compoſés, en deux autres directions, l'une parallele, l'autre perpendiculaire, dont il n'y aura que la perpendiculaire qui agira.

M. Parent connoiſſant par ſes Experiences fondamentales les dimenſions d'une certaine Poutre qu'il prend pour Modele, & le poids qu'elle a été capable de ſoûtenir, en compare la réſiſtance à celle que feroit une autre Poutre deſtinée à ſoûtenir un ou pluſieurs poids donnés, mais dont les dimenſions ſont inconnuës, ſoit qu'elle ſoit horizontale ou non, engagée ou non dans ſes appuis. Par-là il parvient à une Equation générale qui lui donne les dimenſions qu'il cherche, en quelque hipotheſe que ce ſoit.

Il eſt peut-être bon d'obſerver ici, que quand une poutre doit rompre par ſon propre poids, on lui trouve bien par le calcul une longueur, & une hauteur déterminée, mais jamais de largeur, c'eſt à dire qu'aprés lui avoir donné cette longueur & cette hauteur déterminées, il n'importe quelle largeur on lui donne. Et en effet il eſt viſible, que quand on augmentera ou diminuëra ſa largeur, on augmentera ou diminuëra ſon poids ou ſa ſolidité dans la même raiſon, puiſque ſes deux autres dimenſions de-

meurent les mêmes, & que l'on augmentera aussi ou diminuëra de la même quantité sa résistance, puisque le quarré de sa hauteur demeure le même. Ainsi dans ce cas la largeur est absolument indifferente.

Trouver quelle charge peut soûtenir une Poutre dont les dimensions sont connuës, ce n'est que l'Inverse de la formule génerale de M. Parent, ou plutôt le tout est compris dans la même formule. C'en sont de simples Corollaires que de déterminer la moindre solidité possible d'une poutre qui avec une certaine longueur donnée soûtiendra une charge donnée, ou le diametre d'un Tronc d'Arbre d'où l'on pourra tirer une poutre d'une certaine longueur, capable de porter un certain poids, appliqué à un certain point, & en même temps la plus legere, ou de la moindre solidité qu'il se puisse.

Par le moyen de la formule générale, M. Parent a calculé des Tables, où l'on trouve les poids que peuvent soûtenir en leur milieu differentes Poutres engagées dans des Murs par leurs bouts, selon la pratique ordinaire, & il donne en même temps une Regle par laquelle on peut étendre les Tables à des Poutres chargées en quelque point que ce soit; il ne leur a supposé que les dimensions qui peuvent être d'usage. On diroit presque que la Theorie ne s'abaisse jusque-là qu'à regret, cependant elle y est obligée, ne fût-ce que pour sa propre justification.

SUR LA RESISTANCE DES MILIEUX AU MOUVEMENT.

L'Histoire de 1707 * qui a déja traité cette matiere assés au long, n'a fait cependant que la commencer. Ce n'est pas qu'on affecte de l'étendre, c'est qu'elle est fort étenduë d'elle-même, à cause des differentes sortes

V. les M. p. 113. 212. 250. 301. & 419.
* p. 139. & suiv.

de Mouvemens qui ſont dans la Nature, & de l'incertitude de l'Hipotheſe qu'on doit prendre ſur la Réſiſtance.

M. Varignon n'a encore conſideré que les Mouvemens primitivement uniformes, que la Réſiſtance du Milieu rend variés, il reſte les Mouvemens primitivement variés, qu'elle rendra autrement variés. Les plus connus & les premiers qui s'offrent, ce ſont ceux des Corps peſants; on ſuppoſe qu'ils ſuivent le ſiſtême de Galilée. Il faut enſuite ſe déterminer à une hipotheſe ſur la Réſiſtance; M. Varignon prend d'abord la plus ſimple des trois, qui ont été regardées comme les plus vrai-ſemblables de toutes dans l'Hiſt. de 1707, què nous ſuppoſons toûjours ici, c'eſt celle où la Réſiſtance de chaque inſtant ſe regle ſur la Viteſſe de cet inſtant, de ſorte qu'elle en ſoit toûjours, par exemple, la 10me partie.

Si un Corps peſant tombe dans un Milieu qui ne réſiſte point, & que le temps de la chute ſoit diviſé en inſtans égaux, les Viteſſes croîtront, ſelon Galilée, comme les Nombres naturels 1, 2, 3, &c. parceque la Peſanteur, que l'on conçoit comme conſtante, donne toûjours au Corps à chaque inſtant une nouvelle impulſion égale. Mais ſi le Milieu réſiſte, & réſiſte en même raiſon que la viteſſe ſera plus grande, de ſorte qu'il en retranche à chaque inſtant, ſi l'on veut, la 10me partie, la viteſſe du 1er inſtant, qui auroit été 1 ou $\frac{10}{10}$, ne ſera plus que $\frac{9}{10}$, celle du 2^d^ qui auroit été 2, ne ſera que $\frac{9}{10}$ plus 1, moins la 10me partie de la ſomme $\frac{9}{10}$ plus 1, c'eſt à dire $\frac{171}{100}$, car il eſt viſible que la peſanteur ajoûte toûjours 1 à la viteſſe de chaque inſtant précédent, & que de cette ſomme la réſiſtance du Milieu en retranche toûjours la 10me partie; ainſi la viteſſe du 1er inſtant qui auroit été 100 ne ſeroit plus que 90, & celle du 2^d^ qui auroit été 200 ne ſeroit plus que 171. De cette maniere on trouvera encore par un ſimple calcul Arithmetique les viteſſes de tous les autres inſtans, & l'on verra qu'elles augmentent toûjours, mais de moins en moins, de ſorte que la viteſſe du 3me inſtant, qui dans un milieu ſans réſiſtance auroit été triple de celle du 1er, eſt plus

éloignée de l'être que celle du 2d n'est éloignée d'en être double, & celle du 4me encore plus éloignée d'en être quadruple, que celle du 3me ne l'est d'en être triple, & toûjours ainsi de suite. En un mot, les Vitesses croissent, & leurs Differences décroissent.

Si l'on considere de plus prés ces Vitesses, & leurs Differences, on s'appercevra que la Progression selon laquelle les Differences décroissent est geometrique, mais non-pas celle selon laquelle les Vitesses croissent. Or les Geometres sçavent que si on prend une Logarithmique du côté qu'elle est convexe par rapport à son Axe, qui est aussi son Asimptote, ses Ordonnées qu'on peut appeller *exterieures* sont en progression geometrique aussi-bien que leurs Differences, & que les Ordonnées de l'autre côté ou *interieures* ont les mêmes Differences, sans être en progression geometrique. Delà il suit que les Ordonnées interieures d'une Logarithmique representeront les Vitesses d'un Corps qui tombe, dans les deux hipotheses que nous avons faites de la variation de son Mouvement, & de la Résistance du Milieu.

A quelque instant que ce soit, la Vitesse du Corps n'est que la somme des Differences de toutes les Vitesses des instans précédens, & puisque ces Differences décroissent en progression geometrique, elles ne doivent, lors même qu'elles seront en nombre infini, faire qu'une somme finie, & par conséquent la Vitesse, qui s'augmentera toûjours, ne sera que finie au bout d'un temps infini. Aussi voit-on que la Logarithmique qui a son Axe pour Asimptote, ne peut jamais avoir pour plus grande & derniere Ordonnée interieure qu'une Ordonnée d'une certaine grandeur finie, quoique cette Courbe se soit étenduë à l'infini, & que ses Ordonnées interieures ayent toûjours été en croissant. Il y a donc dans les hipotheses presentes une certaine Vitesse finie, qu'un Corps qui tombe ne peut acquerir par l'action de sa pesanteur, qu'au bout d'un temps infini, (on la peut appeller *terminale*) & par consequent le mouvement s'accelerera toûjours, & ne deviendra jamais uniforme.

Il ne le deviendroit qu'au cas qu'il fût possible qu'aprés la vitesse terminale acquise, c'est à dire aprés un temps infini, le Corps continuât encore de tomber dans le même Milieu; en voici la preuve. Si au premier instant que le Corps pesant est abandonné à lui-même, il trouvoit dans le Milieu une résistance égale à sa pesanteur, il est visible qu'il ne tomberoit point, & demeureroit suspendu. Il ne tombe donc que parceque sa pesanteur surpasse la résistance du Milieu, & chaque nouveau degré de vitesse qu'il acquiert par l'action continuelle de sa pesanteur, n'est que l'effet de l'excés de sa pesanteur sur cette résistance. Mais on suppose que cette résistance augmente toûjours en même raison que la vitesse, & d'un autre côté la pesanteur demeure toûjours la même. Il faut donc que la résistance aille toûjours en s'approchant de la quantité dont est la pesanteur, & vienne enfin à l'égaler. Le temps où arrive cette égalité ne peut être que celui où la pesanteur cesse d'agir, & d'imprimer quelque nouveau degré de vitesse, puisque la Résistance du Milieu ôte toute action à la pesanteur, quand elle lui est égale, or nous avons vû que la pesanteur agit, & accelere le mouvement, mais toûjours de moins en moins, pendant un temps infini, ce n'est donc qu'au bout de ce temps que la résistance égale la pesanteur, & en effet elle croît comme la vitesse qui ne devient que finie au bout d'un temps infini. Cette égalité arrivée, le Corps s'arrêteroit s'il n'avoit nulle vitesse acquise, mais il a la vitesse terminale acquise par sa chute, & s'il est possible qu'il continuë de tomber aprés un temps infini, il tombera encore à l'infini avec cette vitesse qui ne s'accelerera plus, puisque la pesanteur n'a plus d'action. La pesanteur & la résistance du Milieu étant détruites l'une par l'autre, il est dans le même cas que s'il étoit sans pesanteur, & jetté dans le Vuide. Il est bien constant que son mouvement seroit uniforme, & dureroit à l'infini.

De ce que nous venons de dire, on en peut tirer quelques consequences. Par exemple, puisque dans le même

temps infini la viteſſe tend toûjours à égaler la viteſſe terminale, & la réſiſtance à égaler la peſanteur, & que la réſiſtance croît comme la viteſſe, il s'enſuit qu'à chaque inſtant la viteſſe croît autant par rapport à la viteſſe terminale, que la réſiſtance croît par rapport à la peſanteur, ou, ce qui eſt la même choſe, que ces 4 grandeurs ſont en proportion à quelque inſtant que ce ſoit. Par conſequent ſi l'on en connoît 3, on a auſſi-tôt la 4me. Si, par exemple, aprés la premiere Seconde pendant laquelle un Corps qui peſe 1 liv. eſt tombé dans l'air, il a une viteſſe à pouvoir parcourir d'un mouvement uniforme 5 toiſes en une ſeconde dans un Milieu ſans réſiſtance, & qu'alors la réſiſtance de l'air ſoit de la valeur d'1 grain ou de $\frac{1}{9216}$ de livre, on ſera aſſûré que ce Corps ne pourra jamais acquerir dans l'air une viteſſe à parcourir en une ſeconde 21 Lieuës. On voit aſſés que ces ſortes de calculs peuvent trouver leur place dans la Phiſique, & que les principes qui les produiſent, ne ſont pas de purs amuſemens de Theorie.

M. Varignon ayant trouvé que c'eſt une Logarithmique qui exprime par ſes Ordonnées interieures les viteſſes d'un Corps qui tombe dans les deux hipotheſes preſentes, trouve aiſément enſuite quelle Courbe exprime par ſes Ordonnées les viteſſes correſpondantes qui ont été détruites par la réſiſtance du Milieu, ou, comme nous l'avons dit dans l'Hiſt. de 1707, les réſiſtances *totales* du Milieu, qui leur ſont toûjours égales. Puiſque les réſiſtances de chaque inſtant ſont toûjours ici comme les viteſſes, & qu'elles ſont les infiniment petits des réſiſtances totales, on a la proportion ſelon laquelle croiſſent les infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des Réſiſtances totales, & par conſequent en integrant on a ces Ordonnées elles-mêmes, ou la Courbe.

La ſomme des Ordonnées interieures de la Logarithmique doit repreſenter l'eſpace parcouru par le Corps qui tombe, & comme cette ſomme eſt infinie, quand l'Axe qui repreſente le temps l'eſt auſſi, l'eſpace parcouru

dans un temps infini est infini, quoique la viteſſe acquiſe ne ſoit que finie. M. Varignon démontre qu'au bout de deux temps quelconques les eſpaces parcourus ſont comme les réſiſtances totales ou les viteſſes perduës correſpondantes, & il eſt aſſés remarquable qu'ils ſoient proportionels à ces viteſſes perduës, qui ne font que diminuer les eſpaces, & non aux viteſſes actuelles ou reſtantes, qui les ont fait parcourir. La ſomme des Ordonnées de la Courbe des réſiſtances totales, ou des viteſſes perduës, repreſente l'eſpace que la réſiſtance du Milieu retranche de celui qui auroit été parcouru ſi elle n'eût pas agi, cette ſomme eſt infinie quand l'axe eſt infini, & par conſequent auſſi cet eſpace l'eſt dans un temps infini, c'eſt à dire que la réſiſtance du Milieu empêche dans un temps infini un eſpace infini d'être parcouru, & que cependant celui qui eſt parcouru ne laiſſe pas d'être encore infini. Cela ſembleroit paradoxe, ſi l'on ne trouvoit pas ſans ceſſe des Infinis plus grands que d'autres ſelon tous les rapports imaginables, & ſi l'on n'étoit pas familiariſé de longue main avec ces ſortes de merveilles.

Toutes les proprietés que nous venons de rapporter du Mouvement acceleré dans les hipotheſes preſentes, ſont fondées geometriquement ſur les proprietés de la Logarithmique. Mais on peut auſſi emploïer l'Hiperbole au même uſage, parcequ'il y a entre ces deux Courbes aſſés de liaiſon, & une eſpece d'affinité. Elle conſiſte en ce que dans l'Hiperbole certains eſpaces étant pris en progreſſion arithmetique, les diviſions correſpondantes d'une des Aſimptotes ſont en progreſſion geometrique ; ainſi l'Hiperbole, auſſi-bien que la Logarithmique fournit ces deux progreſſions qui ſe répondent, mais elle les fournit d'une maniere moins ſimple, puiſque l'une eſt entre des eſpaces, & l'autre entre des lignes, au lieu que dans la Logarithmique toutes deux ſont entre des lignes. De deux illuſtres & excellens Geometres qui ont traité cette matiere des Réſiſtances, mais l'un aſſés legerement, l'autre avec plus de profondeur, & peu de clarté, l'un a pris

la Logarithmique, & l'autre l'Hiperbole. M. Varignon enseigne à les manier toutes deux également dans cette recherche, & même à passer, si l'on veut, de l'une à l'autre. La Formule générale qu'il a trouvée lui en laisse le choix libre, & lui ouvre à la fois toutes les routes.

Au lieu que nous avons supposé jusqu'à present que le Corps n'avoit de mouvement que par sa pesanteur, si l'on supposoit, tout le reste demeurant le même, qu'il fût jetté de haut en bas avec une vitesse *initiale* quelconque, il seroit bien aisé de voir ce qui en arriveroit. Cette vitesse initiale seroit ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Dans le 1er cas, la même Logarithmique representeroit toûjours par ses Ordonnées interieures les vitesses du Corps tombant, mais au lieu qu'elle commençoit à les representer par une Ordonnée égale à zero, elle ne commenceroit que par une certaine Ordonnée finie, &, pour ainsi dire, plus tard; & comme cette Courbe s'étend à l'infini, & que dans une progression infinie, il y a toûjours une infinité de termes jusqu'au dernier, à compter non-seulement depuis le premier terme, mais depuis un terme quelconque, toutes les consequences de l'Infini seroient les mêmes, que dans une chute dont la vitesse commenceroit par zero. Dans le 2d cas, il est évident par tout ce qui a été dit que le mouvement du Corps seroit uniforme, & que la Logarithmique se changeroit en la ligne droite infinie, qui en étoit l'Asimptote. Dans le 3me, le Mouvement seroit retardé, puisque la résistance du Milieu surpasseroit la pesanteur du Corps, les differences des vitesses décroissantes décroîtroient encore selon une progression geometrique par la même raison que celles des vitesses croissantes du 1er cas, par consequent la Logarithmique auroit encore lieu ici, mais ses Ordonnées devroient être décroissantes, puisqu'elles auroient des vitesses décroissantes à representer; il faudroit donc prendre ses Ordonnées exterieures qui décroissent, ou, ce qui est le même, considerer la Logarithmique par son côté convexe, & ajoûter toûjours ses Ordonnées à une

ligne droite constante qui representeroit la vitesse terminale, dont le Corps ne peut jamais rien perdre. On verroit alors que comme la Logarithmique s'étend à l'infini, le mouvement seroit retardé à l'infini, que comme elle n'arrive à son Asimptote qu'aprés un cours infini, la vitesse toûjours retardée n'arriveroit qu'aprés un temps infini à être égale à la terminale, & cela, quelque petit qu'eût été d'abord l'excés de l'initiale sur la terminale, pourvû seulement qu'il eût été fini. On démêle assés dans toutes ces suites du 3me cas celles qui viennent de son opposition au 1er, d'avec celles qui naissent de la conformité générale qu'ils conservent malgré cette opposition.

Aprés les mouvemens primitivement accelerés, il reste à examiner les mouvemens primitivement retardés, que retarderoit encore la résistance du Milieu. Tel est le mouvement d'une Pierre jettée verticalement de bas en haut, que retarderoient continuellement, & sa pesanteur, & la résistance de l'air. Le 3me cas que nous venons d'expliquer donne une grande ouverture pour cette recherche, les hipotheses demeurant les mêmes. Le mouvement étant retardé de part & d'autre selon les mêmes loix, la progression geometrique des Differences des Vitesses décroissantes, & par consequent la Logarithmique se presente encore ici, car il est visible que les directions contraires de haut en bas, & de bas en haut ne peuvent rien changer à cet égard. De même parceque le mouvement est retardé de part & d'autre, il faudra prendre les deux Logarithmiques du côté convexe. Seulement pour réduire les deux cas entierement au même, il faudra qu'au lieu que le Corps jetté de haut en bas avoit ses vitesses representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, ausquelles on ajoûtoit toûjours une ligne droite constante qui representoit la vitesse terminale, le Corps jetté de bas en haut ait ses vitesses representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, dont on retranche toûjours une même ligne droite, qui represente la même vitesse terminale. La raison en est éviden-

te, puiſque les deux cas ne different abſolument qu'en ce que dans le premier le Corps a une viteſſe dont il ne peut jamais rien perdre, c'eſt à dire la terminale, & dans le ſecond, le Corps ne peut jamais avoir une pareille viteſſe, car quelque prodigieuſe que ſoit celle avec laquelle il commence à ſe mouvoir, pourvû qu'elle ſoit finie, l'action de la peſanteur lui en fera perdre quelque choſe dés le premier moment. Par conſequent on réduit le ſecond cas au premier, ſi l'on retranche du ſecond la viteſſe terminale du premier, qui faiſoit toute leur difference.

De ce que les viteſſes d'un Corps jetté de bas en haut ſont repreſentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, dont on retranche toûjours une même ligne droite, il s'enſuit que cette droite ſe trouvera égale à quelque Ordonnée, & que par conſequent il y aura quelque point de la Logarithmique où la viteſſe ſera nulle. Et en effet il eſt bien clair que cela doit arriver, car dans un mouvement primitivement retardé indépendamment de la réſiſtance du Milieu, la viteſſe s'éteint au bout d'un certain temps, à plus forte raiſon s'éteindra-t-elle dans un Milieu qui réſiſte. La Logarithmique fait voir de combien elle s'éteint plutôt, ou, ce qui eſt la même choſe, de combien l'eſpace que le Corps auroit parcouru, eſt raccourci.

Soit qu'on ait laiſſé tomber librement le Corps, ſoit qu'on l'ait jetté verticalement de haut en bas avec une certaine force, ou de bas en haut, M. Varignon donne toûjours dans ces 3 cas par les principes de ſa Theorie, c'eſt à dire par des ſommes de Viteſſes, ou des Aires de Courbes, la valeur des eſpaces ou qui ont été parcourus malgré la réſiſtance du Milieu, ou qui l'auroient été ſans cette réſiſtance, & il compare les uns aux autres. Il compare même ceux de l'un des 3 cas à ceux des 2 autres, & pour ne rien oublier, à ceux qui auroient été parcourus par des Mouvemens primitivement uniformes. Tout cela s'execute & par la Logarithmique, & par l'Hiperbole, & toutes les combinaiſons de tant d'idées differentes ou-

vrent un vaste champ à la Geometrie.

Tous ces mouvemens cependant sont renfermés dans une supposition assés limitée, ils ne se font que suivant des lignes verticales, mais si un Corps pesant étoit jetté obliquement à l'Horizon, soit de bas en haut, soit de haut en bas, ce seroient des considerations nouvelles, ce Corps décriroit certainement quelque Courbe, au lieu qu'il ne décrivoit auparavant que des lignes droites.

Tout le monde sçait qu'un Corps pesant jetté soit horizontalement, soit obliquement à l'Horizon décrit une Parabole par le mêlange de sa vitesse de *projection* avec celle que lui imprime sa pesanteur, mais on suppose alors que le Milieu ne fait aucune résistance, ou qu'il n'y a nulle erreur sensible à ne la compter pour rien. Telle est celle que l'Air peut faire à un Boulet de Canon. Mais si le Milieu résiste sensiblement, ou qu'enfin on veüille venir à la précision geometrique, la Parabole n'a plus de lieu.

Si l'on considere un Corps jetté obliquement à l'Horizon, il vient d'abord dans l'esprit de *décomposer* cette vitesse oblique, c'est à dire, de la regarder comme résultante d'une vitesse horizontale, toûjours uniforme par sa nature, & d'une verticale variée par la pesanteur, mais la Theorie générale de M. Varignon le mettant en état de prendre une idée encore plus simple, c'est par elle qu'il commence.

Il ne décompose point la vitesse de la projection oblique, il la regarde comme simple, & d'ailleurs elle est uniforme d'elle-même, mais elle est continuellement alterée par l'action de la pesanteur qui ramene le Corps en embas s'il a été jetté de bas en haut, ou hâte son mouvement de haut en bas, s'il a été jetté selon cette direction. Voilà donc deux mouvemens à considerer, l'un primitivement uniforme, l'autre primitivement varié suivant le sistême de Galilée, & à tous les deux le Milieu résiste en raison des vitesses.

* p. 148. Nous avons dit dans l'Hist. de 1707 * que dans la pre-

ſente hipotheſe de la Réſiſtance, un mouvement primitivement uniforme devient varié, de ſorte que les viteſſes reſtantes à chaque inſtant ſuivent une progreſſion geometrique décroiſſante, ou, ce qui eſt la même choſe, les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique. Il faut donc pour trouver les diminutions de la viteſſe ſimple de projection cauſées par la réſiſtance du Milieu, décrire une Logarithmique dont la premiere & plus grande Ordonnée exterieure repreſente la viteſſe de projection dans ſon premier inſtant, & non encore diminuée. Reſte la viteſſe qui vient de la peſanteur.

N'examinons ici que le cas où un Corps eſt jetté de bas en haut. Quelle que ſoit ſa viteſſe de projection, ſa peſanteur agira contre elle dés le premier inſtant pour le ramener en embas, & de toute la ligne de projection qu'il auroit décrite, s'il avoit été ſans peſanteur, il n'en décrira qu'une premiere partie infiniment petite, aprés quoi il ſera toûjours au deſſous de plus en plus. Il eſt donc, à ne conſiderer que ſa peſanteur, dans le même cas que ſi on le laiſſoit tomber librement. Or nous avons vû cy-deſſus* qu'en ce cas-là ſes viteſſes toûjours croiſſantes ſeroient repreſentées par les Ordonnées interieures d'une Logarithmique, dont la premiere ayant été égale à zero, la derniere infiniment éloignée ne ſeroit que finie, & repreſenteroit la viteſſe terminale. Il ne faut donc que décrire cette Logarithmique pour avoir les viteſſes accelerées cauſées par la peſanteur, malgré la réſiſtance du Milieu.

* p. 125.

Cette Logarithmique, & celle qui repreſenteroit la viteſſe uniforme de projection devenuë variée, n'en ſont pas deux. L'eſſence de cette Courbe conſiſte en ce que ſes Ordonnées exterieures ſont en progreſſion geometrique, leurs Abſciſſes étant ſuppoſées en progreſſion arithmetique, & delà il ſuit neceſſairement qu'à quelque point que ce ſoit ſa ſoûtangente eſt toûjours de la même grandeur. Une Logarithmique ne differe d'une autre qu'en ce que leurs ſoûtangentes, invariables chacune, ſont deux grandeurs differentes. D'ailleurs comme cette Courbe

s'étend à l'infini, on y peut toûjours trouver une Ordonnée de telle grandeur qu'on voudra. Ainsi si la Logarithmique qui doit representer les vitesses causées par la pesanteur est telle que la même ligne droite represente & sa soûtangente, & la vitesse terminale, elle est déterminée à être une certaine Logarithmique, & ensuite l'on y trouvera une Ordonnée qui representera la premiere vitesse de projection, quel que soit le rapport de cette vitesse à la terminale. Ce ne seront que deux differens arcs de la même Logarithmique, dont les differentes Ordonnées representeront les deux differentes especes de vitesses que nous considerons ici, & si celle de projection étoit égale à la terminale, ce ne seroit que le même arc.

Par tout ce qui a été dit & dans l'Hist. de 1707 & cy-dessus, il est évident que quand on a ces deux differentes especes de vitesses, & par consequent leur rapport, on a ensuite le rapport des deux espaces qu'elles ont fait parcourir, ou, ce qui revient au même, le point où le Corps doit se trouver à un instant quelconque, & la suite de tous ces points pour tous les instans est la *Courbe de projection*.

Un côté infiniment petit quelconque de cette Courbe, est l'espace que le Corps a parcouru dans un instant, en vertu des deux vitesses, & par un mouvement composé. Pour avoir cet espace, il faut prendre les deux qui ont été parcourus en vertu de chaque vitesse, ou, ce qui revient au même, les deux espaces *primitifs*, qui auroient été parcourus dans un Milieu sans résistance, diminués ainsi qu'ils ont dû l'être par la résistance. Et comme les vitesses qui ne seroient pas uniformes dans le fini, le deviennent dans l'infiniment petit, & que les espaces sont en raison des vitesses, lorsqu'elles sont uniformes, & que dans l'hipothese presente les résistances sont en raison des vitesses, les espaces primitifs infiniment petits seront diminués par la résistance selon la même raison qu'ils ont entr'eux. Et si l'on conçoit qu'ils forment un parallelogramme, sa diagonale sera la ligne du mouvement composé, ou le côté infiniment petit de la Courbe décrit par le

Corps pendant un instant. Supposons que les deux espaces primitifs eussent été comme 3 & 4, & que du premier la résistance en eût retranché 1, elle auroit donc retranché du second $\frac{4}{3}$, ce qui les auroit réduits à être 2 & $\frac{8}{3}$, & leur diagonale primitive, qui, en concevant qu'ils fissent entre eux un angle droit, auroit été 5, seroit devenuë $\frac{10}{3}$.

Il est bon de faire ici une remarque, qui est peut-être assés délicate, & qui pourra servir d'exemple de la facilité qu'il y a à se méprendre en ces matieres. Le raisonnement que nous venons de faire semble conclure, que dans quelque hipothese que ce soit des résistances, les deux petits espaces primitifs étant diminués comme cette hipothese le demandera, leur diagonale sera la ligne du mouvement composé du Corps. Mais ni cela n'est vrai, ni le raisonnement ne le conclut. Le Milieu qui résiste ne s'oppose pas seulement aux deux mouvemens simples, d'où résulte le composé, il s'oppose aussi au composé, & même ce composé étant le seul réel, il est le seul auquel le Milieu s'oppose réellement. Quand on a diminué les deux petits espaces primitifs selon la raison des résistances, il faut donc diminuer aussi selon cette même raison leur diagonale primitive, pour avoir la ligne du mouvement composé, & si on se contentoit de tirer la diagonale des espaces diminués, on tomberoit dans l'erreur. Par exemple, si la résistance suit les quarrés des vitesses, & que les espaces primitifs & leur diagonale soient encore 3, 4 & 5, & que la résistance retranche 1 du premier espace, on trouvera dans cette hipothese de la résistance, que les deux espaces deviennent 2 & $\frac{20}{9}$, & que si on tiroit simplement leur diagonale elle seroit à peu prés $\frac{26}{9}$; mais si on la diminuë aussi selon l'hipothese, elle sera $\frac{55}{36}$, ce qui est bien au-dessous de $\frac{26}{9}$ ou $\frac{104}{36}$. Dans l'hipothese des résistances en raison des vitesses, la simple diagonale des deux espaces primitifs diminués comme il le faut, se trouve aussi diminuée autant que le demande l'hipothese, car alors ces 3 lignes doivent toûjours être entr'elles comme les primitives, & l'on voit que 2, $\frac{8}{3}$ & $\frac{10}{3}$, ou, ce

qui est la même chose, 6, 8, & 10, sont comme 3, 4, & 5.

La Courbe de projection a pour Tangente à son origine la ligne de projection oblique, puisque le Corps pendant le premier instant de son mouvement doit décrire une partie infiniment petite & de cette ligne de projection & de la Courbe. Quoiqu'elle soit toûjours au-dessous de cette premiere Tangente, elle s'éleve ensuite par rapport à l'horizon, tant que ce qu'il y a de vertical dans la vitesse de projection l'emporte sur la vitesse que la pesanteur imprime au Corps pour le faire descendre. Au point où ces deux vitesses sont égales, c'est à dire où le Corps ne monte ni ne descend, la position ou la Tangente de la Courbe est horizontale, ensuite elle descend toûjours, & tend à devenir perpendiculaire à l'horizon, sans le pouvoir devenir qu'aprés un cours infini.

La Parabole que le Corps décriroit dans un Milieu sans résistance, s'ouvre toûjours à l'infini, & l'étenduë ou *amplitude* de ce jet seroit par consequent infinie. Mais ici l'amplitude du jet ne l'est pas, & elle est contenuë entre deux lignes verticales, éloignées l'une de l'autre d'une distance finie, de sorte que le Corps, quoiqu'en un temps infini, & aprés avoir parcouru un espace infini, ne peut être éloigné de l'origine du jet, que de cette distance finie, prise sur une ligne horizontale, c'est à dire en un mot que la Courbe de projection a une Asimptote, & une derniere Ordonnée finie la plus grande de toutes, à laquelle elle ne peut arriver. On en verra la necessité si l'on se souvient * que par la simple vitesse de projection le Corps n'auroit décrit en un temps infini qu'une ligne droite finie, or la vitesse causée par la pesanteur ne peut pas augmenter cette étenduë du jet, puisqu'elle ne tend qu'à ramener le Corps en embas selon des lignes verticales.

* V. l'Hist. de 1707. p. 144.

Il est clair que quand on conçoit le cours de la Courbe infini, on suppose la projection faite d'un point infiniment éloigné de la Terre, & que par consequent le Corps ne

la

la peut rencontrer en retombant. Mais si cette même projection étoit faite sur la Terre, le Corps y retomberoit aprés avoir parcouru un arc fini de la Courbe, tant en s'élevant qu'en redescendant, & M. Varignon détermine aisément ce point, où la Courbe couperoit une ligne horizontale, aussi-bien que celui de sa plus grande élevation sur l'horizon.

Par tout ce qui a été dit, il est clair que les infiniment petits des *Coordonnées* de cette Courbe, qui toûjours pris deux à deux en déterminent chaque petit côté, sont les accroissemens infiniment petits que prennent à chaque instant les deux espaces simples, dont est composé le mouvement du Corps. Ces espaces sont comme les aires correspondantes des deux arcs Logarithmiques, dont le premier sert à representer la vitesse simple de projection, & l'autre celle de la pesanteur, & ces aires sont comme certaines lignes droites, ce qui est plus simple. Par exemple, l'aire du premier, formée par les Ordonnées exterieures, est par tout comme l'Ordonnée interieure correspondante.

Maintenant il reste à trouver la Courbe des projections obliques de haut en bas. Il est évident que dans ces projections il y a necessairement du vertical, & qu'à cet égard le Corps est dans le même cas que s'il étoit jetté de haut en bas avec une certaine vitesse initiale. Le vertical déduit, il ne reste qu'un mouvement horizontal. Il est vrai que de cette maniere on décompose la vitesse oblique de projection, quoique l'on n'en ait pas presentement le dessein, mais il faut remarquer qu'on ne la décompose que par accident. Que la projection oblique soit ou de bas en haut, ou de haut en bas, il est toûjours necessaire d'en considerer la vitesse séparément de celle que produit la pesanteur du Corps. Si la projection oblique est de bas en haut, & qu'on la décompose, elle donnera au Corps un mouvement horizontal en avant, & de plus un vertical de bas en haut, & d'un autre côté la pesanteur lui en donnera un vertical contraire de haut en

bas, & même les lignes verticales par lesquelles elle agira, seront differentes de celle qui entroit dans la composition de la projection oblique. Si on ne décompose point cette projection, l'action verticale de la pesanteur de haut en bas, ne laisse pas de subsister toûjours, & elle doit être considerée à part. Mais dans une projection oblique de haut en bas, ce qu'il y a de vertical est précisément le même, que ce qui y surviendroit de la part de la pesanteur, pourvû seulement qu'elle fût fortifiée par quelque cause étrangere. Ainsi en considerant l'action de la pesanteur, on décompose necessairement cette projection, mais aussi ce n'est que par accident, & parcequ'elle est de haut en bas.

Dans cette espece de projection les vitesses horizontales décroissantes seront toûjours representées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique ; mais quant aux vitesses verticales, il y a 3 cas differens rapportés cy-
* p. 129. dessus *, la vitesse initiale sera ou plus petite que la terminale, ou égale, ou plus grande. Prenons d'abord le cas de l'égalité.

Alors le mouvement vertical du Corps sera uniforme, & une ligne droite divisée en parties égales en representera les vitesses. Voilà donc les deux vitesses simples déterminées. L'espace parcouru en vertu de la premiere au bout d'un temps quelconque sera comme l'Aire Logarithmique, ou comme l'Ordonnée interieure correspondante, & l'espace parcouru en vertu de la seconde sera toûjours au bout d'un temps égal comme une même ligne constante. Les infiniment petits de ces espaces seront l'un l'infiniment petit de l'Ordonnée interieure d'une Logarithmique, & l'autre un infiniment petit toûjours constant. Ils sont tous deux les infiniment petits des Coordonnées de la Courbe de projection qu'on cherche, par consequent cette Courbe sera une Logarithmique, car à ce que les infiniment petits de ses Ordonnées sont des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, il se joint que les infiniment petits des Abscisses correspondantes

ſoient conſtans, ce qui eſt eſſentiellement requis, & ne ſe peut trouver en aucune autre Courbe. La Logarithmique, aprés avoir tant ſervi à trouver ou les viteſſes des Corps mûs dans des Milieux qui réſiſtent, ou les Courbes que décrivent ces Corps jettés obliquement, devient enfin elle-même dans un cas la Courbe qu'ils décrivent.

Si la viteſſe verticale de la projection oblique de haut en bas eſt ou plus petite ou plus grande que la terminale, il eſt viſible que quoique les viteſſes horizontales ſoient toûjours repreſentées par les Ordonnées exterieures d'une Logarithmique, la Courbe de projection ne ſera plus une Logarithmique, parceque la viteſſe verticale ne ſera plus uniforme, mais ou accelerée ou retardée, & que par conſequent les infiniment petits des Ordonnées étant des infiniment petits d'Ordonnées de Logarithmique, ceux des Abſciſſes ne ſeront plus conſtans, ou que ſi on les prend conſtans, ceux des Ordonnées ne ſeront plus des infiniment petits d'Ordonnées de Logarihmique. M. Varignon détermine cette nouvelle Courbe de projection ; elle eſt differente de celle des projections obliques de bas en haut, mais elle a comme elle, & par la même raiſon, une Aſimptote verticale, c'eſt à dire que quoique le Corps décrive en un temps infini un eſpace infini par rapport à une ligne verticale, l'étenduë horizontale du jet n'eſt que finie.

Il n'importe quel ſoit le rapport de la viteſſe d'une projection oblique de haut en bas à la viteſſe terminale, car cette viteſſe de projection oblique étant toûjours neceſſairement plus grande que ce qu'elle a de vertical, & la grandeur de ce qu'elle a de vertical étant déterminée par l'obliquité de la projection, & par la grandeur de la viteſſe oblique, on aura toûjours le rapport de ce qu'elle a de vertical à la viteſſe terminale, que l'on ſuppoſe connuë, & ce rapport eſt tout ce qu'il faut conſiderer.

Puiſque la Courbe de projection de haut en bas eſt formée par un mouvement compoſé de deux mouvemens, l'un horizontal, l'autre vertical, il eſt clair que ſes

Coordonnées doivent se rencontrer à angles droits, comme font des lignes horizontales & verticales, au lieu que dans la Courbe de projection de bas en haut, formée par un mouvement oblique à l'horizon, & par un vertical, les Coordonnées se rencontroient obliquement. Cette difference les empêchera d'avoir une équation commune, tant qu'elle subsistera, mais elle n'est pas insurmontable. M. Varignon ayant réduit la Courbe des projections de bas en haut à avoir des Coordonnées qui se rencontrent à angles droits, ramene ensuite les Courbes des deux projections contraires à une même équation générale, que les deux cas differens déterminent differemment.

L'Hiperbole, ainsi qu'il a déja été dit, peut faire en cette matiere les fonctions de la Logarithmique, & M. Varignon ayant construit par des Logarithmiques les deux cas des deux projections contraires, fait voir ensuite qu'ils peuvent être aussi construits par l'Hiperbole, & que les deux Solutions, quoique differentes en apparence, ne sont que la même.

Il fait voir pareillement que, s'il eût supposé le Milieu sans résistance, les principes qu'il a suivis lui auroient donné pour Courbe de projection dans les deux cas la Parabole, que Galilée, en faisant abstraction de la résistance du Milieu, avoit trouvée, mais par une voïe moins générale.

M. Newton, & M. Huguens ont donné aussi dans l'hipothese presente, le premier en se servant de l'Hiperbole, & le second, de la Logarithmique, la maniere de décrire par points la Courbe de projection, mais ni l'un ni l'autre n'ont donné une équation qui en exprimât la nature. M. Huguens n'a pas même démontré sa maniere de trouver les points. Les deux tours qu'ils ont pris paroissent fort differens, soit l'un de l'autre, soit de celui de M. Varignon. Cependant il prouve que les trois arrivent précisément au même but, car en tirant de la description que chacun de ces Auteurs fait de sa Courbe une équa-

tion qui l'exprime, il fait voir qu'elle est la même de part & d'autre que celle qu'il a trouvée pour la Courbe déduite de ses principes. Aprés qu'on a marché par differens chemins pour aller à un même lieu, quelque sûr que l'on soit de ne s'être égaré dans aucun des voyages, on l'est encore plus quand on reconnoît ce lieu pour le même, & s'il se pouvoit faire qu'il parût fort different, la certitude seroit ébranlée.

Aprés tout cela, M. Varignon cherche la même Courbe en décomposant la projection oblique, ainsi que l'ont pratiqué Mrs Huguens & Newton. Quoique cette methode paroisse fort naturelle, elle est la moins simple, & les démonstrations qu'elle produit demandent un plus grand tour.. M. Varignon les donne également & pour les deux projections contraires, & en se servant soit de la Logarithmique soit de l'Hiperbole, & il prouve ensuite & que cette Courbe est la même que celle qu'il avoit déja trouvée sans décomposer les projections, & qu'elle est la même que celles de Mrs Newton & Huguens. Tant de surcroîts d'assurance ne sont pas inutiles dans des matieres aussi épineuses, & aussi compliquées.

ON dit qu'il est constant que des Chevaux qui se sont emportés s'arrêtent tout à coup, si on leur jette sur la tête quelque chose qui les empêche de voir. Cela supposé, M. Dalesme a montré une maniere fort simple de disposer deux Cordons qui abattroient tout d'un coup sur les yeux de deux Chevaux de Carrosse les deux pieces de cuir, qui sont à côté, de sorte qu'ils cesseroient aussitôt de voir. On tireroit les Cordons de dedans le Carrosse, & ce seroit un moyen fort aisé de remedier à un accident tres-fâcheux, & même d'en prévenir la peur.



MOnsieur des Billettes a continué la description de la maniere de faire le Sucre, & a donné celle de la Tannerie.

M. Jaugeon a donné la description de l'Art du Relieur de Livres.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN MDCCVIII.

I.

UN Clavessin de M. Cuisinié, nouveau pour sa construction, quoiqu'en effet ce ne soit qu'une Vielle tres-ingenieusement perfectionnée.

II.

Des Machines de M. du Guet pour l'augmentation de l'Ouye, & sur tout un Fauteüil qui augmente considerablement le son pour une personne qui est assise dedans, & qui presente l'oreille à une ouverture qu'elle rencontre sans peine. Il faut que l'on parle à une autre ouverture qui de dehors en dedans répond à celle-là, & on peut parler si bas que l'on veut. Toutes ces Machines ont été trouvées nouvelles & utiles à ceux qui entendent difficilement ; leur effet augmente à proportion de leur volume.





ELOGE

DE M. DE TOURNEFORT.

JOSEPH PITTON DE TOURNEFORT nâquit à Aix en Provence le 5 Juin 1656 de Pierre Pitton Ecuyer Seigneur de Tournefort, & d'Aimare de Fagouë d'une Famille noble de Paris.

On le mit au College des Jesuites d'Aix, mais quoiqu'on l'appliquât uniquement, comme tous les autres Ecoliers, à l'étude du Latin, dès qu'il vit des Plantes, il se sentit Botaniste; il vouloit sçavoir leurs noms, il remarquoit soigneusement leurs differences, & quelquefois il manquoit à sa Classe, pour aller herboriser à la Campagne, & pour étudier la Nature, au lieu de la langue des anciens Romains. La plûpart de ceux qui ont excellé en quelque genre n'y ont point eu de Maître, il apprit de lui-même en peu de temps à connoître les Plantes des Environs de sa Ville.

Quand il fut en Philosophie, il prit peu de goût pour celle qu'on lui enseignoit. Il n'y trouvoit point la Nature qu'il se plaisoit tant à observer, mais des idées vagues & abstraites, qui se jettent, pour ainsi dire, à côté des choses, & n'y touchent point. Il découvrit dans le Cabinet de son Pere la Philosophie de Descartes, peu fameuse alors en Provence, & la reconnut aussi-tôt pour celle qu'il cherchoit. Il ne pouvoit joüir de cette lecture que par surprise & à la dérobée, mais c'étoit avec d'autant plus d'ardeur, & ce Pere qui s'opposoit à une étude si utile, lui donnoit sans y penser une excellente éducation.

Comme il le destinoit à l'Eglise, il le fit étudier en Theologie, & le mit même dans un Seminaire. Mais la destination naturelle prévalut. Il falloit qu'il vît des Plantes, il alloit faire ses études cheries, ou dans un Jardin assés

curieux qu'avoit un Apotiquaire d'Aix, ou dans les campagnes voisines, ou sur la cime des Rochers; il penetroit par adresse ou par presens dans tous les Lieux fermés, où il pouvoit croire qu'il y avoit des Plantes qui n'étoient pas ailleurs; si ces sortes de moyens ne réüssissoient pas, il se résolvoit plutôt à y entrer furtivement, & un jour il pensa être accablé de pierres par des Païsans qui le prenoient pour un Voleur.

Il n'avoit guere moins de passion pour l'Anatomie & pour la Chimie que pour la Botanique. Enfin la Phisique & la Medecine le revendiquerent avec tant de force sur la Theologie, qui s'en étoit mise injustement en possession, qu'il fallut qu'elle le leur abandonnât. Il étoit encouragé par l'exemple d'un Oncle paternel qu'il avoit, Medecin fort habile, & fort estimé, & la mort de son Pere arrivée en 1677 le laissa entierement maître de suivre son inclination.

Il profita aussi-tôt de sa liberté, & parcourut en 1678 les Montagnes de Dauphiné & de Savoye, d'où il rapporta quantité de belles Plantes seches, qui commencerent son Herbier.

La Botanique n'est pas une science sedentaire & paresseuse, qui se puisse acquerir dans le repos & dans l'ombre d'un Cabinet, comme la Geometrie, & l'Histoire, ou qui tout au plus, comme la Chimie, l'Anatomie, & l'Astronomie, ne demande que des operations d'assés peu de mouvement. Elle veut que l'on coure les Montagnes & les Forêts, que l'on gravisse contre des Rochers escarpés, que l'on s'expose aux bords des Précipices. Les seuls Livres qui peuvent nous instruire à fond dans cette matiere, ont été jettés au hazard sur toute la surface de la Terre, & il faut se résoudre à la fatigue & au peril de les chercher & de les ramasser. Delà vient aussi qu'il est si rare d'exceller dans cette Science, le degré de passion qui suffit pour faire un Sçavant d'une autre espece, ne suffit pas pour faire un grand Botaniste, & avec cette passion même, il faut encore une santé qui puisse la suivre, une force

ſorce de corps qui y réponde. M. de Tournefort étoit d'un temperament vif, laborieux, robuſte, un grand fonds de gaïeté naturelle le ſoûtenoit dans le travail, & ſon corps auſſi bien que ſon eſprit avoit été fait pour la Botanique.

En 1679 il partit d'Aix pour Montpellier, où il ſe perfectionna beaucoup dans l'Anatomie, & dans la Medecine. Un Jardin des Plantes établi en cette Ville par Henry IV, ne pouvoit pas, quelque riche qu'il fût, ſatisfaire ſa curioſité, il courut tous les environs de Montpellier à plus de 10 lieuës, & en rapporta des Plantes inconnuës aux Gens même du Païs. Mais ces courſes étoient encore trop bornées, il partit de Montpellier pour Barcelone au mois d'Avril 1681, il paſſa juſqu'à la S. Jean dans les Montagnes de Catalogne, où il étoit ſuivi par les Medecins du Païs, & par les jeunes Etudians en Medecine, à qui il démontroit les Plantes. On eût dit preſque qu'il imitoit les anciens Gimnoſophiſtes qui menoient leurs Diſciples dans des Deſerts, où ils tenoient leur école.

Les hautes Montagnes des Pirenées étoient trop proches pour ne le pas tenter. Cependant il ſçavoit qu'il ne trouveroit dans ces vaſtes ſolitudes qu'une ſubſiſtance pareille à celle des plus auſteres Anachoretes, & que les malheureux Habitans qui la lui pouvoient fournir, n'étoient pas en plus grand nombre que les Voleurs qu'il avoit à craindre. Auſſi fut-il pluſieurs fois dépoüillé par les Miquelets Eſpagnols. Il avoit imaginé un ſtratagême pour leur dérober un peu d'argent dans ces ſortes d'occaſions. Il enfermoit des Réaux dans du pain qu'il portoit ſur lui, & qui étoit ſi noir & ſi dur, que quoiqu'ils le volaſſent fort exactement, & ne fuſſent pas gens à rien dédaigner, ils le lui laiſſoient avec mépris. Son inclination dominante lui faiſoit tout ſurmonter; ces Rochers affreux & preſque inacceſſibles, qui l'environnoient de toutes parts, s'étoient changés pour lui en une magnifique Bibliotheque, où il avoit le plaiſir de trouver tout ce que ſa curioſité demandoit, & où il paſſoit des journées déli-

cieuſes. Un jour une méchante Cabane, où il couchoit, tomba tout à coup, il fut deux heures enſeveli ſous les ruïnes, & y auroit peri, ſi l'on eût tardé encore quelque temps à le retirer.

Il revint à Montpellier à la fin de 1681, & delà il alla chés lui à Aix, où il rangea dans ſon Herbier toutes les Plantes qu'il avoit ramaſſées de Provence, de Languedoc, de Dauphiné, de Catalogne, des Alpes, & des Pirenées. Il n'appartient pas à tout le monde de comprendre que le plaiſir de les voir en grand nombre, bien entieres, bien conſervées, diſpoſées ſelon un bel ordre dans de grands Livres de papier blanc, le payoit ſuffiſamment de tout ce qu'elles lui avoient coûté.

Heureuſement pour les Plantes, M. Fagon alors premier Medecin de la feuë Reine, s'y étoit toûjours fort attaché, comme à une partie des plus curieuſes de la Phiſique, & des plus eſſentielles de la Medecine, & il favoriſoit la Botanique de tout le pouvoir que lui donnoient ſa place, & ſon merite. Le nom de M. de Tournefort vint à lui de tant d'endroits differens, & toûjours avec tant d'uniformité, qu'il eut envie de l'attirer à Paris, rendés-vous général de preſque tous les grands talens répandus dans les Provinces. Il s'adreſſa pour cèla à Me de Venelle, Sous-gouvernante des Enfans de France, qui connoiſſoit beaucoup toute la famille de M. de Tournefort. Elle lui perſuada donc de venir à Paris, & en 1683 elle le preſenta à M. Fagon, qui dés la même année lui procura la place de Profeſſeur en Botanique au Jardin Royal des Plantes, établi à Paris par Loüis XIII pour l'inſtruction des jeunes Etudians en Medecine.

Cet emploi ne l'empêcha pas de faire differens Voyages. Il retourna en Eſpagne, & alla juſqu'en Portugal. Il vit des Plantes, mais preſque ſans aucun Botaniſte. En Andalouſie qui eſt un Païs fécond en Palmiers, il voulut verifier ce que l'on dit depuis ſi long-temps des amours du Mâle & de la Femelle de cette eſpece, mais il n'en pût rien apprendre de certain, & ces amours ſi anciennes, en

cas qu'elles ſoient, ſont encore miſterieuſes. Il alla auſſi en Hollande & en Angleterre, où il vit & des Plantes, & pluſieurs grands Botaniſtes, dont il gagna facilement l'eſtime & l'amitié. Il n'en faut point d'autre preuve, que l'envie qu'eut M. Herman, celebre Profeſſeur en Botanique à Leyde, de lui réſigner ſa place, parcequ'il étoit déja fort âgé. Il lui en écrivit au commencement de la derniere guerre avec beaucoup d'inſtance, & le zele qu'il avoit pour la Science qu'il profeſſoit, lui faiſoit choiſir un Succeſſeur, non-ſeulement Etranger, mais d'une Nation ennemie. Il promettoit à M. de Tournefort une penſion de 4000 liv. de M[rs] les Etats Generaux, & lui faiſoit eſperer une augmentation, quand il ſeroit encore mieux connu. La penſion attachée à ſa place du Jardin Royal étoit fort modique, cependant l'amour de ſon Païs lui fit refuſer des offres & ſi utiles & ſi flateuſes. Il s'y joignit encore une autre raiſon, qu'il diſoit à ſes amis, c'eſt qu'il trouvoit que les Sciences étoient ici pour le moins à un auſſi haut degré de perfection, qu'en aucun autre Païs. La Patrie d'un Sçavant ne ſeroit pas ſa veritable Patrie, ſi les Sciences n'y étoient floriſſantes.

La ſienne ne fut pas ingrate. L'Academie des Sciences ayant été miſe en 1691 ſous l'inſpection de M. l'Abbé Bignon, un des premiers uſages qu'il fit de ſon autorité deux mois aprés qu'il en fut revêtu, fut de faire entrer dans cette Compagnie M. de Tournefort, & M. Homberg, qu'il ne connoiſſoit ni l'un ni l'autre que par le nom qu'ils s'étoient fait. Aprés qu'ils eurent été agreés par le Roi ſur ſon témoignage, il les preſenta tous deux enſemble à l'Academie, deux premiers nés, pour ainſi dire, dignes de l'être d'un tel Pere, & d'annoncer toute la famille ſpirituelle qui les a ſuivis.

En 1694 parut le premier Ouvrage de M. de Tournefort, intitulé, *Elemens de Botanique*, ou *Methode pour connoître les Plantes*, imprimé au Louvre en 3 Volumes. Il eſt fait pour mettre de l'ordre dans ce nombre prodigieux de Plantes, ſemées ſi confuſément ſur la Terre, & même

ſous les Eaux de la Mer, & pour les diſtribuer en Genres, & en Eſpeces, qui en facilitent la connoiſſance, & empêchent que la memoire des Botaniſtes ne ſoit accablée ſous le poids d'une infinité de noms differens. Cet ordre ſi neceſſaire n'a point été établi par la Nature, qui a préferé une confuſion magnifique à la commodité des Phiſiciens, & c'eſt à eux à mettre preſque malgré elle de l'arrangement & un ſiſtême dans les Plantes. Puiſque ce ne peut être qu'un ouvrage de leur eſprit, il eſt aiſé de prévoir qu'ils ſe partageront, & que même quelques-uns ne voudront point de ſiſtême. Celui que M. de Tournefort a préferé aprés une longue & ſçavante diſcuſſion, conſiſte à regler les Genres des Plantes par les Fleurs & par les Fruits pris enſemble, c'eſt à dire, que toutes les Plantes ſemblables par ces deux parties ſeront du même Genre, aprés quoi les differences ou de la Racine, ou de la Tige, ou des Feüilles, feront leurs differentes eſpeces. M. de Tournefort a été même plus loin; au-deſſus des Genres il a mis des Claſſes qui ne ſe reglent que par les Fleurs, & il eſt le premier qui ait eu cette penſée, beaucoup plus utile à la Botanique, qu'on ne ſe l'imagineroit d'abord. Car il ne trouve juſqu'ici que 14 figures differentes de Fleurs qu'il faille s'imprimer dans la memoire, ainſi quand on a entre les mains une Plante en fleur, dont on ignore le nom, on voit auſſi-tôt à quelle Claſſe elle appartient dans le Livre des Elemens de Botanique, quelques jours aprés la fleur paroît le fruit, qui détermine le Genre dans ce même Livre, & les autres parties donnent l'eſpece, de ſorte que l'on trouve en un moment, & le nom que M. de Tournefort lui donne par rapport à ſon ſiſtême, & ceux que d'autres Botaniſtes des plus fameux lui ont donnés, ou par rapport à leurs ſiſtêmes particuliers, ou ſans aucun ſiſtême. Par-là on eſt en état d'étudier cette Plante dans les Auteurs qui en ont parlé, ſans craindre de lui attribuer ce qu'ils auront dit d'une autre, ou d'attribuer à une autre ce qu'ils auront dit de celle-là. C'eſt un prodigieux ſoulagement pour la memoire, que tout ſe réduiſe à re-

tenir 14 figures de Fleurs, par le moyen desquelles on descend à 673 Genres, qui comprennent sous eux 8846 especes de Plantes, soit de Terre, soit de Mer, connuës jusqu'au temps de ce Livre. Que seroit-ce s'il falloit connoître immediatement ces 8846 especes, & cela sous tous les noms differens qu'il a plû aux Botanistes de leur imposer? Ce que nous venons de dire ici demanderoit encore quelques restrictions, ou quelques éclaircissemens, mais nous les avons donnés dans l'Hist. de 1700 *, où le sistême de M. de Tournefort a été traité plus à fond, & avec plus d'étenduë.

* p. 70. & suiv.

Il parut être fort approuvé des Phisiciens, c'est à dire, & cela ne doit jamais s'entendre autrement, du plus grand nombre des Phisiciens. Il fut attaqué sur quelques points par M. Rai, celebre Botaniste, & Phisicien Anglois, auquel M. de Tournefort répondit en 1697 par une Dissertation Latine adressée à M. Sherard, autre Anglois, habile dans la même Science. La dispute fut sans aigreur, & même assés polie de part & d'autre, ce qui est assés à remarquer. On dira peut-être que le sujet ne valoit guere la peine qu'on s'échauffât; car dequoi s'agissoit-il? De sçavoir si les fleurs & les fruits suffisoient pour établir les Genres, si une certaine Plante étoit d'un Genre, ou d'un autre. Mais on doit tenir compte aux Hommes, & plus particulierement aux Sçavans, de ne s'échauffer pas beaucoup sur de legers sujets. M. de Tournefort dans un Ouvrage posterieur à la dispute a donné de grands éloges à M. Rai, & même sur son sistême des Plantes.

Il se fit recevoir Docteur en Medecine de la Faculté de Paris, & en 1698 il publia un Livre intitulé, *Histoire des Plantes, qui naissent aux Environs de Paris, avec leur usage dans la Medecine.* Il est facile de juger que celui qui avoit été chercher des Plantes sur les sommets des Alpes, & des Pirenées, avoit diligemment herborisé dans tous les Environs de Paris, depuis qu'il y faisoit son séjour. La Botanique ne seroit qu'une simple curiosité, si elle ne se rapportoit à la Medecine, & quand on veut qu'elle soit

utile, c'eſt la Botanique de ſon Païs, qu'on doit le plus étudier, non que la Nature ait été auſſi ſoigneuſe qu'on le dit quelquefois de mettre dans chaque Païs les Plantes qui devoient convenir aux maladies des Habitans, mais parcequ'il eſt plus commode d'emploïer ce qu'on a ſous ſa main, & que ſouvent ce qui vient de loin, n'en vaut pas mieux. Dans cette Hiſtoire des Plantes des Environs de Paris, M. de Tournefort raſſemble outre leurs differens noms, & leurs deſcriptions, les Analiſes Chimiques que l'Academie en avoit faites, & leurs vertus les mieux prouvées. Ce Livre ſeul répondroit ſuffiſamment au reproche que l'on fait quelquefois aux Medecins de n'aimer pas les Remedes tirés des ſimples, parcequ'ils ſont trop faciles, & d'un effet trop prompt. Certainement M. de Tournefort en produit ici un grand nombre, cependant ils ſont la plûpart aſſés negligés, & il ſemble qu'une certaine fatalité ordonne qu'on les deſirera beaucoup, & qu'on s'en ſervira peu.

On peut compter parmi les Ouvrages de M. de Tournefort un Livre, ou du moins une partie d'un Livre, qu'il n'a pourtant pas fait imprimer. Il porte pour titre *Schola Botanica, ſive Catalogus Plantarum, quas ab aliquot annis in Horto Regio Pariſienſi ſtudioſis indigitavit Vir Clariſſimus Joſephus Pitton de Tournefort, Doctor Medicus, ut & Pauli Hermanni Paradiſi Batavi Prodromus, &c. Amſtelædami.* 1699. Un Anglois nommé M. Simon Warton, qui avoit étudié trois ans en Botanique au Jardin du Roi ſous M. de Tournefort, fit ce Catalogue des Plantes qu'il y avoit vûës.

Comme les Elemens de Botanique avoient eu tout le ſuccés que l'Auteur même pouvoit deſirer, il en donna en 1700 une traduction Latine en faveur des Etrangers, & plus ample, ſous le titre de *Inſtitutiones Rei Herbariæ* en 3 Vol. in-4°, dont le premier contient les noms des Plantes diſtribuées ſelon le ſiſtême de l'Auteur, & les deux autres leurs figures tres-bien gravées. A la tête de cette traduction eſt une grande Préface, ou *Introduction*

à la Botanique, qui contient avec les principes du ſiſtême de M. de Tournefort ingenieuſement & ſolidement établis, une Hiſtoire de la Botanique & des Botaniſtes, recüeillie avec beaucoup de ſoin, & agréablement écrite. On n'aura pas de peine à s'imaginer qu'il s'occupoit avec plaiſir de tout ce qui avoit rapport à l'objet de ſon amour.

Cet amour cependant n'étoit pas ſi fidelle aux Plantes, qu'il ne ſe portât preſque avec la même ardeur à toutes les autres curioſités de la Phiſique, Pierres figurées, Marcaſſites rares, Petrifications, & Criſtalliſations extraordinaires, Coquillages de toutes les eſpeces. Il eſt vrai que du nombre de ces ſortes d'infidelités on en pourroit excepter ſon goût pour les Pierres, car il croyoit que c'étoient des Plantes qui vegetoient, & qui avoient des graines, il étoit même aſſés diſpoſé à étendre ce ſiſtême juſqu'aux Metaux, & il ſemble qu'autant qu'il pouvoit, il transformoit tout en ce qu'il aimoit le mieux. Il ramaſſoit auſſi des Habillemens, des Armes, des Inſtrumens de Nations éloignées, autres ſortes de curioſités, qui quoiqu'elles ne ſoient pas ſorties immediatement des mains de la Nature, ne laiſſent pas de devenir philoſophiques, pour qui ſçait philoſopher. De tout cela enſemble, il s'étoit fait un Cabinet ſuperbe pour un particulier, & fameux dans Paris; les Curieux l'eſtimoient à 45 ou 50000 livres. Ce ſeroit une tache dans la vie d'un Philoſophe, qu'une ſi grande dépenſe, ſi elle avoit eu tout autre objet. Elle prouve que M. de Tournefort, dans une fortune auſſi bornée que la ſienne, n'avoit pû guere donner à des plaiſirs plus frivoles, & cependant beaucoup plus recherchés.

Avec toutes les qualités qu'il avoit, on peut juger aiſément combien il étoit propre à être un excellent Voyageur, car j'entens ici par ce terme, non ceux qui voyagent ſimplement, mais ceux en qui ſe trouve & une curioſité fort étenduë, qui eſt aſſés rare, & un certain don de bien voir, plus rare encore. Les Philoſophes ne courent guere le monde, & ceux qui le courent ne ſont ordi-

nairement guere Philosophes, & par-là un voyage de Philosophe est extrêmement précieux. Aussi nous comptons que ce fut un bonheur pour les Sciences que l'ordre que M. de Tournefort reçut du Roi en 1700 d'aller en Grece, en Asie, & en Afrique, non-seulement pour y reconnoître les Plantes des Anciens, & peut-être aussi celles qui leur auront échapé, mais encore pour y faire des observations sur toute l'Histoire Naturelle, sur la Geographie ancienne, & moderne, & même sur les Mœurs, la Religion, & le Commerce des Peuples. Nous ne repeterons point ici ce que nous avons dit sur ce sujet dans l'Hist. de 1700 *. Il eut ordre d'écrire le plus souvent qu'il pourroit à M. le Comte de Pontchartrain, qui lui procuroit tous les agrémens possibles dans son Voyage, & de l'informer en détail de ses découvertes, & de ses avantures.

* p. 76. & suiv.

M. de Tournefort accompagné de M. Gundelsheimer Allemand excellent Medecin, & de M. Aubriet habile Peintre, alla jusqu'à la frontiere de Perse toûjours herborisant, & observant. Les autres Voyageurs vont par mer le plus qu'ils peuvent, parceque la mer est plus commode, & sur terre ils prennent les chemins les plus battus. Ceux-cy n'alloient par mer que le moins qu'il étoit possible, ils étoient toûjours hors des chemins, & s'en faisoient de nouveaux dans des lieux impraticables. On lira bien-tôt avec un plaisir mêlé d'horreur le recit de leur descente dans la Grotte d'Antiparos, c'est à dire dans trois ou quatre abîmes affreux qui se succedent les uns aux autres. M. de Tournefort eut la sensible joye d'y voir une nouvelle espece de Jardin, dont toutes les Plantes étoient differentes pieces de Marbre, encore naissantes ou jeunes, & qui selon toutes les circonstances dont leur formation étoit accompagnée, n'avoient pû que vegeter. En vain la Nature s'étoit cachée dans des lieux si profonds & si inaccessibles pour travailler à la vegetation des Pierres, elle fut, pour ainsi dire, prise sur le fait par des Curieux si hardis.

L'Afrique étoit comprise dans le dessein du Voyage de M.

M. de Tournefort, mais la peste qui étoit en Egypte le fit revenir de Smirne en France en 1702. Ce fut là le premier obstacle qui l'eût arrêté. Il arriva, comme l'a dit un grand Poëte, pour une occasion plus brillante, & moins utile, *chargé des dépoüilles de l'Orient*. Il rapportoit, outre une infinité d'observations differentes, 1356 nouvelles especes de Plantes, dont une grande partie venoient se ranger d'elles-mêmes sous quelqu'un des 673 Genres qu'il avoit établis; il ne fut obligé de créer pour tout le reste que 25 nouveaux Genres, sans aucune augmentation des Classes, ce qui prouve la commodité d'un sistême, où tant de Plantes étrangeres, & que l'on n'attendoit point, entroient si facilement. Il en fit son *Corollarium Institutionum Rei Herbariæ* imprimé en 1703.

Quand il fut revenu à Paris, il songea à reprendre la pratique de la Medecine, qu'il avoit sacrifiée à son Voyage de Levant, dans le temps qu'elle commençoit à lui réüssir beaucoup. L'experience fait voir qu'en tout ce qui dépend d'un certain goût du Public, & sur tout en ce genre-là, les interruptions sont dangereuses; l'approbation des hommes est quelque chose de forcé, & qui ne demande qu'à finir. M. de Tournefort eut donc quelque peine à renoüer le fil de ce qu'il avoit quitté; d'ailleurs il falloit qu'il s'acquittât de ses anciens exercices du Jardin Royal, il s'y joignit encore ceux du College Royal, où il eut une place de Professeur en Medecine, les fonctions de l'Academie lui demandoient aussi du temps, enfin il voulut travailler à la Relation de son grand Voyage, dont il n'avoit rapporté que de simples Memoires informes & intelligibles pour lui seul. Les courses & les travaux du jour, qui lui rendoient le repos de la nuit plus necessaire, l'obligeoient au contraire à passer la nuit dans d'autres travaux, & malheureusement il étoit d'une forte constitution, qui lui permettoit de prendre beaucoup sur lui pendant un assés long-temps, sans en être sensiblement incommodé. Mais à la fin sa santé vint à s'alterer, & cependant il ne la ménagea pas davantage. Lorsqu'il

étoit dans cette mauvaise disposition, il reçût par hazard un coup fort violent dans la poitrine, dont il jugea bientôt qu'il mourroit. Il ne fit plus que languir pendant quelques mois, & il mourut le 28 Decembre 1708.

Il avoit fait un Testament, par lequel il a laissé son Cabinet de Curiosités au Roi pour l'usage des Sçavans, & ses Livres de Botanique à M. l'Abbé Bignon. Ce second article ne marque pas moins que le premier son amour pour les Sciences; c'est leur faire un present que d'en faire un à celui qui veille pour elles dans ce Royaume avec tant d'application, & les favorise avec tant de tendresse.

Des 2 Volumes in-4° que doit avoir la Relation du Voyage de M. de Tournefort, le premier étoit déja imprimé au Louvre quand il mourut, & l'on acheve presentement le second sur le Manuscrit de l'Auteur, qui a été trouvé dans un état où il n'y avoit rien à desirer. Cet Ouvrage, qui a conservé sa premiere forme de Lettres adressées à M. de Pontchartrain, aura 200 Planches en taille-douce tres-bien gravées, de Plantes, d'Antiquités, &c. On y trouvera, outre tout le sçavoir que nous avons representé jusqu'ici dans M. de Tournefort, une grande connoissance de l'Histoire ancienne & moderne, & une vaste érudition dont nous n'avons point parlé, tant nos Eloges sont éloignés d'être flateurs. Souvent une qualité dominante nous en fait negliger d'autres, qui meriteroient cependant d'être relevées.

Sa place de Botaniste Pensionnaire a été remplie par M. Magnol de Montpellier.



MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCVIII.

OBSERVATION

De l'Eclipse du Cœur du Scorpion Antares par la Lune, faite à Paris, à Marseille, & à Montpellier le 3 Septembre 1707.

PAR M. CASSINI le fils.



A 7h 50′ 44″ à Paris, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune. Cette observation n'a pû être marquée qu'à quelques secondes prés, celui qui l'observoit ayant quitté la Lunete dans le moment de l'Eclipse. 1707. 23. Novembre.

A 8h 38′ 57″ Emersion d'Antares de la partie claire exacte.

A 7^h 59′ 8″ à Montpellier, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune.

A 8^h 57′ 55″ Emersion d'Antares de la partie claire vis à vis de Messala.

0^h 58′ 47″ Durée de l'Eclipse à Montpellier.

Cette observation a été faite avec une Lunete de 25 pieds. La Pendule avoit été rectifiée par les hauteurs correspondantes du Soleil, & par les hauteurs de la lyre & de la luisante de la Couronne, qui donnent le même temps à 2 ou 3 secondes prés.

A 8^h 7′ 8″ à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. de Laval.

A 8^h 7′ 24″ à Marseille, Immersion d'Antares dans la partie obscure de la Lune, observée par le P. Feüillée.

A 9^h 7′ 12″ Emersion par le P. Feüillée.

Le P. Laval ne pût pas observer l'Emersion de cette étoile.

Le P. Feüillée marque que l'Emersion de cette étoile ne lui parut pas assez assurée: elle étoit alors fort proche de l'horizon, & une montagne la cacha plutôt qu'il n'auroit souhaité.

Pour déterminer par le moïen de ces observations la difference des meridiens entre Paris, Montpellier & Marseille, l'on a décrit une figure de la projection de la Terre dans l'orbe de la Lune, où supposant la declinaison meridionale d'Antares de 25^d 45′ 10″ telle qu'elle est à present, l'on a décrit les Eclipses qui representent les paralleles de Paris, de Montpellier & de Marseille, que l'on a divisé en heures & minutes. Ayant ensuite calculé l'ascension droite & la declinaison de la Lune à deux heures differentes avant & aprés la conjonction, l'on a tracé une portion de l'orbite de la Lune, que l'on a corrigé en tirant une parallele à cette orbite qui répond à la durée de l'Eclipse observée, ensorte que les extrémitez de cette ligne parallele fussent éloignées des points des Ellipses où l'on a

marqué l'heure de l'Immersion & de l'Emersion de l'intervalle du demi-diametre de la Lune. Cette route differe un peu de celle qui résulte des Tables & des Ephemerides. Car par le calcul que nous avions fait pour déterminer cette Eclipse, nous avions trouvé qu'elle devoit passer à Paris prés du bord Septentrional. C'est-pourquoi l'on s'étoit servi dans la Connoissance des Temps de cette année de ces termes.

Cette étoile rasera le bord Septentrional de la Lune; c'est-pourquoi il est douteux si elle paroîtra s'éclipser à Paris. On la verra éclipsée dans les païs Meridionaux.

L'on voit par-là qu'il y a quelque difference entre la latitude de la Lune veritable, & celle qui avoit été calculée au temps de la conjonction. Car supposant dans cette figure le demi-diametre de la Lune de 14′ 45″, & sa parallaxe horizontale de 55′ 0″, l'on trouve que la latitude Meridionale d'Antares étant de 4^d 31′ 35″, celle de la Lune devoit être de 3^d 50′ 5″, au lieu qu'on l'avoit calculée de 3^d 53′ 45″, ce qui est une difference de 3 à 4 minutes dans la latitude.

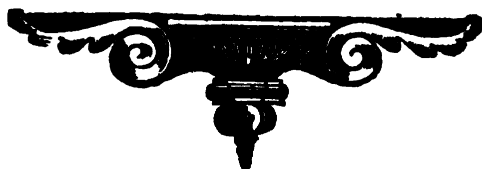
Par la longitude qui résulte de cette figure, l'on trouve que sa conjonction en longitude a dû arriver le 3 Septembre à 7^h 42′. On l'avoit calculé par les Ephemerides à 7^h 55′, ce qui fait une difference de 13 minutes d'heure, qui étant réduites en minutes de degré, font 6 à 7 minutes, qu'il faut ajoûter au lieu calculé pour avoir le lieu de la Lune veritable.

L'on peut aussi par le moïen de cette figure déterminer à quelle distance du centre de la Lune ou du bord, l'étoile a passé dans les differens paralleles où l'on a fait cette observation; l'on trouve, par exemple, qu'à Paris au milieu de l'Eclipse sa distance du bord Septentrional de la Lune a été de 3 minutes, qu'elle a été à Montpellier de 4′ 40″, & à Marseille de 5′ 5″, ce qui peut servir à déterminer la parallaxe horizontale. Mais cette observation n'est pas des plus propres pour cette détermination, parceque cette étoile ayant une declinaison Meridionale, & étant

outre cela prés de l'horizon, la difference de la parallaxe n'est pas si sensible d'un degré à l'autre, que si elle avoit une declinaison Boreale, & qu'elle fût élevée sur l'horizon. L'on voit par-là l'usage que l'on doit faire de ces observations pour la perfection de la Theorie de la Lune, & pour discerner les élemens qui la composent, qui doivent tous concourir pour la détermination de ces Eclipses.

Par la comparaison de l'Immersion de cette étoile observée à Paris & à Montpellier, l'on trouve la difference des Meridiens entre ces deux Villes de 6′ 28″
& par l'Emersion de 6′ 15″
Ce qui ne differe que de peu de secondes de celle que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne, & par les Satellites de Jupiter.

Par la comparaison de l'Immersion observée à Paris & à Marseille par le P. Feüillée, l'on trouve la difference des Meridiens de 12′ 22″
& par l'Emersion de 11′ 37″
La difference qui résulte de l'observation de l'Immersion de cette étoile faite à Marseille, qui est la plus exacte, s'accorde aussi à quelques secondes prés de celle que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter; ce qui fait voir la précision avec laquelle on peut déterminer par cette methode les longitudes, lorsque les observations ont été faites de part & d'autre avec exactitude.



EXTRAIT

Des Observations faites aux Indes Occidentales en 1704; 1705, & 1706 par le P. Feüillée Minime, Mathematicien du Roy; comparées à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal.

PAR M. CASSINI le fils.

LE P. Feüillée qui a déja donné au public des preuves du zele infatigable qu'il a pour la perfection de l'Astronomie, de la Geographie & de la Navigation, nous a communiqué depuis son retour un grand nombre d'Observations qu'il a faites dans son voyage des Indes Occidentales. 1707. 10. Decembre.

Entre ces Observations il y en a plusieurs qu'il a faites au commencement de son voyage à la Martinique en 1703 & 1704, qui ont été inserées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1704.

C'est pourquoi nous nous contenterons de faire ici le rapport de celles qu'il a faites dans la suite de son voyage.

Il partit de la Martinique le 4 du mois de Juillet de l'année 1704, & arriva le 12 à Golfo-Triste, que les Espagnols appellent Porto-Cabeillo.

Observations pour la hauteur du Pole de Golfo-Triste ou Porto-Cabeillo.

Le 12 Juillet 1704 à Porto-Cabeillo, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil. 78d 48′ 55″

Refraction moins la parallaxe.	9″
Donc hauteur veritable du bord superieur.	78 48 46
Demi-diametre du Soleil.	15 50
Donc hauteur veritable du centre.	78 32 56

Declinaison du Soleil. $21^{d}\ 57'\ 52''$

Donc supplément de la hauteur de l'Equateur. 100 30 48
& hauteur du Pole. 10 30 48

L'on se contentera dans les Observations suivantes de donner la hauteur du Pole qui résulte de l'Observation de la hauteur meridienne du Soleil, ayant égard à la refraction, à la parallaxe, au demi-diametre, & à la declinaison du Soleil.

Le 13 Juillet hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $78^{d}\ 25'\ 5''$

D'où l'on tire la hauteur du Pole de 10 30 50

Ces Observations concourent à déterminer la hauteur du Pole de Porto-Cabeillo de 10 30 50

Observations pour la variation de l'Aiman.

Le P. Feüillée partit le 14 Juillet de ce Port pour aller à sainte Marthe, où il arriva le 21. Il remarqua en passant les montagnes de sainte Marthe qui sont d'une hauteur prodigieuse, & dont le sommet étoit encore rempli de neiges, quoique le Soleil fut prés du Zenith.

Le 18 il observa entre Porto-Cabeillo & Curaçao la variation de l'Aiman par le moyen des amplitudes de $6^{d}\ 40'$ Nord-Est.

Elle est marquée dans la Carte des variations de M. Halley dans cet endroit-là en 1700 d'environ 7^{d} Nord-Est.

Le 20 proche du Cap des Eguilles, peu distant de sainte Marthe, il observa la variation de l'Aiman de $7^{d}\ 6'$

Elle est marquée dans cet endroit dans la Carte de M. Halley de plus de 8^{d}

Observations pour la hauteur du Pole de sainte Marthe.

Le 24 Juillet 1704 à sainte Marthe, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. $81^{d}\ 46'\ 5''$

Le 3 Aoust. 84 8 35

Le 4 Aoust. 84 24 10

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de sainte Marthe de 11ᵈ 19′ 55″

Ces Observations ont été faites à cent pas de la mer.

Observations pour la hauteur du Pole de Porto-Belo.

Le 7 Septembre 1704 à Porto-Belo, hauteur meridienne du bord superieur dn Soleil. 86ᵈ 38′ 17″

Le 12	84	44	49
Le 13	84	22	0
Le 3 Octobre.	76	33	26
Le 4	76	11	0
Le 22	69	27	50

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Porto-Belo de 9ᵈ 33′ 5″

Observations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Porto-Belo.

Le 7 Octobre à 2ʰ 4′ 25″ du matin à Borto-Belo, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel clair & serein.

7ʰ 33′ 5′ à Paris par le calcul corrigé.

5ʰ 28′ 40″ Difference des Meridiens entre Paris & Porto-Belo, dont Porto-Belo est plus à l'Orient.

Observations de la longueur des Pendules à Porto-Belo.

Le P. Feüillée s'est appliqué pendant son séjour à Porto-Belo, qui a été de plus de trois mois, à chercher la longueur du Pendule. Il avoit pour cet effet suspendu une balle de mousquet à un fil de pite, & ayant passé la plus grande partie du jour du temps qu'il a resté dans ce Port à comparer les vibrations de ce Pendule avec celui qu'il avoit apporté de France, il a trouvé que la longueur prise

du centre de la balle de 3 pieds 5 lignes $\frac{7}{11}$, convenoit parfaitement bien avec le moïen mouvement.

Suivant cette Observation la longueur du Pendule est moindre à Porto-Belo d'environ trois lignes que celle que l'on observe à Paris. Elle est aussi plus petite d'une ligne $\frac{3}{4}$ que celle qui a été observée en Caïenne en 1672 par M. Richer, quoique cette Isle soit 4 ou 5 degrés plus prés de l'Equateur que Porto-Belo.

La longueur du Pendule à Porto-Belo ne differe que d'environ une ligne de celle qui a été observée en 1682 à Gorée de 3 pieds 6 lignes $\frac{2}{9}$, & à la Guadaloupe de 3 pieds 6 lignes & demi.

Observations de la variation de l'Aiman à Porto-Belo.

Le P. Feüillée ayant tracé une Meridienne sur un plan horizontal avec beaucoup de soin, y plaça trois boussoles de differente grandeur, dont la plus grande est de 9 pouces 7 lignes, & trouva la declinaison de l'Aiman de 7ᵈ 25′ Nord-Est.

Cette declinaison est marquée dans la Carte de M. Halley de plus de 9 degrés Nord-Est.

Observations pour la hauteur du Pole du Fort de Bocachica.

Ce Fort est à 3 lieuës ou environ au Sud de Cartagene construit à l'entrée du Golfe.

Le 14 Decembre 1704 hauteur meridienne du bord inferieur du Soleil. 56ᵈ 8′ 10″

Le 20 hauteur meridienne du bord superieur. 56 26 20

L'on a par le moïen de ces Observations la hauteur du Pole du Fort de Bocachica de . 10ᵈ 20′ 25″

Observations pour la hauteur du Pole de Cartagene.

1705.

Le 1 Janvier 1705 à Cartagene, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil. 56ᵈ 46′ 20″

Le

Le 2 Janvier. 56^d 51′ 47″
Le 3 Janvier. 57 3 2

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces Observations, l'on aura la hauteur du Pole de Cartagene de 10^d 30′ 25″

Observation de l'Eclipse de Lune du 11 *Decembre* 1704 *à Cartagene.*

A 0^h 51′ 47″ du matin, commencement de l'Eclipse.
3 36 32 Fin de l'Eclipse.
2 44 45 Durée totale.

Le P. Feüillée fit cette Observation en compagnie de M. Couplet le fils. Ils eurent le temps plus favorable que nous ne l'eûmes à Paris, où l'ombre de la Terre ne paroissoit pas bien terminée, de sorte que nous ne pûmes observer que le commencement de l'Eclipse, & l'Immersion de quelques Taches. Voici ce qui résulte de la comparaison de cette Observation avec celles qui ont été faites à l'Observatoire Royal.

A 0^h 51′ 47″ du matin à Cartagene, commencement de l'Eclipse.
6 4 40 à Paris, commencement avec une Lunete de 3 pieds.
5 12 53 Diff. des Meridiens entre Paris & Cartagene.
0 59 21 à Cartagene, Mare humorum entre.
6 12 0 à Paris, l'ombre au bord de Mare humorum.
5 12 39 Difference.
1 3 29 à Cartagene, commencement de Grimaldi.
6 14 30 à Paris par Mrs de la Hire.
5 11 1 Difference.
1 6 45 à Cartagene, fin de Grimaldi.
6 17 30 à Paris par Mrs de la Hire.
5 10 45 Difference.
1 9 9 à Cartagene.
6 21 0 à Paris par Mrs de la Hire.
5 11 51 Differ. des Meridiens entre Paris & Cartagene.

En prenant un milieu entre la difference des Meridiens qui résulte de ces Observations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h\ 11'\ 50''$

Observations des Satellites de Jupiter à Cartagene. 1705.

Le 8 Janv. 1705 à $11^h\ 28'\ 46''$ du soir à Cartagene, Emersion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter à travers quelques broüillards.

16 39 54 à Paris par le calcul corrigé.

5 11 8 Difference des Meridiens entre Paris & Cartagene.

Le 16 Janvier à $1^h\ 20'\ 15''$ du matin à Cartagene, Emersion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter, le Ciel clair & serein.

6 31 15 à Paris par le calcul corrigé.

5 11 20 Difference des Meridiens entre Paris & Cartagene.

La derniere Observation ayant été faite dans un temps serein, il paroît plus à propos de s'y arrêter, & de determiner la difference des Meridiens entre Paris & Cartagene de $5^h\ 11'\ 20''$

Observations pour la variation de l'Aiman à Cartagene.

Le P. Feüillée a trouvé par plusieurs Observations la variation de l'Aiman à Cartagene de $7^d\ 12'$ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit-là dans la Carte des variations de M. Halley de 9^d Nord-Est.

Observations pour la hauteur du Pole du Fort S. Loüis.

Ce Fort est situé au Sud de l'Isle de saint Domingue.

Le 21 Fevrier 1705, hauteur meridienne du bord supe-

rieur du Soleil 61^d 31′ 25″
Ce qui donne la hauteur du Pole du Fort Saint Loüis de 18^d 18′ 5″

Observations pour la hauteur du Pole de l'Isle de S. Thomas.

Le 17 Mars 1705, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil 70^d 41′ 0″
Ce qui donne la hauteur du Pole de l'Isle de S. Thomas de 18^d 21′ 55″

Le P. Feüillée alla de l'Isle de S. Thomas à la Martinique.

Observations faites à la Martinique.

Le P. Feüillée alla au retour de son voyage à la Martinique, où il fit de nouvelles Observations pendant son séjour.

Il avertit que ses Observations ont été faites à l'Est de l'Isle à 7 ou 8 lieuës de distance du lieu où M[rs] des Hayes & du Glos avoient fait les leurs, de sorte que la difference des Meridiens entre Paris & le lieu où il a fait ses Observations doit être plus petite que celle qui résulte des Observations de M[rs] des Hayes & du Glos, ce qui s'accorde à ce que nous avions remarqué dans les Memoires de l'Academie de 1704.

Le 28 Juin 1705, hauteur meridienne du bord superieur du Soleil 81^d 39′ 10″

Le 19 Aoust.	88	18	37
Le 2 Septembre.	83	26	37
Le 14	78	54	28
Le 16	78	8	55
Le 20	76	11	42
Le 22	75	48	20
Le 30	72	40	47
Le 1 Octobre.	72	17	37

Le 4 Octobre.	71^{d} $8'$ $16''$
Le 6	70 21 18
Le 9	69 12 5
Le 20	65 6 43
Le 3 Novembre.	60 23 30
Le 14	57 13 10
Le 18	56 11 48
Le 20	55 32 25
Le 29	53 59 15
Le 26 Decembre.	52 10 14
Le 31	52 28 2

Ces Obſervations donnent la hauteur du Pole du lieu où le P. Feüillée a fait ſes Obſervations à la Martinique entre 14^{d} $42'$ $5''$ & 14^{d} $43'$ $55''$, à peu prés de même que ce qui réſultoit des Obſervations qu'il y avoit faites au commencement de ſon voyage ; c'eſt-pourquoy l'on peut déterminer la hauteur du Pole de ce lieu de 14^{d} $43'$ $0''$

Obſervations des Satellites de Jupiter à la Martinique.

Le 18 Octobre 1705 à 3^{h} $10'$ $41''$ du matin à la Martinique, Immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Le 19 Octobre à 2^{h} $56'$ $47''$ du matin à la Martinique, Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le Ciel ſerein.

7 9 39 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 52 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 25 Octobre à 2^{h} $0'$ $54''$ du matin à la Martinique, Immerſion du troiſiéme Satellite dans l'ombre de Jupiter.

5 18 46 du matin à la Martinique, Emerſion du 3[e] de l'ombre de Jupiter.

3 17 52 Durée totale dans l'ombre de Jupiter.

Le 26 Octobre à $4^h\ 51'\ 6''$ du matin à la Martinique, Immerſ. du 1r Satellite dans l'ombre de Jupiter prés du Zenith.

9 4 24 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 18 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 4 Novembre à $1^h\ 13'\ 57''$ du matin à la Martinique, Immerſion du 1r Satellite dans l'ombre de Jupiter.

5 26 51 à Paris par le calcul corrigé par une Obſervation du jour ſuivant.

4 12 54 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 27 Novembre à $1^h\ 19'\ 36''$ du matin à la Martinique, Immerſion du 1r Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Le vent ébranloit la Lunete.

5 32 38 Immerſion obſervée à Paris.

4 13 2 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 27 Decembre à $3^h\ 10'\ 14''$ du matin à la Martinique, Immerſion du 1r Satellite dans l'ombre de Jupiter prés du Zenith.

7 23 16 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 2 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 28 Decembre à $4^h\ 27'\ 42''$ du matin à la Martinique, Immerſion du 2d Satellite dans l'ombre de Jupiter.

1706.

Le 28 Fevrier à $10^h\ 26'\ 34''$ du ſoir à la Martinique, Emerſion du 1r Satellite de l'ombre de Jupiter prés du Zenith

14 39 18 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 44 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 23 Mars à 10ʰ 47′ 33″ du soir à la Martinique, Emersion du 1ʳ Satellite de l'ombre de Jupiter.

14 59 28 à Paris par le calcul corrigé.

4 11 55 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Le 15 Avril à 11ʰ 7′ 44″ du soir à la Martinique, Emersion du 1ʳ Satellite de l'ombre de Jupiter.

15 20 44 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 0 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.

Presque toutes ces Observations concourent à donner la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de 4ʰ 13′ 0″

Nous l'avions déterminée par la comparaison de deux Observations faites en même temps à Paris & à la Martinique de 4ʰ 13′ 28″

C'est-pourquoy l'on peut pour une plus grande exactitude déterminer la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de 4ʰ 13′ 15″

Observation de l'Eclipse du Soleil du 16 Novembre 1706 à la Martinique.

Les nuages couvrirent le Soleil au commencement de cette Eclipse, & le P. Feüillée ne pût l'observer que lorsqu'elle commençoit à diminuer.

A 7ʰ 53′ 21″ du matin le Soleil étoit éclipsé de	9 doits.
8 1 5	8 doits.
8 8 51	7 doits.
8 17 0	6 doits.
8 24 50	5 doits.
8 33 0	4 doits.
8 40 13	3 doits.
8 47 9	2 doits.
8 54 57	1 doit.

A 9^h 1′ 55″ Fin de l'Eclipſe.

L'Objectif dont le P. Feüillée s'eſt ſervi pour cette Obſervation, & pour toutes les autres qu'il a faites eſt de 14 pieds de foyer, qui formoit une image du Soleil d'un pouce 10 lignes reçûë ſur un papier, dont le diametre étoit diviſé en 12 par des cercles concentriques.

Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 27 Avril 1706 à la Martinique.

A 8^h 12′ 58″ du ſoir, commencement de l'Eclipſe.
10 49 0 Fin de l'Eclipſe.
2 36 2 Durée totale.

Le P. Feüillée obſerva pendant la durée de cette Eclipſe l'Immerſion & l'Emerſion de pluſieurs Taches, dont nous ne pûmes pas obſerver les correſpondantes à Paris, à cauſe que le Ciel n'étoit pas fort ſerein. Voici ce qui réſulte de la comparaiſon de cette Obſervation avec la nôtre.

A 9^h 42′ 2″ à la Martinique, Promontorium acutum tout dans l'ombre.
17 55 0 à Paris l'ombre eſt à Promontorium acutum.
4 12 58 Difference des Meridiens entre Paris & la Martinique.
10 49 0 à la Martinique fin de l'Eclipſe.
15 2 30 à Paris.
4 13 30 Difference des Meridiens.

En prenant un milieu entre les differences qui réſultent de ces deux Obſervations, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de 4^h 13′ 15″ telle que nous l'avons déterminée par les Satellites de Jupiter.

Cette Eclipſe fut obſervée en même temps au Port de Paix dans l'Iſle de S. Domingue, où l'on vit la fin à 9^h 40′, comme il eſt rapporté par M. de la Hire dans les Memoires de 1706.

L'on aura donc la difference des Meridiens entre la

Martinique & le Port de Paix de $1^h\ 9'\ 0''$,
qui étant ajoûtée à la difference des Meridiens entre Paris & la Martinique de $4^h\ 13'\ 15''$, donne la difference des Meridiens entre Paris & le Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue de $5^h\ 22'\ 15''$

Observations de la longueur des Pendules à la Martinique.

Le P. Feüillée ayant suspendu une balle de mousquet à un fil de pite, a trouvé par plusieurs Observations la longueur du Pendule de 3 pieds 5 lignes $\frac{10}{12}$ plus grande d'un quart de ligne que celle qu'il avoit trouvé à Porto-Belo de 3 pieds 5 lignes & $\frac{7}{12}$.

Observations de la variation de l'Aiman.

Le P. Feüillée trouva à son retour à la Martinique la variation de l'Aiman de $6^d\ 10'$ Nord-Est, à peu prés de même qu'il l'avoit observé en 1704 dans le même lieu.

Toutes les Observations que je viens de rapporter jointes à celles qui sont inserées dans les voyages de l'Academie, serviront à déterminer assez exactement la côte de l'Amerique Meridionale depuis Caïenne jusqu'à l'Isthme de Panama, & la situation de plusieurs de ses Isles.

Nous esperons d'avoir dans la suite de nouvelles connoissances de la situation de ce continent, par les observations que le P. Feüillée s'est proposé de faire dans le voyage qu'il a entrepris depuis peu de jours dans la Mer du Sud.



DES

DES RESISTANCES

Des Poûtres par rapport à leurs longueurs ou portées, & à leurs dimensions & situations; & des Poûtres de plus grande résistance, indépendamment de tout systême Physique.

PAR M. PARENT.

I. DAns le Mémoire que j'eus l'honneur de lire en cette Assemblée le 2 d'Avril de l'année 1704, je démontray indépendamment de tout systême Physique, que la résistance d'une base quelconque *AEBF* (1. 3. & 5. *Fig.*) est à celle d'une autre base semblable *acbf* (2. & 4. *Fig.*) comme le quarré de la hauteur *AB* de la 1. multiplié par sa largeur *EF*, est au quarré de la hauteur *ab* de la 2. multiplié de même par sa largeur *ef*; & cela en divisant les hauteurs *AB*, *ab*, en un nombre innombrable & égal de particules égales comme *DC*, *dc*, & menant par *DC*, *dc*, les ordonnées *EH*, *GF*, *eh*, *gf*, &c. aux axes *AB*, *ab*. Car l'effort de l'élement *EF* est à celui de l'élement *ef* en raison composée de la longueur *EH* du 1. à la longueur *eh* du 2. de la largeur *DC* du 1. à la largeur *dc* du 2. (ou de *AB* à *ab*) & du levier *BC* du 1. au levier *cb* du 2. (en prenant *B* & *b* pour les appuis de la rupture) lesquels sont encore dans le raport de *AB* à *ab*; ce qui donne seulement le raport du quarré de *AB* par *EH*, au quarré de *ab* par *eh*; puisque la tension en *EF*, *ef*, est la même, à cause qu'elle est égale en *A* & *a* au moment de la rupture, & que (*BC*:*BA*::*bc*:*ba*) ce qu'on trouvera expliqué plus au long dans le Mémoire cité. A l'égard de ce qu'on peut objecter qu'il se fait une compression en *B*, il est à considerer qu'elle se fait de même au point *b*, & les centres de ces compressions *I* & *i*, qui sont les appuis 1707. 4. Juin.

de la rupture, partagent encore *AB*, *ab*, dans la même proportion, en ſuppoſant la matiere de même eſpece de part & d'autre.

Ce que nous avons dit dans le premier Mémoire des figures ſemblables, s'applique ſans aucune difference aux figures ſeulement proportionnelles, comme aux rectangles, Ellipſes, &c. dont les dimenſions ou axes ne ſont pas en proportion, mais dont les ordonnées *EH*, *GF*, *eh*, *gf*, ſont ſeulement entr'elles dans la même proportion, lorſqu'elles diviſent leurs axes *AB*, *ab*, proportionnellement.

II. D'où l'on tire cette premiere conſequence, que la réſiſtance d'un rectangle ou d'une Ellipſe, &c. *AEBF* rompus ſur le chan, eſt à ſa réſiſtance quand on les rompt ſur le plat, comme ($AB^2 \times EH$ à $EH^2 \times AB$) ou ſimplement comme ſa hauteur *AB* à ſa largeur *EH*, ou comme le grand axe eſt au petit; & cela en ſuppoſant les ordonnées perpendiculaires à leurs axes. Mais quand elles leur ſont obliques, ou que les figures ſont panchées (*Fig.* 6. & 7.) alors au lieu des diametres $\alpha\beta$, il faut mener une perpendiculaire $\alpha\gamma$ aux ordonnées qui les coupe en λ, μ, γ, &c. pour ſervir d'axe, parceque ce ſont alors les parties λ, μ, qui marquent les largeurs des fibres, & les diſtances $\mu\gamma$ ou $\iota\mu$ des mêmes fibres à la plus baſſe, ou à celle qui paſſe par le centre de compreſſion qui en eſt le levier; de ſorte que l'expoſant de la réſiſtance de cette baſe eſt alors le produit du quarré de ſa hauteur $\alpha\gamma$ ſur l'axe de rupture $\beta\gamma$ par ſa largeur $\iota\varphi$.

Ou pour rendre la choſe plus generale, on peut aſſurer que ſi l'on a des baſes égales & proportionnelles (*Fig.* 1. 2. 6. *ou* 3. 4. 5. 7.) la réſiſtance de l'une ſera à celle de l'autre, comme la hauteur *AB* de la 1. à la hauteur *ab* ou $\alpha\gamma$ de la 2. Parceque les rectangles ou parallelogrammes circonſcrits à ces figures égales & proportionnelles ſeront égaux entr'eux; ainſi les produits des hauteurs par les largeurs de ces figures étant égaux, ſi on les multiplie encore par les mêmes hauteurs, il eſt manifeſte que les ſo-

lides qui en réſulteront ſeront entr'eux comme ces hauteurs.

On peut voir par-là combien il eſt plus avantageux de mettre les Solives & les Poûtres ſur le chan que ſur le plat, puiſque ſans augmenter leur poids ni leur prix, on augmente leur force dans le raport de leur largeur à leur hauteur. C'eſt auſſi ce que la plûpart des Architectes entendus pratiquent, principalement quand ils ont de grandes charges à ſoûtenir, comme la face d'une maiſon, le fond d'un réſervoir, &c. car alors ils préferent des poûtres de 10 pouces ſur 14, aux poûtres de 12 ſur 12, & ils ont d'autant plus de raiſon de le faire, que le poids & le prix d'une poûtre de 10 ſur 14 eſt moindre que celui d'une de 12 ſur 12 dans le raport de 140 à 144 ou de 35 à 36, & qu'au contraire la force de la premiere eſt plus grande que celle de la derniere dans le raport de 245 à 216 ou environ, comme 49 à 43, qui ſont deux avantages conſiderables.

Mais il eſt bon de remarquer que ce double avantage ſeroit encore plus grand ſi l'on ſe ſervoit de poûtres de 9 ſur 15, au lieu d'en prendre de 10 ſur 14; car le prix ſera encore diminué dans le raport de 140 à 135, ou de 28 à 27, & la force augmente dans celui de 392 à 405 ou environ dans celui de 131 à 135. Ces mêmes avantages augmenteront encore ſi l'on en prend de 8 ſur 16; par-là le prix & le tranſport ſont diminués en même tems que la force & la durée ſont augmentées. Mais ces proportions ont leurs termes par raport à l'uſage, qui demande que les poûtres ayent une certaine aſſiete.

larg.		haut.		force / ſolidité
12	ſur	12	—	1728 force. / 144 ſolidité.
11	ſur	13	—	1859 for. / 143 ſol.
10	ſur	14	—	1960 for. / 140 ſol.
4	ſur	15	—	2025 for. / 135 ſol.
8	ſur	16	—	2048 for. / 128 ſol.
7	ſur	17	—	2023 for. / 119 ſol.
6	ſur	18	—	1944 for. / 108 ſol.
pouces.				

A l'égard de la Theorie, plus on diminuëra la largeur & on augmentera la hauteur, & plus

le raport de la force à la solidité augmentera, comme on le voit par la Table cy-jointe. Il paroît par-là que les Marchands de bois qui tirent leurs poûtres au quarré autant qu'ils peuvent, font à la verité à leur profit, puisqu'il est certain & aisé à démontrer en Geometrie que le quarré est le plus grand de tous les rectangles inscriptibles dans la base circulaire d'un arbre. Mais ils vont contre l'utilité publique, qui demande que les poûtres soient presque toûjours mi-plates, si ce n'est pour quelques usages particuliers, comme quand elles doivent résister en tout sens. Il seroit donc à souhaiter que les Marchands vendissent toutes les poûtres égales en force un même prix; car les Entrepreneurs y trouveroient encore la diminution du transport, & ceux qui font bâtir auroient des poûtres de plus longue durée: mais il faudroit que les Marchands en débitassent quantité de mi-plates contre une quarrée, aprés quoy il ne resteroit que de leur indiquer la proportion des côtés que doit avoir une poûtre qu'on veut tirer d'une base circulaire pour être la plus forte qui s'y puisse trouver. C'est ce qu'on va chercher dans l'article suivant, puisque si les Marchands ne veulent pas s'en servir, du moins sera-t-elle utile pour les Proprietaires qui ont des bois à eux qu'ils font débiter pour leur usage particulier.

III. Soit donc dans la 5 Figure le cercle ou la base proposée *AEBH*, *RSVT* un rectangle inscrit dans le cercle dont la résistance soit plus grande que celle de tout autre rectangle inscriptible au même cercle. Soit *RS* sa largeur qui coupe *AB* en *Q*, & *SV* sa hauteur. On va voir que le raport de *RS* à *SV* doit être à tres-peu de chose prés comme 5 à 7; & pour cela soit nommée l'abscisse *CQ*, x; & le rayon *CS*, r; on aura donc $QS = (\sqrt{r^2 - x^2})$ & $(RS = 2\sqrt{r^2 - x^2})$; on aura aussi $SV = 2x = 2CQ$, & multipliant le quarré de *SV* par *RS* il viendra $(8x^2\sqrt{r^2 - x^2})$, qui sera l'exposant general de la force de ce rectangle. Egalant donc cette valeur à (un plus grand) on a l'éga-

lité $\left(\frac{8dxx\overline{2r^2x-3x^3}}{\sqrt{r^2-x^2}}=0\right)$, d'où l'on tire $(2r^2=3x^2)$ ou $(\frac{2}{3}r^2=x^2)$, & par conſequent $(QS^2=\frac{1}{3}r^2)$. Donc $(CQ^2 : QS^2 :: \frac{2}{3} : \frac{1}{3} :: 2 : 1 :: 50 : 25$ environ), & $(CQ : QS ::$ ou $SV : RS :: \sqrt{2} : 1 :: 7 : 5$ environ). *Ce qu'il falloit démontrer.*

Pour décrire aiſément le rectangle *RSVT* dans le cercle donné *AEBH*, je tire le diametre *ST* au hazard, je le diviſe en 3 parties égales, & par une des diviſions *X* j'éleve la perpendiculaire *XV* qui marquera ſur le cercle l'angle *V* du rectangle *SVTR*, & tirant le diametre *VCR*, on a ſon angle oppoſé *R*, ou diviſant *TS* en 6 parties égales, j'en porte 5 ſur la circonference de *S* en *T* en *V* & *R*, ce qui vient de ce que le quarré de *CQ* eſt les $\frac{2}{3}$ du quarré du rayon, & par conſequent auſſi le quarré de *VS* les $\frac{2}{3}$ du quarré du diametre *ST*; ainſi le quarré de *VS* eſt au quarré de *ST* comme 24 à 36, & *VS* à *ST* à tres-peu prés comme 5 à 6.

IV. Il ne nous reſte plus que de trouver les côtés des poûtres pour réſiſter à des charges données ſous une longueur propoſée, ce qui renferme 3 cas differens. Car 1°. (*Fig.* 9.) Ou la poûtre *ae* eſt fixée par un de ſes bouts *cd*, & tirée par l'autre bout *eh* par le poids *p*. 2°. Ou elle eſt ſimplement poſée ſur 2 appuis *fi*, *gl*, (*Fig.* 9.) & tirée en bas par un poids *p*, ſuſpendu entre les mêmes appuis. 3°. Enfin elle peut être engagée par les 2 bouts dans les mêmes appuis *fi*, *gl*, (*Fig.* 10.) & tirée comme la précedente. Dans ces 3 cas le poids *p* eſt different, & pour connoître la proportion des poids *p* de ces 3 cas, je trouve que M. Mariotte a examiné les 2 derniers cas ſur du verre dans ſon Mouvement des Eaux pag. 365 & 367 par 2 Experiences. Il rapporte que dans la 1. une verge de verre de $\frac{3}{4}$ de ligne d'épaiſſeur & longue d'onze pouces portant à faux de 9, a ſoûtenu à ſon milieu avant de ſe rompre 28 onces, tandis qu'une autre verge toute ſemblable engagée par les 2 bouts en a ſoûtenu ſeulement 49, au lieu de 56 qu'elle devoit ſoûtenir ſuivant ſon raiſonnement. Dans

la 2. il rapporte qu'une lame de verre portant à faux de 9 pouces, a soûtenu 213 gros, lorsqu'une toute pareille engagée par les 2 bouts en a soûtenu 428, au lieu de 426 qui est le double de la précedente, ce qui s'accorde d'assés prés avec le sentiment de cet Auteur. Il remarque de plus que la 2. verge de verre de sa 1. Experience ne s'est rompuë qu'aux 2 bouts. Mais comme le verre souffre trop peu d'extension avant de se rompre & qu'il se casse net, ce qui ne convient pas aux bois dont on se sert dans l'usage; j'ay voulu experimenter si le bois de Chêne & de Sapin suivroit d'assés prés les proportions que M. Mariotte a trouvées par ses 2 Experiences; surquoy l'on peut voir les Experiences rapportées dans les Mem. de 1707. page 512.

V. J'ay trouvé aussi dans l'Architecture de Savot qu'un pied cubique de Chêne commun pese 60 liv. Appellant donc la longueur FG d'une poûtre ou solive proposée L (*Fig.* 11.), sa hauteur AC, x; sa largeur AD, y; le sinus total des Tables f; le sinus du complément de l'élevation de la poûtre sur l'horizon e; & supposant que R soit le centre de gravité de la poûtre (que je prends au milieu de sa longueur, à cause que l'usage ordinaire est de les égaler), & que de plus Q & N &c. soient tant d'autres poids qu'on voudra suspendus en O & M. Je nomme OF, a; RF, $\frac{L}{2}$; MF, c; & je cherche le poids S de la poûtre par cette analogie (comme la solidité d'un pied cubique de Chêne sçavoir (12 pouc. × 12 pouc. × 1 pied) est à celle de la poûtre $(= xyL)$; ainsi le poids d'un pied cubique (= 60 liv.) a un quatriéme terme $\left(= \frac{5xyL}{12}\right)$ qui sera le poids de la poûtre $FG = s$. Si donc Z est le centre de gravité des poids QN &c. où on les conçoive rassemblés en K, & que ZF soit $= b$, on aura $\left(b = \frac{aQ + N}{Q + N}\right)$. Et si E est le centre de gravité commun aux poids Q, S, N, où on les conçoive tous rassemblés en P, on aura la valeur de $\left(EF = \frac{ZF \times K + RF \times S}{K + S} = \frac{24bK + 5xyL^2}{24K + 10xyL}\right)$ en pieds. Je prends

ensuite sur la verticale EP la partie arbitraire EH pour marquer l'effort de P, que je divise à l'ordinaire dans le parallele EV, & dans le perpendiculaire ET à la poûtre, au moyen du rectangle $HTEV$. Alors je regarde cette poûtre comme tirée par le seul effort ET perpendiculairement à sa longueur, l'autre effort EV étant soûtenu par l'appui FI. Ainsi c'est cet effort ET qui tend à la rompre en E, comme dans les cas précedens où on l'a supposée horizontale, du moins à tres-peu de chose prés, ce qui n'est pas considerable dans la pratique. Faisant donc encore l'analogie (comme EH est à ET, ou comme le sinus total f est au sinus e du complément de l'élevation de la poûtre); ainsi $\left(P = EH = K + S = \frac{12K + 5xyL}{12}\right)$ à un quatriéme terme; on aura l'effort dans $\left(ET = \overline{12K + 5xyL} \times \frac{e}{12f}\right)$. Ainsi dans les 2 cas des poûtres soûtenuës par les 2 bouts, on pourra regarder cette poûtre comme arrêtée fixement en ET, & comme poussée en F & G perpendiculairement à sa longueur selon les directions GX, FY, par les appuis FI, GI, avec des efforts marqués par les parties mêmes EG, EF, prises réciproquement, tandis que FG marquera tout l'effort en ET, ce qui donnera l'effort en FY par l'analogie, comme $FG = L$ est à $\left(EG = L \frac{-24bK - 5xyL^2}{24K + 10xyL}\right)$; ainsi l'effort dans ET $\left(= \overline{12K + 5xyL} \times \frac{e}{f}\right)$ a un quatriéme terme $\left(\overline{24KL - 24bK + 5xyL^2} \times \frac{e}{24Lf}\right)$ = l'effort dans FY. Prenant donc maintenant la Figure 9. pour le modele de 2 pieds de long, & d'un pouce en quarré, lequel soûtient 300 liv. en p, & concevant de même cette solive retenuë en (eh), & rompuë par les résistances fi, gl, comme dans la Figure 11, chaque résistance fera un effort de 150 liv. environ selon les perpendiculaires fy, gx, & aura pour levier la perpendiculaire hy, hx, sensiblement égale à hf, hg, ou d'un pied. Or l'effort dans fy doit être à l'effort

dans *FY* (*Fig.* 11.) en raison composée de la résistance en *eh*, à la résistance en *EH*, & du levier *EF* au levier *ef*, c'est à dire comme la résistance *eh* divisée par son levier *hf* d'un pied, à la résistance en *EH* divisée par son levier *EF*. Et la résistance en *eh* ($=$ 1 pouc. $\times$ 1 pouc. $\times$ 1 pouc.) tandis que la résistance en *EH* ($=x^2y$), en supposant *AD*, *AC*, ou x & y mesurées en pouces, de même que *ad*, *ac*, selon l'usage ordinaire. Ce qui donnera l'analogie $\left(\frac{1\times1\times1}{1}\right)\frac{x^2y}{EF}=\frac{24K+10Lxy\times x^2y}{24bK+5xyL^2}$: : 150 livres : à l'effort dans $FY=\left(150x^2y\times\frac{24K+10Lxy}{24bK+5xyL^2}\right)$ qu'on doit égaler à l'effort dans *FY* cy-dessus $=\overline{24KL-24bK+5xyL^2}\times\frac{e}{24Lf}$ dont il n'y en a que ($\frac{2}{3}$) qui font la rupture en *EH* quand la poûtre est retenuë par les bouts, l'autre tiers faisant la rupture en *F*; c'est-pourquoy on doit en ce cas égaler l'effort selon *FY* cy-dessus à $\left(\overline{24KL-24bK+5xyL^2}\times\frac{e}{36Lf}\right)$.

Mais à l'égard des poûtres retenuës seulement par un de leurs bouts (*Fig.* 8.), on comparera l'effort en *fy* avec le simple effort en *ET* (*Fig.* 11.) par la même analogie précedente, ce qui donnera au lieu de l'effort en *FY*, l'effort en *ET* de la même valeur; mais qu'il faut ensuite augmenter d'$\frac{1}{6}$ suivant les experiences cy-devant, & qu'il faudra égaler ensuite à l'effort en *ET* trouvé cy-dessus; ce qui donnera l'égalité $\left(350x^2y\times\frac{12K+5Lxy}{24bK+5xyL^2}\right)$ $\left(\overline{12K+5xyL}\,\frac{e}{12f}\right)$.

Avec ces 3 égalités on trouvera une des valeurs x, y, L, &c. par des équations qui ne passeront pas le 3 degré, & que je laisse à poursuivre plus outre à ceux qui ont plus de loisir, pour m'arrêter seulement à ce qui est plus d'usage.

VI. Supposant donc la poûtre de la Fig. 8. horizontale, & toûjours tirée par les poids *Q*, *N*, &c. ou *K*: l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($4200x^2y=24bK+5xyL^2$). D'où l'on tire $\left(x=\frac{L^2\pm V\frac{16182bK+L^4y}{y}}{1680}\right)$ $\left(y=\frac{24bK}{840x-L^2x5x}\right)$

($b=$

$\left(b = \overline{840x - L^2} \times \frac{5xy}{24K}\right)$, & $\left(K = \frac{5xy}{24b} \times \overline{740x - L^2}\right)$.

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité se réduira à la simple ($175x^2y = Kb$), à cause que le terme $\left(\frac{5xyL}{12} = o\right)$; d'où l'on tire $\left(x = \frac{1}{5}V\frac{Kb}{7y}\right)$ $\left(y = \frac{Kb}{175x^2}\right)$ $\left(b = \frac{175x^2y}{K}\right)$, & $\left(K = \frac{175x^2y}{b}\right)$.

Si au contraire la poûtre se rompt par son propre poids, on aura dans l'égalité cy-dessus ($24bK = o$), ce qui la changera en cette autre ($840x = L^2$), qui donne ($L^2 : x :: 840 : 1$), & qui convient à toutes sortes de largeurs, puisque y ne s'y trouve point, & par laquelle on voit qu'une poûtre de 100 pieds de saillie & d'un pied d'épaisseur fixée par un bout seroit prête à se rompre par son poids.

Mais si la poûtre demeurant toûjours horizontale est simplement posée sur 2 appuis, & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'art. 5. qui convient à ce cas se réduira à celle-cy ($7200x^2y = 12KL + 5xyL^2$), à cause que EF est alors $= \frac{1}{2} = b$; d'où l'on tire $\left(x = \frac{L^2 \pm V\frac{13824KL + L^4y}{y}}{2880}\right)$ $\left(y = \frac{12KL}{1440x - L^2 \times 5x}\right)$ $\left(K = \frac{5xy}{12L} \times \overline{1440x - L^2}\right)$, & $\left(L = \frac{6}{5xy} \times V\overline{1000x^3y^2 + K^2} - KL\right)$.

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($600x^2y = KL$); d'où l'on tire $\left(x = \frac{1}{10}V\frac{KL}{6y}\right)$ $\left(y = \frac{KL}{600x^2}\right)$ $\left(K = \frac{600x^2y}{L}\right)$ $\left(L = \frac{600x^2y}{K}\right)$.

Si au contraire la poûtre doit se rompre par son propre poids, on aura la simple égalité ($1440x = L^2$); d'où l'on tirera si l'on veut encore l'analogie ($L^2 : x :: 1440 : 1$) qui convient aussi à toutes sortes de largeurs, puisque y n'y entre point, & qui fait voir qu'une poûtre d'un pied d'épais, & de 130 pieds de longueur entre ses appuis seroit prête à se rompre dans son milieu par sa pesanteur.

On peut negliger aussi le poids de la poûtre dans le cas general, où elle seroit oblique & chargée de poids à souhait; alors l'égalité generale se réduiroit à la sim-

ple ($150x^2yLf = KLeb - b^2Ke$); d'où l'on tireroit ($x = \sqrt{\overline{L-b} \times \frac{Keb}{6yLf}} \times \frac{1}{5}$) ($y = \frac{\overline{L-b} \times Keb}{150x^2Lf}$) ($L = \frac{b^2Ke}{Keb - 150x^2yf}$) & ($b = L - \sqrt{\frac{600x^2yLf + L^2Ke}{Ke}} \times \frac{1}{2}$).

Enfin si la poûtre demeurant toûjours horizontale est retenuë par les 2 bouts & tirée par le milieu, l'égalité generale de l'article 5. se réduira à la simple ($10800x^2y = 12LK + 5xyL^2$) qui donne ($x = \frac{L^2 + \sqrt{\frac{25L^4y + 5184LK}{y}}}{2160}$) ($y = \frac{12LK}{2160x - L^2 \times 5x}$) & ($L = \frac{6}{5xy} \times \sqrt{1500x^3y^2 + K^2 - K}$).

Si l'on n'a point égard au poids de la poûtre, l'égalité cy-dessus se réduira à la simple ($900x^2y = LK$) qui donne ($x = \frac{1}{30}\sqrt{\frac{LK}{y}}$) ($y = \frac{LK}{900xx}$) ($L = \frac{900x^2y}{K}$) ($K = \frac{900x^2y}{L}$).

Si au contraire la poûtre n'est chargée que de son propre poids, l'égalité cy-dessus se réduira à ($2160 = L^2$); d'où on tire l'analogie ($L^2 : x :: 2160 : 1$) par laquelle on voit qu'une poûtre d'un pied d'épais retenuë par les bouts ayant 160 pieds, sera prête à se casser par son propre poids.

On peut negliger aussi le poids de la poûtre, & la supposer horizontale, & chargée en differens endroits, ce qui est plus de pratique (puisqu'aussi-bien le poids d'une poûtre n'est pas ordinairement la 70[me] partie de celui qu'il faut pour la rompre en son milieu, comme on le verra dans la Table suivante). Alors l'égalité generale se réduira à ($225Lx^2y = KbL - b^2K$) qui donne ($x = \sqrt{\frac{\overline{L-b} \times Kb}{Ly}} \times \frac{1}{5}$) ($y = \frac{\overline{L-b} \times Kb}{225Lx^2}$) ($L = \frac{b^2K}{Kb - 225x^2y}$) & ($b = L - \sqrt{\frac{900Lx^2y + L^2K}{K}} \times \frac{1}{2}$).

VII. Il reste de trouver maintenant la proportion des côtés des bases de poûtres & solives, qui pour soûtenir une même charge sous une même longueur, donne la moindre solidité qui se puisse; ensorte que le produit (xyL) fasse un moindre, & pour cet effet je prends la

derniere valeur d'y, & je la multiplie par xL, ce qui donne $\left(xyL = \frac{\overline{L-b} \times Kb}{125x}\right)$ qui doit valoir (un moindre). Or il paroît à la vûë que plus x ou la hauteur de la poûtre sera grande, plus cette valeur d'xyL sera petite. On trouvera la même chose pour les 2 autres cas.

Enfin on peut demander aussi le diametre d'un tronc d'arbre capable sous la moindre solidité possible d'une poûtre, dont la charge K & la longueur est donnée, & la distance b. Or ce diametre $= \sqrt{x^2 + y^2}$, il faut donc que cette valeur ou plutôt $(x^2 + y^2)$ fasse (un moindre) pour y parvenir. Dans le dernier cas je prends la derniere valeur de $\left(x^2 = \frac{bKL - b^2K}{25Ly}\right)$, & je la substituë en la place x^2 cy-dessus, ce qui me donne $\left(x^2 + y^2 = \frac{bKL - b^2K + 25Ly^3}{25Ly}\right)$. En prenant la differentielle de cette valeur, & l'égalant à un moindre, j'en tire $\left(y = \sqrt[3]{\frac{\overline{L-b} \times bK}{50L}}\right)$. On tire aussi de la même égalité $\left(x^2 = \frac{bKL - b^2K}{25Ly}\right)$, ce qui donne $\left(x^2 + y^2 = 3\sqrt[3]{\frac{\overline{L-b}^2 \times b^2K^2}{2500L^2}}\right)$ desirée.

On pourra faire de même pour les 2 autres cas. Et ce qui est digne de remarque en cecy, c'est qu'on trouvera encore $(x : y :: \sqrt{2} : 1)$ comme dans le 5. article cy-devant; de sorte que ce dernier article renferme les 2 en lui.

VIII. Enfin voici une Table où l'on trouvera tout d'un coup la charge qu'une poûtre horizontale dont la longueur est donnée en pieds, & l'épaisseur & largeur en pouces peut soûtenir dans son milieu, lorsque ses extrémités sont engagées dans ses appuis comme dans l'usage le plus ordinaire, & au moyen de laquelle on pourra aisément trouver ce qu'elle est capable de soûtenir dans un de ses points quelconques, en negligeant toûjours sa propre pesanteur. Comme si on veut suspendre un poids au $\frac{1}{4}$, on prendra d'abord dans la Table la charge qu'elle peut soûtenir en son milieu, & on fera l'analogie (comme $\frac{3}{4}$ sont à $\frac{1}{4}$; ainsi le tiers de la charge du milieu (qui est

l'effort rompant au milieu) à un 4. terme qui ſera l'effort de l'appui rompant aux $\frac{1}{4}$); & (comme $\frac{1}{4}$ eſt à $\frac{1}{2}$, ainſi le tiers de la même charge du milieu à un 4. terme) qui ſera l'effort de l'autre appui rompant au quart; joignant donc ces 2 efforts, & augmentant la ſomme d'un tiers (à cauſe que $\frac{2}{3}$ ſert pour faire la rupture dans les appuis), on aura la charge deſirée.

TABLE DES POIDS QUE differentes Poûtres retenuës par les deux bouts peuvent ſoûtenir dans leurs milieux étant prêtes à caſſer.

Largeurs des baſes en pouces.

10 ſur

Longueurs en pieds.	10	11	12	13	14	Hauteurs en pouces.
6	157333	190373	226560	265893	308373	
8	118000	142780	162420	199420	231280	
10	94400	114224	135936	159536	185024	
12	78666	95186	113280	132496	154186	
14	67429	81588	97097	113954	132160	
16	59000	71390	81210	99710	115640	
18	52444	63458	75520	88631	102791	
20	47200	57112	67968	79768	92512	
22	42909	51920	21789	72516	84102	
24	39333	47593	56640	66473	77093	
26	36308	43932	52283	61360	71163	
28	33514	40794	48548	56977	66080	
30	31466	38075	41312	53178	61675	

fig. 2.

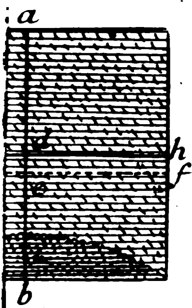


fig. 3.

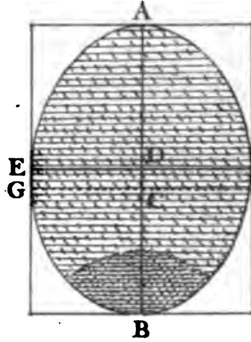
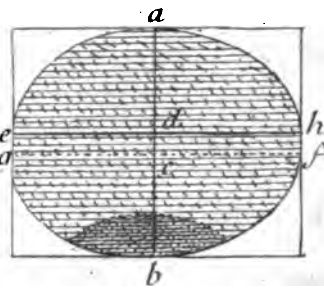


fig. 4.



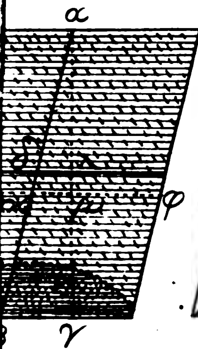


fig. 7.

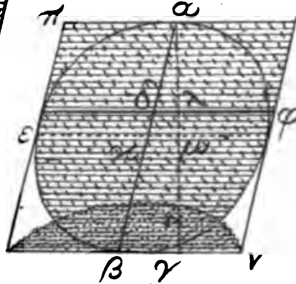


fig. 8.

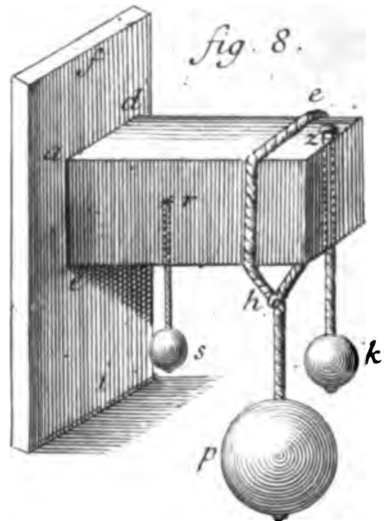


fig. 9.

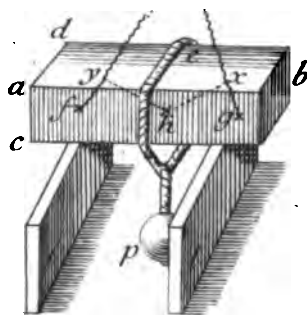
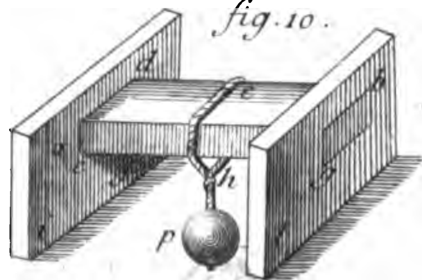


fig. 10.



Largeurs des bases en pouces.
11 sur

Longueurs en pieds.	11	12	13	14	15
6	209411	249216	292482	33921	389400
8	157058	186912	219362	254408	292050
10	125646	149529	175489	203526	233640
12	104705	124608	146241	169605	194700
14	89747	106806	125350	145376	166886
16	78529	93456	109682	127204	146025
18	69804	83072	97494	113070	129800
20	62823	74764	87744	101763	116820
22	57112	67968	79768	92512	106200
24	52352	64304	73120	84803	97350
26	48326	57511	67496	78279	89862
28	44873	53403	62675	72688	83443
30	41882	49843	58496	67842	77880

Hauteurs en pouces.

Largeurs des bases en pouces.
12 sur

Longueurs en pieds.	12	13	14	15	16	17
6	271872	319072	370048	424800	483328	545632
8	203904	239304	277536	318600	362496	402224
10	163123	191443	222028	254880	289996	327379
12	135936	119536	185024	212400	241664	272816
14	116516	136745	158599	182057	207140	233842
16	101952	119652	138768	159300	181248	204612
18	90624	106357	123349	141600	161109	181477
20	81561	95721	111014	127400	144998	163689
22	74147	87019	100922	115855	131816	148808
24	67968	79768	92512	106200	120832	136408
26	63739	73635	85418	98030	111537	125938
28	58258	68372	79299	91028	103570	116921
30	54341	63814	74009	84960	96665	109126

Hauteurs en pouces.

Largeurs des bases en pouces.
11 sur

Longueurs en pieds.	11	12	13	14	15	Hauteurs en pouces.
6	209411	249216	292482	33921	389400	
8	157058	186912	219362	254408	292050	
10	125646	149529	175489	203526	233640	
12	104705	124608	146241	169605	194700	
14	89747	106806	125350	145376	166886	
16	78529	93456	109682	127204	146025	
18	69804	83072	97494	113070	129800	
20	62823	74764	87744	101763	116820	
22	57112	67968	79768	92512	106200	
24	52352	64304	73120	84803	97350	
26	48326	57511	67496	78279	89862	
28	44873	53403	62675	72688	83443	
30	41882	49843	58496	67842	77880	

Largeurs des bases en pouces.
12 sur

Longueurs en pieds.	12	13	14	15	16	17	Hauteurs en pouces.
6	271872	319072	370048	424800	483328	545632	
8	203904	239304	277536	318600	362496	402224	
10	163123	191443	222028	254880	289996	327379	
12	135936	119536	185024	212400	241664	272816	
14	116516	136745	158599	182057	207140	233842	
16	101952	119652	138768	159300	181248	204612	
18	90624	106357	123349	141600	161109	181477	
20	81561	95721	111014	127400	144998	163689	
22	74147	87019	100922	115855	131816	148808	
24	67968	79768	92512	106200	120832	136408	
26	63739	73635	85418	98030	111537	125938	
28	58258	68372	79299	91028	103570	116921	
30	54341	63814	74009	84960	96665	109126	

DES CONCHOIDES EN GENERAL.

PAR M. DE LA HIRE.

DE'FINITIONS.

1707. 10. Decembre. FIG. I.

SOient deux plans appliqués l'un sur l'autre, dont l'un soit posé immobile & l'autre mobile; & que sur le plan immobile il y ait une ligne droite ou courbe *BO* quelle qu'elle soit, & un point *P* placé en quelqu'endroit que ce soit de ce plan; & que sur le plan mobile il y ait une ligne droite *PB* terminée par l'une de ses extremités *B*, & indéterminée par l'autre vers *P* avec un point *C* placé aussi en quelque endroit que ce soit de ce plan.

Si le plan mobile se meut sur l'immobile, ensorte que l'extremité *B* de sa ligne *BP* parcoure la ligne droite ou courbe *BO* du plan immobile, pendant que cette même ligne *BP* passe toûjours par le point *P*; je dis que le point *C* du plan mobile décrira par ce mouvement sur le plan immobile, une ligne *CD* que j'appelle *Conchoïde*.

Le point *P* du plan immobile sera *le Pole* de la Conchoïde.

La ligne *BO* en sera *la base*.

Le point *C* sera *son point décrivant*.

La ligne *BP* en sera *la Regle*.

Et la ligne *BC* sera *sa Mesure*.

Il suit de cette formation de la Conchoïde que la mesure demeurera partout la même, & que l'angle *CBP* qu'elle fait avec la regle, sera un angle constant en quelque position que soit l'extremité *B* de la Regle, & le point *C* qui décrit la Conchoïde. Ce qui fournit une pratique aisée pour décrire les Conchoïdes.

REGLE

REGLE GENERALE

Pour trouver les Tangentes de toutes les Conchoïdes.

On suppose qu'on sçache mener des Tangentes à la base de la Conchoïde.

Soit la base *BO* d'une Conchoïde *CD*, & sa touchante *BT* en *B*, *P* le Pole, *C* le point décrivant, *BP* la Regle dans une position telle qu'on voudra, *BC* la mesure, le point décrivant étant *C* sur la Conchoïde *CD*, on veut trouver la Touchante *CF* de la Conchoïde au point *C*. FIG. I.

Par le Pole *P* ayant mené la ligne droite *PA* perpendiculaire à la regle *BP*, & *BA* perpendiculaire à la Touchante *BT* de la base *BO* en *B*.

Je dis que la ligne droite *AC* est perpendiculaire à la Conchoïde au point *C*; & par consequent la perpendiculaire *CF* à *AC* au point *C* sera touchante de la Conchoïde en *C*.

DEMONSTRATION.

Si par le point *C* on mene *CP*, & ensuite *CE* perpendiculaire & égale à *CP*, & *EF* parallele à *PB* & égale à *PA*, la ligne *CF* touchera la Conchoïde en *C*, si *AC* lui est perpendiculaire; car par cette construction le triangle *CPA* est transporté en *CEF*, ensorte que *CE* qui est le même côté que *CP* est perpendiculaire à *CP*, & *EF* qui est parallele à *PB* & égale à *PA*, fera l'angle *FEC* égal à l'angle *APC*; & par consequent *FC* sera perpendiculaire à *AC*: Il faut donc seulement démontrer que *FC* touche la Conchoïde en *C*.

Soit *CK* une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle je suppose avoir été formée quand la regle a passé de *BP* en *GP*, le point *G* étant sur la base *BO*, & pouvant être aussi consideré sur la touchante *BT*, car *BG* sera aussi indéfiniment petite.

On peut considerer le mouvement du point *B* au point *G* formé par deux mouvemens, l'un par la perpendicu-

laire *BH* sur *PB*, & l'autre au long de la ligne *HG* de *H* en *G*: mais quand *PB* s'est muë en *PH*, la Regle *PB* étant passée en *PH*, aussi le point *C* aura parcouru sur *CE* la perpendiculaire ou l'arc *CI*, lequel sera semblable à *BH*, il reste donc le mouvement de *H* en *G*, & le point *I* en doit faire un qui lui soit égal & parallele de *I* en *K*; car le point décrivant & la regle sont sur le plan mobile, & le point *K* est sur la Conchoïde; & par consequent la ligne droite *KC* doit être la corde d'un arc indéfiniment petit de la Conchoïde, laquelle corde est regardée comme touchante.

Maintenant par la construction le petit triangle rectangle *BHG* de la base est semblable au triangle rectangle *BPA*; car les lignes *BP*, *GP* sont considerées comme paralleles. Mais *CI* est à *BH*, comme *CP* ou son égale *CE* est à *PB*; & *BH* est à *HG* ou *IK* son égale, comme *PB* est à *PA* ou *EF* son égale; donc en raison égale *CI* est à *IK* comme *CE* est à *EF*; & enfin *CI* est sur la ligne *CE*, & *IK* est parallele à *EF*, donc le point *K* est sur *CF*, & par consequent *CF* est touchante de la Conchoïde en *C* comme *CK*.

COROLLAIRE I.

Il suit de cette démonstration que si deux perpendiculaires à la Courbe, comme *CA*, indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent vers *A*, la Conchoïde sera concave de ce côté-là, & si elles concourent de l'autre côté, elle sera convexe du côté de *A*; & enfin si elles sont paralleles entr'elles, la Conchoïde aura dans ce point-là un recourbement.

COROLLAIRE II.

Il suit aussi de cette démonstration que le point *A* étant déterminé seulement par le moyen de la base & du Pole, il peut servir pour trouver les Touchantes de toutes les Conchoïdes décrites par quel point on voudra du plan mobile, puisque la ligne droite menée du point *A* au point

décrivant *C* en quelque endroit qu'il ſoit placé, ſera toûjours perpendiculaire à la Conchoïde qui eſt décrite par ce point.

Autre maniere pour trouver les Touchantes des Conchoïdes.

Soit comme dans la methode précedente la baſe *BO* de la Conchoïde, & ſa Touchante *BT* en quelque point *B*, le Pole *P* & la regle *BP*; & lorſque l'extremité de la regle eſt en *B* ſur la baſe, le point décrivant eſt en *C*. FIG. II.

Si l'on imagine ſur le plan mobile dans la poſition où il eſt, laquelle eſt déterminée par les points *PBC*, une ligne poſée ſur la touchante *BT* de la baſe qui eſt ſur le plan immobile, & que le plan mobile qui porte le point décrivant ſe ſoit mû ſelon la touchante *BT* qui y eſt décrite, par un eſpace *BG* indéfiniment petit, tous les points de ce plan auront parcouru des lignes paralleles & égales à *BG*, comme le point *C* la ligne *CI*, le Pole *P* la ligne *PL*, enſorte que l'angle *PBC* qui eſt un angle conſtant par la generation de la Conchoïde, ſera venu en *LGI*. Mais comme la regle ne peut pas abandonner le Pole, il faudra que *GL* revienne ſur *GP* par un arc *LH* indéfiniment petit, qui eſt auſſi conſideré comme une perpendiculaire à *GL* ou à *PB* & à *PG*. Mais dans ce ſecond mouvement du plan mobile, la ligne *GI* ſera venuë en *GK* par un arc *IK* indéfiniment petit & ſemblable à l'arc *LH*: Car l'angle *PBC* ou *LGI* qui eſt conſtant dans la formation de toute la Conchoïde, ſera placé en *PGK*, & le point décrivant *C* ſera venu en *K* ſur la Conchoïde par ces deux mouvemens; & comme la portion *CK* de la Conchoïde eſt indéfiniment petite, la ligne droite *CK* qui en eſt une corde, ſera reputée comme touchante en *C*.

Maintenant pour déterminer la poſition de cette touchante *CK* par un point comme *F* placé à une diſtance déterminée de *C*, ſoit mené la ligne *BA* perpendiculaire ſur *BT*, laquelle rencontre en *A* la ligne *PA* perpendiculaire à *BP* & menée par le point *P*. Il ſe formera donc

le triangle *ABP* qui sera semblable au triangle *PLH* par la construction.

Soit mené par le point *C* la ligne *CIE* parallele à *BT* & égale à *BA*, sur laquelle sera le point *I*; & par le point *E* soit mené *EF* perpendiculaire à *BC* ou à *GI* & égale à *BC*, je dis que la ligne *CF* passera par le point *K*, & par consequent qu'elle sera touchante de la Conchoïde en *C*.

DÉMONSTRATION.

Par la construction *IK* & *EF* sont paralleles; mais *CI* ou *PL* est à *LH*, comme *BA* ou *CE* est à *BP* : mais aussi *LH* est à *IK*, comme *BP* ou *GL* est à *BC* ou *EF* son égale; donc en raison égale *CI* est à *IK*, comme *CE* est à *EF*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Si du point *P* on mene une perpendiculaire *PM* à la touchante de la base *BT* en *B*, on aura aussi *CI* à *IK*, comme le quarré de *PB* au rectangle de $PM \times BC$: car par la Démonstration précedente *BA* est à *BC*, ou *CE* à *EF*, comme *CI* est à *IK*, & prenant une hauteur commune *PM*, *BA* est à *BC*, comme le rectangle $BA \times PM$ lequel est égal au quarré de *PB* par la construction, est au rectangle $BC \times PM$.

Cette proprieté est utile pour les Conchoïdes dont les bases sont des lignes droites, car toutes leurs touchantes ne sont que la base même; & par consequent *PM* y sera une quantité constante, & *BC* qui est la mesure étant aussi une quantité constante, le rectangle *BC*, *PM* y sera une quantité constante.

COROLLAIRE II.

Par la premiere methode de mener ces touchantes, on a vû que *AC* est perpendiculaire à la Conchoïde; donc si l'on tire *AC* dans cette secande, elle sera perpendiculaire à *CF*.

REGLE GENERALE

Pour déterminer les espaces des Conchoïdes.

Soit la Conchoïde *CD* dont le Pole est *P* & la base *BGO*, la regle *BP* & le point décrivant *C*. Soit pris une portion indéfiniment petite *CD* de la Conchoïde, laquelle soit formée par le mouvement composé du point décrivant *C* qui se meut d'abord par *CI* parallele & égale à *BG* portion de la base ou de sa touchante *BT* en *B*, & ensuite par la ligne ou arc *ID*, ensorte que l'angle *DGP* soit égal à l'angle *CBP*, qui est celui que fait la mesure *CB* avec la regle *BP* & qui est constant. C'est-pourquoi si l'on mene *IG*, on formera le parallelogramme *BCIG* & le Secteur *IGD*, qui feront les deux parties de l'élement *BCDG* de la superficie de la Conchoïde. Fig. III.

Maintenant si du point décrivant *C* dans sa position où il est, on mene *CT* perpendiculaire sur la touchante *BT* de la base en *B*; & du point *G* on mene *GK* perpendiculaire à *BC*, on aura les deux triangles rectangles *BTC*, *BKG* qui seront semblables; & par consequent *BC* sera à *CT*, comme *BG* à *GK*; & enfin le rectangle $BG \times CT$ qui est égal au parallelogramme *BCIG*, sera égal au rectangle $BC \times GK$.

D'où il suit que tous les parallelogrammes élementaires d'une portion de la superficie de la Conchoïde comprise entre deux positions differentes de la mesure, seront égaux ensemble au rectangle fait de la mesure *BC* qui est constante, par la somme de toutes les *GK*. Et si l'on connoît la somme de toutes les *GK*, on aura aussi la somme de tous ces parallelogrammes. Mais il faut encore y joindre la somme de tous les secteurs comme *IGD* pour avoir la valeur de l'espace conchoïdal dans ce cas, & dans d'autres il en faudra prendre la difference.

Tous les secteurs comme *IGD* auront pour rayon la mesure *BC* ou *GI*. Mais il est évident par la formation de ces secteurs que leur angle *IGD* est toûjours égal à l'angle

BPG que fait la regle dans les deux positions *BP*, *GP*; c'est-pourquoy la somme de tous ces secteurs, sera le secteur entier dont le rayon est la mesure, & l'angle celui qui est fait par les deux positions differentes de la regle *BP* dans les deux positions differentes de la mesure, lesquelles renferment l'espace proposé de la Conchoïde.

EXEMPLE I.

Fig. IV. Soit une Parabole *VB* pour la base d'une Conchoïde *DCR*, & *PVR* soit l'axe de la Parabole; & que le foyer *P* de la Parabole soit le Pole de la Conchoïde, & la ligne droite *VR* ou *BC* soit la mesure, laquelle soit jointe directement à la regle *BP*, le point décrivant étant *C*.

Soit une partie *CD* indéfiniment petite de cette Conchoïde, laquelle soit formée sur la partie *BG* de la base, ensorte que le point décrivant *C* soit passé de *C* en *I* par un espace *CI* égal & parallele à *BG* & ensuite par l'arc *ID*, & par consequent on aura la petite figure élementaire de la Conchoïde *CBGD*.

Si l'on mene *OBT* touchante de la base en *B*, on en peut regarder sa partie *BG* comme celle de la base. Mais ayant mené *CO* perpendiculaire à la touchante *OBT*, on aura le rectangle $BG \times CO$ égal au parallelogramme élementaire *CBGI*.

Ayant pris *VE* sur l'axe de la Parabole égale à *VP*, & ayant tiré *EF* perpendiculaire à l'axe, & *BF* parallele à l'axe, & ensuite *PF*, on sçait par les proprietés de la Parabole que *PB* & *BF* sont égales, & que la touchante *OBT* coupera *PF* en deux également en *T* & perpendiculairement; & par consequent les deux triangles rectangles *BPT*, *BFT* qui sont égaux entr'eux, seront semblables au triangle rectangle *BCO*.

Enfin si du point *G* on mene *GK* perpendiculaire sur *BF*, le petit triangle *BGK* sera semblable au triangle *BFT*, & par consequent semblable au triangle *BCO*. C'est-pourquoy on aura *BC* à *CO*, comme *BG* à *GK*; donc le rectangle $CO \times BG$ sera égal au rectangle $BC \times GK$.

Mais *BC* qui eſt la meſure de la Conchoïde ſera pour tous les élemens de la Conchoïde une grandeur conſtante, & toutes les *GK* dans la partie de la Conchoïde compriſe entre l'axe *VR* & quelqu'une des poſitions de la meſure comme en *BC*, ſeront égales enſemble à *EF*, car toutes les lignes *BF* ſeront partout paralleles à l'axe; c'eſt-pourquoy la ſomme de tous les parallelogrammes élementaires comme *CBGI* compris dans l'eſpace conchoïdal propoſé, ſera égale au rectangle $BC \times EF$ ou $BC \times BQ$, car l'ordonnée *BQ* ſera égale à *EF*.

Il y aura encore dans l'eſpace conchoïdal tous les petits ſecteurs comme *IGD*, qui ſont tous enſemble égaux au ſecteur qui a pour rayon la meſure *BC*, & dont l'angle eſt égal à l'angle *EPB* fait par les deux poſitions extrêmes de la regle; ainſi l'on connoîtra la valeur de l'eſpace conchoïdal propoſé.

Ce que je viens de démontrer de l'eſpace conchoïdal compris entre l'axe *VB* & *BC* ſe doit entendre de même de tout autre eſpace formé ſur quelque portion de la baſe parabolique, comme ſur *BM*; car cet eſpace ſera égal au rectangle ſous la meſure *BC* & ſous la difference *BN* des deux ordonnées par *B* & par *M*, plus au ſecteur dont l'angle ſera *MPB* & le rayon égal à la meſure. Et ſi les points *B* & *M* étoient des deux côtés de l'axe, il faudroit prendre la ſomme des ordonnées au lieu de leur difference, ce qui eſt facile à connoître.

Mais ſi le point qui décrit la Conchoïde étoit ſur la regle non prolongée, c'eſt à dire au dedans de la Parabole, & que dans la partie de la Conchoïde qu'on formera au dedans de la baſe la meſure ne paſſe pas au delà du Pole, on trouvera, comme on a fait dans le cas précedent, que cet eſpace ſera égal à un rectangle fait ſous la meſure & ſous la difference des ordonnées de la Parabole par les deux points qui terminent l'eſpace, moins le ſecteur ſous la meſure pour rayon, & dans l'angle comme *BPM* fait au Pole *P* par les poſitions extrêmes de la regle.

COROLLAIRE.

Il ſuit de ce qui vient d'être démontré que ſi dans les conditions précedentes on forme deux eſpaces conchoïdaux l'un exterieur & l'autre interieur ſur une même meſure, & compris entre les mêmes poſitions extrêmes de la regle, l'eſpace compris entre la Conchoïde exterieure & interieure & renfermé par la meſure, ſera abſolument égal au double rectangle de la meſure ſous la difference dans un cas, ou ſous la ſomme dans l'autre, des ordonnées par les points extrêmes de la baſe de l'eſpace conchoïdal ; ce qui eſt évident, puiſque pour l'eſpace exterieur il faudroit joindre le ſecteur au rectangle, & pour l'interieur il faudroit ôter le même ſecteur.

EXEMPLE II.

FIG. V. Soit encore la Parabole *VGB* pour la baſe d'une Conchoïde *RDC*, mais dont le point *C* ne ſoit pas ſur la regle prolongée ou non prolongée comme dans l'Exemple précedent, & par conſequent la meſure *CB* fera un angle conſtant *CBP* avec la regle *BP*.

Soit auſſi au point *B* la touchante *OBT* de la Parabole ; & ayant mené *BF* parallele à l'axe *PE* ou perpendiculaire à *EF* qui eſt autant éloignée de *V* ſur l'axe que le foyer ou le Pole *P*, & ayant mené *PF*, la touchante *OBT* la coupera en deux également & perpendiculairement en *T*, ce qu'on connoît par les proprietés de la Parabole ; donc l'angle *LBO* qui eſt fait par la touchante *OB* & par la regle *PB* prolongée en *L*, ſera égal à l'angle *FBT*. Mais ſi l'on mene *BH* qui faſſe avec *BF* l'angle *FBH* égal à l'angle *LBC*, l'angle *HBT* ſera égal à l'angle *CBO*.

C'eſt pourquoy ſi de quelque point *G* indéfiniment proche de *B* ſur la Parabole ou ſur ſa touchante *BT*, on mene la perpendiculaire *GK* à *BH*, le petit triangle rectangle *BGK* ſera ſemblable au triangle rectangle *BCO* ; & par conſequent ſi ſur les côtés *BG*, *IC* on acheve le parallelogramme

rallelogramme élementaire *CBGI*, il aura pour hauteur la perpendiculaire *CO* ſur ſa baſe *GB*.

Mais des deux triangles rectangles ſemblables *BGK*, *BCO*, on aura *BC* à *CO*, comme *BG* à *GK*; donc le rectangle $BC \times GK$ ſera égal au rectangle $CO \times BG$ qui eſt égal au parallelogramme élementaire *CBGI*.

Mais auſſi à cauſe que pour tous les points comme *G* pris de ſuite depuis *B* juſqu'en *V*, toutes les petites perpendiculaires comme *GK* ſeront toutes perpendiculaires à des lignes comme *BH* qui ſont paralleles entr'elles, puiſqu'elles font partout des angles égaux avec les *BF* qui ſont toutes paralleles à l'axe, il s'enſuit que toutes les *GK* enſemble ſont égales à la perpendiculaire *VH* menée du ſommet *V* de la Parabole ſur *BH*; & toutes ces *GK* étant multipliées par une même grandeur *BC* qui eſt la meſure, feront le rectangle $VH \times BC$ égal à ſomme de tous les parallelogrammes élementaires comme *CBGI* compris dans l'eſpace conchoïdal *VRCB* ſur la baſe parabolique *VB*.

Mais de plus cet eſpace de la Conchoïde qui eſt exterieure à ſa baſe comprendra encore de petits ſecteurs comme *GID*, qui tous enſemble feront le ſecteur *NPM* qui a pour rayon la meſure *BC* ou *GI*, & donc l'angle total ſera égal à *VPB* dans ſes poſitions extrêmes ſur la baſe en *V* & en *B*, comme on l'a dit dans l'exemple précedent.

On démontrera la même choſe pour tout autre eſpace conchoïdal formé ſur quelle partie on voudra de la baſe, & ſi la partie de la baſe eſt d'un même côté du ſommet *V*, il ne faudra prendre que la partie de *VH* qui répondra à cette partie de la baſe. Mais ſi la partie de la baſe renferme le ſommet *V*, on aura pour côté du rectangle égal à la ſomme des petits parallelogrammes élementaires, *HV* prolongée au delà du ſommet, & terminée à une ligne comme *BH*, & qui lui ſera parallele; ce qui eſt évident par la conſtruction & par ce qui a été démontré cy-devant, & l'autre côté de ce rectangle ſera la meſure.

Mais si le point décrivant étoit placé au dedans de la Parabole, il faudra observer les mêmes choses qu'on a dites dans l'exemple précedent ; ce qui formera plusieurs cas dont on parlera dans un autre Exemple.

Enfin si l'on décrit une Conchoïde externe & interne sur la même portion de la base & avec la même mesure prolongée autant en dehors qu'en dedans, on aura l'espace conchoïdal renfermé entre les deux Conchoïdes & la mesure à ses extremités, absolument égal au double du rectangle qui est égal à tous les parallelogrammes élementaires ; car dans l'exterieur il faudroit y ajoûter le même secteur qu'il faudroit ôter dans l'interieur, comme dans l'exemple précedent.

Il y a aussi dans la Conchoïde interieure à la base quelques remarques à faire dont nous parlerons dans la suite, lorsqu'elle retourne sur elle-même, comme aussi lorsque la Conchoïde est prolongée au delà du point de la base où la mesure touche la base, ce qui peut arriver dans cette espece de Conchoïde interieure ; cependant tous ces cas ne peuvent faire aucune difficulté en suivant la démonstration.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que si l'arc du secteur *NM* est en raison connuë avec *VH*, comme si cet arc étoit égal à *VH*, on auroit ce secteur qui a pour rayon la mesure *BC*, égal à la moitié du rectangle *VH* par la mesure ; & par consequent on connoîtroit absolument l'espace conchoïdal *CBVR* qui seroit égal au rectangle de $\frac{3}{2}$ *VH* par la mesure *BC*.

EXEMPLE III.

FIG. VI. Soit une Conchoïde *FCPS* dont la base est le cercle *GBPA*, le Pole *P* placé à l'extremité d'un de ses diametres *GP*, la regle *PB* & le point décrivant *C* sur la regle prolongée ou non prolongée, & par consequent la mesure *CB*.

Soit *CR* une partie indéfiniment petite de la Conchoïde superieure *FCE*, & les lignes *CB*, *RI* menées au Pole *P*, lesquelles couperont la base *PBG* aux points *B*, *I*. Par le point *B* soit mené la touchante *BO* du cercle base, & le point *I* sera réputé sur le cercle & sur la touchante. Par le point *C* soit *CQ* parallele & égale à *BI*, & soit achevé le parallelogramme élementaire *CBIQ*, & soit mené *QR* qui formera aussi le secteur élementaire *QIR*, & le parallelogramme & le secteur formeront ensemble la figure élementaire *CBIR* de la Conchoïde. Du point *C* soit mené *CO* perpendiculaire à la touchante *BO*, & du point *B* soit *BD* perpendiculaire à *RI* & qu'on suppose aussi perpendiculaire à *CB*, à cause que *BC* & *DIR* sont indéfiniment proche l'une de l'autre.

Par cette construction on aura les deux triangles rectangles *BCO*, *IBD* semblables entr'eux; & par consequent *BC* est à *CO*, comme *IB* à *BD*, & le rectangle $BC \times BD$ égal au rectangle $BI \times CO$ qui est égal au parallelogramme élementaire *CBIQ*.

Maintenant dans un espace conchoïdal comme *FCBG* compris entre le diametre *PGF*, la mesure entiere *BC*, la base *BG* & la Conchoïde *CF*, on aura la somme de tous les parallelogrammes élementaires comme *CBIQ* égale au rectangle sous la mesure *BC*, & sous la somme de toutes les *BD* formées dans l'arc de la base *GB*. Mais on sçait que la somme de toutes ces *BD* sera égale à la corde *GB* ou *Gy*; donc ce rectangle sera $Gy \times X$, dont la hauteur *GX* est égale à la mesure. Mais il faut encore joindre à ce rectangle la somme de tous les petits secteurs comme *IQR*, laquelle est égale au secteur dont le rayon est la mesure & l'angle *BPG*.

On démontrera de même que si l'extremité de la regle tombe au Pole, alors la mesure sera en *BE* perpendiculaire au diametre *PG*, & l'espace conchoïdal *FCEPBG* sera égal au rectangle *PGXK* sous le diametre & la mesure, plus au quart de cercle qui a pour rayon la regle.

Ce sera aussi la même démonstration pour la Conchoï-

de interieure comme *GScb*, laquelle on démontrera égale au rectangle ſous la meſure *GX*, & ſous *Gb* moins le ſecteur, dont le rayon eſt la meſure & l'angle *GPb*.

Et ſi la corde *Gb* eſt égale à la corde *GB* ou *Gy*, alors on aura l'eſpace conchoïdal *FCBG* exterieur avec l'eſpace conchoïdal interieur & correſpondant *ScbG* enſemble égaux à deux fois le rectangle *GyzX*: car dans l'exterieur il faudroit ajoûter à ce rectangle le même ſecteur qu'il faudroit ôter à l'interieur; ce qui eſt évident.

Il faut remarquer que ſi la meſure eſt appliquée depuis *P* juſqu'en *A* ſur la baſe, alors *PA* touchera cette Conchoïde dans le point *P* du Pole; car le point *A* formera le point *P*, & ſi du point *G* pour centre & pour rayon la corde *GA* on décrit l'arc *AY*, & qu'on mene *YZ* parallele à *GX*, on aura tout l'eſpace conchoïdal interieur *GSPA* égal au rectangle *GYZX* moins un ſecteur ſous la meſure dont l'angle ſera *GPA*.

J'ay donné juſqu'icy la meſure de l'eſpace conchoïdal exterieur *FCEPBG* & de l'interieur *ScPAbG*, leſquels ſont compris entre la Conchoïde & la baſe, d'où il ſuit auſſi la meſure de toutes leurs parties; mais il reſte encore pour avoir l'eſpace de toute la Conchoïde, l'eſpace *PEHP* dans l'exterieure, lequel eſt formé par les portions de la meſure comme *PH*, pendant que ſon extremité parcourt l'arc *PTA* de la baſe, & dans l'eſpace interieur il reſte le ſegment *PTAP* de la baſe qu'il y faudra ajoûter, & en ôter enſuite le ſecteur qui convient à cet eſpace, comme on l'a déterminé; il reſte donc à déterminer l'eſpace conchoïdal *PEHP*.

Par la même methode dont je me ſuis ſervi cy-devant, ſoit une portion *HN* indéfiniment petite de la Conchoïde *PHE*, & la meſure qui eſt jointe alors à la regle en *HM* & *NT*, dans la formation des points *HN*; ſi ſur les deux lignes *HM*, *MT* on acheve le parallelogramme élementaire *HMTL*, on pourra conſiderer l'arc *NH* de la Conchoïde formé par le mouvement de *H* en *L* & de *L* en *N*, d'où ſe formera le ſecteur *LTN*.

Mais le secteur ou triangle élementaire *PHN* de l'espace conchoïdal *PHEP* sera égal au secteur *TLN*, plus le secteur sur la base *PTM*, moins le parallelogramme *HMTL*. Et par ce qui a été dit cy-devant, si l'on mene *TV* perpendiculaire à *PT* ou à *PM*, le rectangle de la mesure *HM* par *TV* sera égal au parallelogramme *HMTL*. Et comme tous les rectangles *HM* × *TV* sur l'arc *PA* sont égaux au rectangle *YZKP*; & tous les secteurs *TLN* dans le même arc seront égaux au secteur *PAK*, & enfin tous les secteurs *PTM* sur la base seront égaux au segment *PATP*; donc tous les secteurs ou triangles élementaires *PHN*, ce qui est l'espace conchoïdal, *PHEP* sera égal au secteur *PAK*, plus le segment *PATP*, moins le rectangle *YZKP*.

COROLLAIRE I.

Il s'ensuit delà que tout l'espace conchoïdal tant exterieur qu'interieur compris entre la Conchoïde & sa base, & terminé au diametre *PSGF* sera égal au double du rectangle *GYZX*, plus le double du secteur *PAK*, plus le double du segment de la base *PATP*, puisque ce n'est que l'addition des valeurs des parties.

COROLLAIRE II.

Si du point *G* pour centre & pour rayon le diametre *GP* de la base, on décrit l'arc de cercle *PtZ*, cet arc coupera *XK* en *Z*, & le demi segment *PYZtP* sera égal au double du segment *PATP* : c'est pourquoy le secteur *PAK*, plus le segment *PATP*, moins le rectangle *YPKZ*, ce qui est égal à l'espace conchoïdal *PHEP*, sera égal à la difference des figures *PTAK* & *PtZK*, ce qui est aussi la difference des trilignes *PMAh* & *KZh*.

COROLLAIRE III.

Il suit de ce Corollaire second & du premier que tout l'espace conchoïdal tant exterieur qu'interieur, sera égal au double du rectangle *GPKX*, plus le double de la dif-

ference entre les trilignes *PTAh* & *KZh* qui sera double de l'espace conchoïdal *PHEP*, ce qui est facile à voir par la substitution de la valeur de ces figures.

AVERTISSEMENT.

Il y a long-tems qu'on a examiné cette espece de Conchoïde. M. de Roberval l'appelle *le Limaçon de M. Paschal*, & il donne une démonstration de la valeur de son espace & de ses parties, comme on le peut voir dans ses Ouvrages que j'ay fait imprimer : mais il comprend dans ces espaces la portion du cercle base qui y est renfermée par la regle, en joignant toûjours ensemble un espace superieur à un inferieur correspondant, c'est à dire ceux qui sont formés par des arcs égaux de la base, comme dans la Figure précedente les espaces *FCBPF*, *PcSP* formés sur les arcs égaux de la base *GB*, *Gb* qu'il dit être égaux ensemble à la portion du cercle *PBGbP*, plus au secteur dont le rayon est égal à la mesure & l'angle *BPb*; & par consequent tout l'espace conchoïdal est égal au cercle base, plus au demi-cercle dont le rayon est la mesure. Cet espace est fort different de celui que j'ay examiné icy.

Il suit de la démonstration de M. de Roberval que l'espace inferieur *PScP* avec le superieur *PFqP* sera égal à la portion du cercle base *PAGaP*, plus au secteur sous la mesure dans l'angle *APa*; & par consequent l'espace *PqEHP* doit être égal au double segment de la base *PATP*, plus au double secteur *PAK*, comme on le trouve par ma démonstration, en joignant ensemble les valeurs de ses parties comme je les ay données cy-devant.

EXEMPLE IV.

FIG. VII. Soit une Conchoïde *RCF* formée par le point *R*, & dont la mesure est *ER* qui fait avec la regle *EP* un angle constant *PER*, le Pole *P* & sa base soit la ligne droite *EKF*. Cette Conchoïde rencontrera la base en quelque point *F* lorsque la mesure sera en *KF* & la regle en *PK*, ce qui est évident par la generation.

La Regle étant en *PE* perpendiculaire à la base *EF*, il faut déterminer l'espace conchoïdal *ERCFE*.

Soit la regle dans quelque position *PB* & la mesure en *BC*, & soit *CD* une partie indéfiniment petite de la Conchoïde, laquelle soit formée par le mouvement du point *C* jusqu'en *Q* parallelement à la base, & égale à la partie *BI* de la base quand la regle étoit en *PI*, & la mesure en *ID*, & par l'arc *QD* décrit du centre *I*. Il se formera donc la parallelogramme *BCQI*.

Si du point *C* on mene *CO* perpendiculaire à la base, on aura le parallelogramme *BCQI* égal au rectangle de *BI* sur *CO*: c'est-pourquoy si par le point *B* on mene *BS* perpendiculaire à la base & égale à *CO*, le rectangle de *BI* sur *BS* sera aussi égal au parallelogramme *BCQI*. Et si l'on fait de même pour tous les points de la Conchoïde, on formera la ligne courbe *HSK* telle que son espace *HEKSH* sera égal à tous les parallelogrammes comme *BCQI* compris dans l'espace conchoïdal; & cet espace *HEKSH* avec un secteur dont le rayon est la mesure & l'angle *REF* sera égal à l'espace conchoïdal proposé, ce qui est évident par la regle generale.

Maintenant pour trouver la Courbe *HSK*, je pose $EP = a$, $EB = y$, BS ou $CO = x$, & la mesure $BC = m$, & je prolonge la regle *PB* jusqu'en *G*, ensorte que *BG* soit égale à *BC*, & je mene *GC*. Mais puisque l'angle *CBG* est donné étant le supplément de l'angle *CBP* donné, aussi *CG* sera donnée que je pose $= 2b$, & la perpendiculaire menée du point *B* à *GC* sera aussi donnée que je pose $= f$. Sur ces données je trouve la valeur de x, & l'équation du lieu des points *S* qui est la Courbe *HSK*, sçavoir $\frac{m^3a - 2fbmy}{\sqrt{aa+yy}} = ffx - bbx$, qui est un lieu à une hyperbole du second genre, qu'on peut construire à l'ordinaire.

COROLLAIRE I.

Ce sera la même construction & démonstration pour quelle partie on voudra de l'espace conchoïdal, en pre-

nant la partie de l'hyperbole qui lui répond, & même pour l'espace prolongé au delà de *ER* sur la base, ou au dessous de la base vers *F*; car il est évident que la Conchoïde passe au dessous de la base vers *F*, & qu'elle est infinie tant au dessous d'un côté qu'au dessus de l'autre, ce qui dépend de la base qui est infinie; & cette Conchoïde aura deux asymptotes des deux côtés & paralleles à la base, & autant éloignées que le point *R* l'est de la ligne *PE*.

COROLLAIRE II.

On pourra aussi par la même methode donner un espace égal à la Conchoïde de Nicomede, qui n'est qu'un cas de celles-cy, qui ont pour base une ligne droite; mais quoiqu'elle paroisse plus simple, ce sera toûjours par le moyen d'une hyperbole du second genre, mais qu'on peut construire facilement par le moyen d'une hyperbole simple équilatere entre ses asymptotes. Car si l'on suppose que le point décrivant soit *G*, on aura dans les termes précedens pour l'équation $\overline{aaxx + yyxxmmaa}$; & si l'on fait les $PB = z = \sqrt{aa + yy}$, cette équation se réduira à $zx = ma$.

COROLLAIRE III.

Si la mesure étoit prolongée au dessous de la base & qu'elle fût égale à celle de dessus, il est évident dans les conditions que j'ay données dans les autres exemples, que les espaces conchoïdaux superieurs & inferieurs pris ensemble seront égaux au double de la figure hyperbolique qui leur répond; car alors le secteur additif à la figure superieure est détruit par le secteur soustractif de l'inferieure.

REGLE GENERALE

Pour déterminer la longueur des Conchoïdes.

Dans la seconde des methodes que j'ay données d'abord pour trouver les Touchantes des Conchoïdes & dans la même figure, on a un triangle déterminé *CEF* qui

qui eſt ſemblable au petit triangle CIK de la formation de la Conchoïde; c'eſt-pourquoy EF ou BC ou GI qui eſt la meſure, ſera à CF ou CA, comme IK qui eſt l'arc du petit ſecteur CIK eſt à CK qui eſt touchante ou portion de la Conchoïde; donc le rectangle $BC \times CK$ eſt égal au rectangle $CA \times IK$. D'où il ſuit que la ſomme de tous les petits rectangles étant appliquée à la meſure donnera la longueur de la Conchoïde.

Mais auſſi dans les mêmes triangles, CI portion de la baſe eſt à CK portion de la Conchoïde, comme BA eſt à AC, & par conſequent le rectangle $CI \times AC$ eſt égal au rectangle $CK \times BA$; & ſi toutes les BA ſont égales entr'elles, on pourra tirer delà la meſure de la Conchoïde comme il arrive dans quelques cas.

EXEMPLE I.

Dans le premier Exemple que j'ay donné cy-devant des eſpaces des Conchoïdes ſur une baſe parabolique, ſi par le Pole P on mene la ligne PA perpendiculaire à la regle PB, & par le point B de la baſe on mene BA perpendiculaire à la touchante BT de la baſe, & que du point A de concours de ces deux lignes on tire la ligne AC au point décrivant C, on formera le triangle ABC qui ſera ſemblable au triangle CVD de la formation de la Conchoïde. FIG. VIII.

Car par ce qu'on a démontré d'abord des touchantes, la ligne AC ſera perpendiculaire à la Conchoïde & à CD, la ligne BA ſera perpendiculaire à la touchante BT de la baſe & à ſa parallele CI, & enfin BC ou GI ſera perpendiculaire à ID qui eſt le petit arc décrit du centre G: On aura donc ID à CD, comme BC à AC; & par conſequent le rectangle $ID \times AC$ ſera égal au rectangle $CD \times BC$ qui eſt la meſure.

C'eſt-pourquoy ſi du Pole P pour centre & pour rayon la meſure, on décrit l'arc NQ qui forme le ſecteur PNQ, & que par tous les points comme N de cet arc, où la regle le coupe dans toutes les poſitions du point décrivant,

on éleve perpendiculairement les *AC* ſur le plan du ſecteur, on formera un eſpace ſur le cylindre droit dont l'arc *NQ* eſt la baſe, & cet eſpace étant appliqué à la meſure *BC*, donnera la longueur de la Conchoïde: car chaque petit rectangle élementaire de cet eſpace ſera partout diviſé ou appliqué à la meſure qui eſt une grandeur commune.

EXEMPLE II.

FIG. IX. Dans le troiſiéme Exemple précedent d'une Conchoïde à baſe circulaire, ſi nous ſuppoſons que la meſure ſoit égale au diametre du cercle baſe, & qu'elle ſoit jointe directement à la regle, nous aurons la longueur de cette Conchoïde depuis ſon commencement en *F* juſqu'au Pole *P* où elle finit partout le cercle de la baſe; car elle ne paſſe point au-deſſous du diametre *PG*, laquelle ſera égale à quatre fois le diametre du cercle baſe *PG*.

Pour le démontrer ſoit quelque point *C* de cette Conchoïde d'où ſoit mené *CP* au Pole *P*, cette ligne rencontrera la baſe en *B*, & *CB* ſera la meſure égale à *PG*. Et ſi par le point *B* on mene *BA* perpendiculaire à la baſe, elle paſſera par le centre & ce ſera un diametre. Mais ſi du Pole *P* on mene *PA* perpendiculaire à la regle *PB*, elle rencontrera *BA* au point *A* ſur la baſe, à cauſe de l'angle droit *BPA*. Mais par la methode des touchantes des Conchoïdes, on aura *AC* perpendiculaire à la Conchoïde en *C*, & le triangle *ABC* ſera iſoſcelle.

Maintenant ſi l'on conſidere le petit triangle élementaire *CQR* de la formation de cette Conchoïde où *CR* eſt une partie indéfiniment petite de la Courbe, on aura le triangle *ABC* ſemblable au triangle *CQR*: car par la conſtruction *AB* eſt perpendiculaire à *BI* ou *CQ* ſa parallele, *BC* ou *IQ* ſa parallele eſt perpendiculaire à *QR*, & enfin *AC* eſt perpendiculaire à *CR*.

Si du Pole *P* pour centre & pour rayon *PG* égal à la meſure, on décrit le cercle *GE* qui coupe *PC* en *M*, l'arc *GM* ſera égal en longueur à l'arc *GB*, comme tout le

demi-cercle décrit sur le rayon *PG* le sera à toute la circonference du cercle de la base. Mais aussi *AC* coupe le cercle base en *N*, & *BN* est perpendiculaire à *AC* à cause du demi-cercle *BNA*; donc *AN* sera la moitié de *AC*. Mais l'arc *PA* étant égal à l'arc *GB* à cause des deux diametres *PG*, *BA*, & l'angle *PBA* étant exterieur du triangle isoscelle *ABC*, il sera double de l'angle *BAN*, & son arc *PA* ou son égal *GB* double de l'arc *BN*, & *AN* étant la corde de l'arc *AGN* supplément de l'arc *BN*, comme *PN* l'est de l'arc *PBN* supplément de *GN* égal à l'arc *BN*, *PN* & *AN* seront égales.

Si par la regle generale on éleve *AC* double de *AN* ou de *PN* au point *M* & perpendiculairement au plan de la base, on aura une des lignes sur la superficie du Cylindre droit dont la base sera le demi-cercle *GE*, laquelle sert à déterminer la longueur de la Conchoïde, à cause que tous les petits secteurs comme *QBR* dans tout l'espace conchoïdal, feront ensemble un angle égal à deux droits.

Mais on sçait aussi que toutes les cordes comme *PN*, étant élevées perpendiculairement sur le demi-cercle *GBP* en *N*, formeront une superficie cylindrique égale au quarré du diametre : mais si on éleve ces mêmes cordes *PN* aux points *M* du demi-cercle *GME*, qui est double du demi-cercle *GBP*, & dont les petites parties comme en *M* sont aussi doubles des petites parties comme en *N*, puisque chaque *GM* est égal à *GB* & double de *GN*, il s'ensuit que la superficie cylindrique sera double du quarré du rayon *PG* du cercle *GE*; & comme au lieu des *PN* on doit élever à ces mêmes points *M*, les lignes *AC* doubles des *AN* ou des *PN*, on aura une superficie cylindrique quadruple du quarré du rayon *PG*, laquelle étant appliquée à la mesure *PG*, donnera par la regle quatre *PG* ou quatre fois *PG* qui est la mesure, pour la longueur de toute cette Conchoïde.

Dans la description ou formation de cette Conchoïde lorsque les points *B* se trouvent dans le demi-cercle infe-

rieur, & ce cas dans lequel la mesure se trouve coupée par le Pole, n'apporte aucun changement à la démonstration que je viens de donner de la longueur entiere de cette Conchoïde.

COROLLAIRE.

On aura aussi par ce moyen la longueur de quelle portion on voudra de cette Conchoïde, soit entre son commencement en *F*, ou entre telles positions que ce soit de la mesure. Comme si l'on demande la longueur de la partie *FC* de cette Conchoïde, je dis qu'elle est égale à quatre fois la corde de l'arc *GN* ou *BN* qui est la moitié de l'arc *GB* compris entre la position de la mesure sur la base en *G*, & entre *B* qui est l'autre position de la mesure sur la base dans la formation de la partie *FC* de la Conchoïde.

Car puisqu'on sçait aussi que toutes les cordes comme *PN* élevées à leurs points sur l'arc *GN* font un espace sur le cylindre droit égal au rectangle sous la corde totale *GN* & sous le diametre *PG*; il s'ensuit de la démonstration précedente que si le double de ces cordes est élevé comme en *M* aux arcs de *GM* doubles des arcs de *GN*, elles doivent former un espace cylindrique quadruple du précedent, lequel étant appliqué à *PG* qui est la mesure & qui est le côté du rectangle qui leur est égal, donnera pour la longueur de la Conchoïde une ligne droite quadruple de la corde *GN*.

Ainsi la partie *ECP* de la longueur de la Conchoïde, comprise entre la mesure *PE* dans la position où elle est perpendiculaire au diametre *PG* & le Pole *P*, sera quatre fois la difference entre la corde du quart de cercle qui conviendroit au point *E*, & le diametre *PG*; car quatre fois la corde du quart de cercle seroit égale à la partie de la Conchoïde *FCE*. Et par consequent pour toute la Conchoïde la difference des cordes des arcs qui sont les moitiés entre le point *G* & deux points de la base comme *BB*, où est appliqué la mesure aux extremités d'une por-

tion de la Conchoïde CC, étant prise quatre fois sera égale à cette portion de la Conchoïde.

Il faut remarquer que dans ces Conchoïdes qui ont la base circulaire, si la mesure est posée perpendiculairement sur la regle, & si elle est égale au diametre du cercle de la base, on décrira une Conchoïde semblable & égale à celle qui est décrite quand cette mesure est jointe directement avec la regle; mais elle sera posée en sens contraire & au dessus ou au dessous du diametre suivant la position de la mesure perpendiculaire.

Pour les Lieux des Conchoïdes.

Toutes les Conchoïdes qui ont pour base des lignes geometriques sont aussi des lignes geometriques, pourvû que dans la description de la Conchoïde la mesure soit jointe directement à la regle, comme on le peut voir par l'Exemple précedent.

Car si dans quelque position PBC de la regle & de la mesure on abbaisse des points C & B des perpendiculaires CD, BH sur l'axe PF, & qu'on fasse $CD = x$, $PD = y$, PG ou $BC = 2r$,

On aura $PC = \sqrt{yy + xx}$, & $HD = \frac{2ry}{\sqrt{yy+xx}}$, & $PH = y - \frac{2ry}{\sqrt{yy+xx}}$.

On aura aussi $BH = x - \frac{2rx}{\sqrt{yy+xx}}$.

Mais KH sera $= y - \frac{2ry}{\sqrt{yy+xx}} - r$, & le quarré de BH + le quarré de KH seront égaux au quarré de $KB = r$, ce qui est

$$xx - \frac{4rxx}{\sqrt{yy+xx}} + \frac{4rrxx}{yy+xx} + yy + \frac{4rryy}{yy+xx} + rr - \frac{4ryy + 4rry}{\sqrt{yy+xx}}$$
$- 2ry = rr$, ce qui se réduit à

$$xx + yy + 4rr - 2ry = 4r\sqrt{yy+xx} - \frac{4rry}{\sqrt{yy+xx}},$$

qui est un lieu à une Courbe qui est la Conchoïde, & dont les inconnuës montent à 6 dimensions, & que nous avons trouvée être quarrable.

Ce ſera la même maniere de conſtruction pour d'autres Conchoïdes de cette eſpece.

REMARQUE.

Toutes les Conchoïdes qui ſont formées par la meſure qui eſt jointe directement à la regle ſur quelque baſe que ce ſoit, étant conſiderées comme des baſes, formeront une Conchoïde qui ſera leur baſe, ſi le pole & la regle ſont les mêmes, mais en poſant la meſure du côté opposé où elle étoit par rapport au pole, ce qui eſt évident par la formation.

Des points de Recourbement des Conchoïdes.

Il eſt certain que ſi deux perpendiculaires à la Conchoïde indéfiniment proche l'une de l'autre, peuvent être paralleles entr'elles, le point de la Conchoïde, ou bien la portion interceptée de cette Conchoïde qui n'eſt conſiderée que comme un ſeul point, les deux perpendiculaires n'étant que comme une ſeule ligne, étant déterminé par ces paralleles, ſera ſon recourbement.

Dans toutes les Conchoïdes qui ont pour leur baſe quelque ligne que ce ſoit ou droite ou courbe, & dont la meſure & la regle ſont jointes directement, ſi l'on donne une poſition telle qu'on voudra de la regle, on peut déterminer la longueur de la meſure dans cette poſition, où ſon extremité décrivant la Conchoïde, elle ſera dans ſon recourbement ſi elle peut en avoir un; mais comme la forme du calcul eſt à peu prés la même pour toutes les Conchoïdes, je donneray ſeulement icy un exemple de la Conchoïde de Nicomede, & je montreray enſuite la difference qu'il y a de celle-cy qui eſt un peu plus ſimple, avec les autres qui ont des baſes courbes.

FIG. X. Soit le point P le Pole de la Conchoïde, & la regle PB dans quelque poſition que ce ſoit avec la meſure BC qui lui ſoit jointe directement, mais dont la longueur BC n'eſt point déterminée, & que le point C qu'on cherche ſoit dans le recourbement, ce qui eſt toûjours poſſible

dans cette espece de Conchoïde dont la base *BD* est une ligne droite, comme on le trouve aussi par la solution du Problême & par sa construction.

J'ay démontré cy-devant pour toutes les Conchoïdes, que si par le point *B* on mene *BA* perpendiculaire à la base *BD*, & *PA* perpendiculaire à la regle *BP* lesquelles se rencontrent en *A*, & que du point *A* on mene une ligne droite *AC* au point décrivant *C*, cette ligne *AC* sera perpendiculaire à la Conchoïde en *C* décrite par ce point.

Que le point *C* soit donc sur cette mesure celui du recourbement de cette Conchoïde décrite par ce point, la regle & la mesure étant en *PBC*. Soit *BD* une partie indéfiniment petite de la base, & soit mené *PD*. On pourra supposer que les deux lignes *PB*, *PD* sont paralleles entr'elles seulement dans un espace indéfiniment proche de *BD*.

Maintenant du point *B* soit mené *BFN* perpendiculaire à *PB* ou à *PD* laquelle rencontre *PD* en *F*; & soit *DK* perpendiculaire à la base en *D*, & parallele à *BA* dans ce cas de la base en ligne droite : on aura donc les deux petits triangles rectangles *BFD*, *BDN* semblables au triangle *BPA*, car *DF* dans ce petit espace est considerée parallele à *BP*. Soit aussi mené *FH* parallele à *BD* : donc *BH* est égale à *DF*, & *BD* égale à *HF*.

Mais quand la regle s'est placée en *PD*, la ligne *PA* vient en *PK*, & le point *K* fait alors l'office du point *A* par raport à *PD*; & *PA* & *PK* peuvent être considerées comme paralleles vers les points *A* & *K*, & les angles *BPD*, *APK* sont égaux. Si du point *A* on mene donc *AG* perpendiculaire à *PA* ou à *PG*, on aura *AG* égale à *BH* ou à *DF*, car les deux triangles rectangles *BFD*, *BPA* sont semblables; c'est-pourquoy *BP* est à *PA*, comme *BF* à *FD*; & à cause des deux triangles semblables *BPF*, *APG*, on a aussi *BP* à *PA*, comme *BF* à *AG*, donc *FD* égale à *AG*.

Enfin si la mesure *BC* est placée en *DT*, la Conchoïde

passera de *C* en *T*, & *CT* sera perpendiculaire à *AC* & à *KT*, quoiqu'en effet les lignes *CA* & *TK* ne soient paralleles entr'elles que dans le point du recourbement *C*, mais elles peuvent toûjours être réputées perpendiculaires à une même *CT* qu'on suppose indéfiniment petite.

Si par le point *H* on mene *HI* perpendiculaire à *PB* qui rencontre *DK* en *I*, on aura *HI* égale à *GK*; car *AG* est égale à *BH*, & les triangles *BHO*, *AGL* sont rectangles & semblables, & *LK* est égale à *OI* ou à *BN*: mais aussi *KV* sera égale à *AL*, & *AV* égale à *LK* ou à *BN*.

Si par le point *B* on mene *BR* parallele à *AC*, le petit triangle *BHR* sera semblable au triangle *CPA*, & le petit triangle *BRO* semblable & égal au petit triangle *KVS*; donc *AS* égale à *RI*.

Soit maintenant $PB = a$. $PA = b$. $PC = y$. & $BD = i$ indéfiniment petite, comme elle a été posée d'abord; & soit aussi $BA = r$ pour abreger le calcul, car dans la suite on fera sortir l'une des trois quantités r, a, b.

On aura donc *BP* à *BA*, comme *BD* à *BN*, ce qui est $a : r :: i : \frac{ri}{a} = BN$ ou *IO*.

De même *BA* à *PA*, comme *BD* à *DF*, ce qui est $r : b :: i : \frac{bi}{r} = DF$ ou *BA* ou *AG*.

Mais aussi *CP* est à *PA*, comme *BH* à *HR*, ce qui est $y : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ry} = HR$ ou *SV*.

Et *BA* est à *BP*, comme *BD* à *BF*, ce qui est $r : a :: i : \frac{ai}{r} = BF$.

De plus *BP* est à *PA*, comme *BH* à *HO*, ce qui est $a : b :: \frac{bi}{r} : \frac{bbi}{ar} = HO$.

Donc *RI* ou $AS = IO$ ou $BN + HO - HR$ sera $= \frac{ri}{a} + \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry}$.

Enfin si par le point *A* on mene *AX* perpendiculaire à *CA* ou à *KS*, on aura le triangle *AXS* rectangle en *X* semblable au triangle rectangle *CPA*; car *AX* est perpendiculaire

pendiculaire à *CA*, & *AS* perpendiculaire à *CP* : donc l'angle *SAX* eſt égal à l'angle *ACP* : c'eſt-pourquoy *CA* eſt à *CP*, comme *AS* eſt à *AX*, ce qui eſt $\sqrt{yy+bb} : y :: \frac{ri}{a} + \frac{bbi}{ar} - \frac{bbi}{ry} : \frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = AX$.

Mais auſſi ayant mené *CQ* perpendiculaire à *PC* ou à *PD*, on aura le petit triangle rectangle *CQT* ſemblable au triangle rectangle *CPA*; & l'on a auſſi

PB à *PC*, comme *BF* à *CQ*, ce qui eſt

$a : y :: \frac{ai}{r} : \frac{yi}{r} = CQ$, &

CP à *CA*, comme *CQ* à *CT*, ce qui eſt

$y : \sqrt{yy+bb} :: \frac{yi}{r} : \frac{i}{r}\sqrt{yy+bb} = CT$.

Car quoiqu'on conſidere les lignes *PC*, *PT* comme paralleles entr'elles dans un eſpace indéfiniment petit comme *DF* ou *TQ*, leurs perpendiculaires *BF*, *CQ* à une diſtance déterminée, ne laiſſent pas d'être dans la raiſon de *PB* à *PC*.

Maintenant ſi l'on poſe que *CT* & *AX* qui ſont paralleles entr'elles ſoient auſſi égales, les lignes *CA*, *TK* ſeront paralleles; c'eſt-pourquoy on égalera *CT* à *AX* pour déterminer le point de recourbement *C* par la valeur de $y = PC$, on aura donc l'équation ſuivante, $\frac{riy}{a\sqrt{yy+bb}} + \frac{bbiy}{ar\sqrt{yy+bb}} - \frac{bbiy}{ry\sqrt{yy+bb}} = \frac{i}{r}\sqrt{yy+bb}$, laquelle ſe réduit à $yrr + bby - bba = yya + bba$.

Et à la place de *rr* ſubſtituant ſa valeur $aa + bb$, on aura $yy - \frac{aay - 2bby}{a} + 2bb = 0$, qui n'eſt qu'une équation plane que je conſtruis comme il ſuit, à cauſe de quelques particularités qui meritent qu'on y faſſe attention.

Soit donc $\frac{aa - 2bb}{a} = d$, on réduira l'équation à $yy - dy + 2bb + 0$; & poſant $y - \frac{1}{2}d = z$, on aura $zz = \frac{1}{4}dd - 2bb$.

Si l'on diviſe donc l'angle droit *BPA* en deux également par la ligne *PX*, & qu'on prenne *PX* égale à *PA*, & qu'enſuite on tire *XY* perpendiculaire à *PX* qui ren- Fig. XI.

contre PA en Y, ayant mené BY & YZ perpendiculaire à BY qui rencontre BP en Z; je dis que PZ est égale à PC ou y, le point C étant dans le recourbement de la Conchoïde qui a BC pour mesure.

Par cette construction on a le quarré de $PY = 2bb$, & par consequent le quarré de BY est égal à $aa + 2bb$. Mais aussi BP est à BY, comme BY à BZ; donc BZ égale à $\frac{aa+2bb}{a} = d$. C'est-pourquoy si l'on divise BZ en deux également en E, on aura EY égale à EB & $EP = z$, mais $z + \frac{1}{2}d = y = PZ = PC$.

On voit aussi que cette équation a deux racines ou deux valeurs de y, dont l'une est celle que nous venons de trouver, & l'autre $\frac{1}{2}d - z$ qui est PB; le point B sera donc aussi un point de recourbement d'une Conchoïde, ce qui est vrai; car la mesure étant o, la base MO est elle-même la Conchoïde dont tous les points B peuvent être considerés comme des recourbemens.

COROLLAIRE.

Il suit de cette construction que si PY est égale à PB, le point E tombe au point P, & alors les deux valeurs d'y sont égales entr'elles & à PB: mais si PY est moindre que PB, la racine PC sera moindre que PB; car par la même construction le point E tombera entre P & B, car pour l'autre racine ce sera toûjours PB.

Maintenant si du pole P on mene PM perpendiculaire à la base BD, & du point C où l'on suppose que soit le recourbement, qu'on y mene aussi CO, & que CO soit $= x$; BC la mesure $= a$; & $PM = c$, on trouve par les regles *de Max. & Min.* cette équation $x^3 + 3cxx - 2caa = 0$ pour déterminer le point de recourbement; ensorte que si x & c sont des quantités déterminées, on trouvera a pour la grandeur de la mesure, ce qui revient au même que ce que j'ay trouvé cy-devant.

Détermination du Lieu de tous ces points de recourbement.

Par ce qu'on a démontré cy-devant on voit que pour un même pole & une même base droite, on peut déterminer un point de recourbement de toutes les Conchoïdes de Nicomede dans toutes les positions differentes de la regle; c'est-pourquoy on peut aussi déterminer le lieu de tous ces recourbemens.

Soit donc $PM = c$; $MB = z$; $PQ = v$; $CQ = y$; on aura $PC = \frac{2zz}{cc}\sqrt{cc + zz}$ par ce qu'on a déterminé cy-devant, lorsque le point C est dans le recourbement d'une Conchoïde qui a sa regle dans la position PB, & delà vient l'équation suivante $zz + yy = \frac{4z^4cc + 4z^6}{c^4}$.

Mais aussi on a $y : v :: c : z$, ce qui donne $\frac{cv}{y} = z$.

Et dans l'équation précedente substituant la valeur de z, on la réduira à

$y^3 = 2cvv$ qui est un lieu à une Parabole du second genre dont le Parametre $= 2c$, & l'axe PQ. *Ce qu'il falloit trouver.*

On voit aussi par-là, comme on l'a déterminé cy-devant, que lorsque $y = c$, l'équation se réduit à $\frac{1}{2}cc = vv$, & la mesure de la Conchoïde est $= o$; car cette Parabole coupe la base de la Conchoïde en B.

On voit aussi par ces calculs ce qui doit arriver à ces sortes de Conchoïdes quand elles sont au dessous de la base, & lorsque la mesure est plus grande que PM, lesquelles passent toutes par le Pole P, mais elles n'ont point de recourbement, ce qui est marqué par le lieu; car les v & les y seroient negatifs qui ne peuvent rien déterminer, ce lieu seroit $-y^3 = 2cvv$. Il est vrai qu'on peut trouver le point où ces sortes de Conchoïdes qui sont en partie d'un côté de la ligne MP prolongée & en partie de l'autre, en sont les plus éloignées par la regle *de Maximis & Minimis*, car ensuite elles passent en P en s'approchant toûjours de la base à l'infini & sans recourbement.

Pour les Recourbemens de toutes les Conchoïdes.

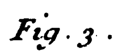
Lorſque les Conchoïdes ont des baſes courbes, alors les lignes *BA*, *DK* ne ſeront plus paralleles entr'elles, comme dans la Conchoïde de Nicomede que nous venons d'examiner; car ces deux lignes indéfiniment proche l'une de l'autre, concourent ſur la ligne qui décrit la baſe par ſon évolution; c'eſt-pourquoy les lignes *BN* & *AV* ne ſont pas égales, mais dans la raiſon des diſtances depuis *B* & *A* juſqu'à la ligne qui décrit la baſe par ſon évolution, ce qui rend le calcul un peu plus compoſé, mais qui ſuit toûjours la même forme de quelque nature que ſoient les baſes, & quand même elles auroient des points de recourbement.

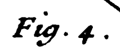
OBSERVATIONS

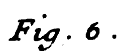
De la quantité d'eau de pluïe qui eſt tombée à l'Obſervatoire Royal à Paris pendant l'année 1707, *& des hauteurs du Thermometre & du Barometre.*

PAR M. DE LA HIRE.

1708. 7. Janvier. QUoiqu'il ſemble qu'on ne puiſſe pas tirer une grande utilité des Obſervations continuelles du Thermometre & du Barometre, & de la quantité de pluïe qui tombe chaque année dans un même lieu; cependant j'ay crû qu'il étoit à propos de les continuer comme j'ay fait depuis pluſieurs années, tant pour ſatisfaire ceux qui s'appliquent à la Phyſique, que pour faire une comparaiſon exacte de ce qui s'eſt paſſé avec ce qui arrive à preſent, & de ces Obſervations faites icy & en divers endroits où pluſieurs perſonnes ont été excitées par celles que nous donnons tous les ans, d'en faire de ſemblables. On voit par-là quelle eſt la difference des mêmes ſaiſons en differentes années, & ce qu'on peut juger de la fertilité de la


Fig. 3.


Fig. 4.


Fig. 6.

Berey fecit

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 11.

Berey fecit

terre par rapport à la pluïe ou à la secheresse ; & enfin quelle confiance on peut avoir aux prédictions du Barometre pour la pluïe & pour le beau-tems.

J'ay donc observé exactement chaque jour de l'année derniere 1707 dans la Tour orientale de l'Observatoire au plein pié de la grande Salle, les hauteurs du Thermometre & du Barometre, avec la quantité de pluïe qui est tombée, de la même maniere que les années précedentes, & comme je l'y ay expliqué. Mais il seroit ennuyeux de rapporter ces Observations jour par jour ; c'est pourquoy je n'en donneray icy que le résultat dans chaque mois. La hauteur de la pluïe qui est tombée a été en

Janvier.	$4^{lig.}\frac{7}{8}$	May.	$11^{lig.}\frac{3}{8}$	Septembre.	$9^{lig.}\frac{1}{4}$
Fevrier.	10	Juin.	$16\ \frac{7}{8}$	Octobre.	41
Mars.	11	Juillet.	38	Novembre.	6
Avril.	$4\ \frac{1}{8}$	Aoust.	$34\ \frac{3}{4}$	Decembre.	$27\ \frac{3}{4}$

Somme de l'eau de toute l'année 215 lignes ou 17 pouces 11 lignes.

Ce qui ne s'écarte que peu des 19 pouces à quoy l'on a déterminé la hauteur moyenne de l'eau de pluïe de chaque année. Cependant on peut dire que cette année a été seche, au moins le Printems, puisqu'il n'a pas presque plû dans tout le mois d'Avril, ni dans les deux tiers du commencement de May ; neanmoins l'année a été fertile en bled, comme il arrive ordinairement dans ces païs-cy, à cause que la plus grande partie des terres y est fraîche & humide. Le 12 du mois d'Aoust il est tombé 21 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & pendant les 4, 5, 6 & 7es du mois d'Octobre il a plû 34 lignes de hauteur avec un vent d'Oüest & sans orage. Il est tombé de la nége le 5e Mars seulement, mais elle s'est fonduë aussi-tôt & a donné $\frac{1}{2}$ ligne d'eau.

Le froid n'a pas été considerable pendant toute l'année ; car mon Thermometre n'est descendu au plus bas qu'à 27 parties $\frac{1}{2}$ le premier jour de Fevrier, & dans les plus grands froids il descend jusqu'à 13, mais fort rarement, & il est à 48 au fond des Caves de l'Observatoire,

ce que nous regardons comme l'état moyen de l'air. Il commence à geler quand il est à 32, ensorte qu'à peine a-t-il gelé cette année, car le Thermometre est remonté presqu'aussi-tôt; pour les derniers mois de cette année il a été au plus bas à 31 seulement le premier & le 30 Decembre. Ce Thermometre est à couvert de tous les vents & à l'ombre, & j'y faits toutes les observations vers le lever du Soleil qui est le tems le plus froid de la journée.

Si le froid n'a pas été grand, la chaleur au contraire a été excessive, car le Thermometre étoit monté à 69 $\frac{1}{2}$ le 21 du mois d'Aoust, le jour précedent il étoit presque de même, & vers les 3 heures aprés midy où l'air est le plus échauffé, le Thermometre marquoit 82; ainsi la chaleur a surpassé l'état moyen de 34 parties ou degrés, & le froid seulement de 20 $\frac{1}{2}$. D'où l'on voit que si le froid avoit été aussi grand que la chaleur par rapport à l'état moyen, le Thermometre auroit dû descendre à 14 comme il arrive quelquefois; car on suppose que l'esprit de vin peut se dilater au dessus du moyen état avec la même facilité qu'il se comprimeroit au dessous.

Le vent dominant de toute l'année a été entre le Sud & l'Oüest, comme il est toûjours dans ce païs-cy, & c'est celui qui nous donne ordinairement de la pluïe & en plus grande quantité, car c'est le vent de mer à nôtre égard : mais dans les mois d'Avril & de May le vent a été souvent au Nord & aux environs.

Le Barometre sur lequel je fais les observations est toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire, qui est environ 22 toises au dessus de la moyenne hauteur de la riviere, & ce Barometre marque 3 lignes $\frac{1}{2}$ moins de hauteur qu'un autre qui est à côté, quoiqu'ils fassent tous deux de la lumiere dans le vuide en y agitant le Mercure. Ce Barometre étoit à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$ le 21 Novembre au plus haut de toute l'année, quoique le vent fût alors vers l'Oüest & que le Ciel fût serein; mais les jours précedens & suivans il tendoit au Nord. Cette hauteur est à peu prés la plus grande où il monte icy. Il

eſt deſcendu au plus bas le 4ᵉ Decembre ſeulement à 27 pouces 1 ligne, qui eſt bien moins de ce qu'il deſcend quelquefois, & le vent étoit alors vers le Sud-Oüeſt & avec tres-peu de pluïe. Je donneray dans un autre Memoire des Remarques particulieres ſur les Barometres.

La declinaiſon de l'aiguille aimantée étoit de 10 degrés 10 minutes vers l'Oüeſt le 28 Decembre 1707, dans le même lieu & avec l'aiguille de 8 pouces dont je me ſers toûjours.

SUR LA MANIERE DE CONSERVER LES GRAINS.

PAR M. RENEAUME.

DEcouvrir des veritez pratiques, c'eſt une faveur particuliere du ſort, qui ſe répand indifferemment ſur tous ceux qui travaillent ; car elles ſont de nature à être facilement apperçûës : elles ſe montrent même quelquefois à ceux qui n'y font aucune attention. Mon frere aîné Ingenieur ordinaire du Roy au département de Metz, attentif à un fait particulier & tres-rare, fut tellement frappé des uſages avantageux qu'on en pourroit tirer pour le Public, ſi on en découvroit la cauſe, qu'il me propoſa deux queſtions, auſquelles cet écrit ſert de réponſe. Il a beaucoup de goût pour la Phyſique, mais les occupations du Genie ne lui permettent pas de s'y laiſſer aller. 1707. 18. Janvier.

Pour bien entendre dequoi il s'agit, je crois être obligé de donner un extrait de ſa Lettre : elle eſt de Metz du 26 Aouſt 1707.

« Je vous envoye par celui qui vous rendra celle-cy, du « Bled qui ne vaut rien pour ſemer, mais qui eſt excellent « pour faire raiſonner un Botaniſte. Lorſque la Citadelle

En 1553. par Charles V. Voyez Mezeray.

» de Metz fut bâtie, ce fut peu de tems aprés le siége qu'elle
» souffrit sous Henry II. Les mouvemens qui arriverent
» sous Henry III. obligerent le Duc d'Espernon à faire
» amas de grains & de vivres : il mit des gens sûrs dans cet-
» te Citadelle pour la défendre contre ceux qui auroient
» voulu secoüer la domination Françoise. Or les gens de la
» Citadelle ménageant leurs provisions, se fournissoient à
» la Ville; & la Ville étant restée fidelle à nos Rois, ce
» Bled s'est conservé jusqu'à ce jour. Il y en a un tas dans
» nôtre Magazin, qui peut avoir 10 toises d'un sens, sur 5
» ou 6 d'un autre, & environ 2 pieds de hauteur : l'on n'y a
» jamais touché depuis, & soit à dessein ou par hazard, ceux
» qui l'arrangerent graverent dessus avec les doigts la date
» de l'année qu'on l'a serré, qui est 1578. Quand le Roy,
» Monseigneur, les Maréchaux & Gouverneurs de la Pro-
» vince ont passé par icy, ils ont mangé du pain de ce Bled,
» que le Garde Magazin avoit fait faire exprés pour leur
» presenter. Examinez donc cecy, & nous rendez compte
» pourquoy tant de bled se gâte avec toutes les précautions
» des plus avides & industrieux Usuriers, pendant que celui-
» cy auquel on n'a point touché s'est si bien conservé.

Theophrast. Hist. Plant. l. 8. c. 9.

On voit assez de quelle utilité peut être l'examen de ces deux questions. Elles meritent du moins autant l'attention des Physiciens, que celle que propose Theophraste dans un Chapitre de son Histoire des Plantes, qu'il emploïe tout entier à examiner pourquoy certaines legumes, comme pois, féves, &c. cuisent plus facilement que d'autres de la même espece : il entre même en cet endroit dans des détails dignes de l'exactitude des Modernes.

La durée de ce grain peut passer pour un phenomene rare & curieux, dont la verité est suffisamment établie par la tradition du païs, par la connoissance de plusieurs faits à peu prés semblables tres-averez, dont nous parlerons dans la suite, & par la nature du grain. Pour ne me point écarter de mon sujet, je considereray le bled depuis sa moisson jusqu'à ce qu'on l'emploïe, soit pour en faire

faire du pain, soit pour le mettre en réserve, & tout ce que je diray du bled se pourra appliquer à toutes sortes de grains & de semences.

Lorsque les bleds sont meurs on pense à les scier. Liebaut, aprés Theophraste, s'est imaginé que le bled augmente en volume dans la grange, & c'est dans cette vûë qu'il défend d'attendre qu'ils soient roux & trop secs pour les couper. Il croit aussi que c'est pour cette même raison que les Laboureurs choisissent plus volontiers le tems de la rosée pour moissonner. Dans cette pensée il conseille de laisser les bleds quelque tems en gerbe; & lorsqu'ils sont battus & nettoyez, de répandre dessus de l'écume de nitre & du nitre même mis en poudre mêlé avec de la terre. Surquoy nous ferons les remarques suivantes. *Mais. Rust. l. 5. c. 13.*

1°. Le bled ne sçauroit être trop sec quand on le serre dans l'intention de le garder long-tems, & tous les soins de ceux qui le veulent conserver doivent se rapporter à deux choses: sçavoir le bien secher, & le tenir net.

2°. Bien loin que le bled devienne plus gros quand il est serré humide, il s'appetisse au contraire & se ride, & c'est pour cela qu'il n'est pas de garde dans les années dont l'Esté est pluvieux: car, par exemple, en l'année 1705 [A] il ne plut presque pas en Juin & Juillet, & les bleds étoient excellens. Mais en 1707 [B] quoiqu'il y ait eu des chaleurs extraordinaires, il plut si abondamment pendant ces deux mois, que les bleds n'ont rien valu, & se sont presque tous échauffez [C].

3°. On ne préfere le tems de la rosée que dans les années de secheresse, parceque l'humidité facilite le travail aux Moissonneurs, la paille ne glisse pas, & il leur échape moins de brins; ou bien lorsque les bleds sont trop meurs, crainte qu'ils ne s'égrennent & ne se perdent; car l'humidité de la rosée retient le grain dans l'épi, parcequ'elle resserre les tuniques & envelopes du grain, qui sans cela se répandroit tres-facilement. C'est dont on a eu plusieurs fois de tristes exemples dans les orages qui arrivent avec grêle, ainsi qu'il arriva en 1701 à un Laboureur nommé d'Olimier

à Balinvilliers, un quart de lieuë au-dessus de Longjumeau. Il avoit arrêté des Ouvriers le Dimanche pour le lendemain. La nuit il survint une tempête furieuse mêlée de tonnerre & de grêle si violente, qu'elle brisa & coupa la paille si menu, égrenna le bled, & bouleversa tellement la terre qu'on n'en pouvoit pas retirer un seul grain. Il laboura par là-dessus [D], & l'année suivante il fit la recolte, moins abondante neanmoins que s'il eût ensemencé ses terres à l'ordinaire.

4°. Il est sûr que quelque sec que soit le bled, si on le place dans un lieu humide, il se ramoitit & se gonfle, & par consequent augmente en volume, & cela d'autant plus qu'il est moins sec. C'est en cet état que les Marchands disent qu'il est gourd : ils font peu de cas de ce bled, lequel ne se moud pas aisément, le son en est pesant & moins net de farine, & il engraisse les meules, &c. Delà on peut conclure que ce que conseille Liebaut pour le faire augmenter est une espece de malversation [E] : mais cela est encore moins blâmable que l'usage pernicieux qu'ont les Blattiers.

On appelle Blattiers une espece de petits Marchands ou Regratiers qui achetent une mediocre quantité de bled pour le revendre d'un Marché à l'autre. Voici comme ils en usent pour augmenter la mesure du grain [F] surtout lorsqu'il est bien sec : Ils prennent un gros grez qu'ils font rougir au feu, puis ils le mettent dans une boëte de fer qu'ils fourent au milieu du monceau de bled, & l'arrosent legerement ; ils ont soin ensuite de le passer à la pêle pour le rafraîchir. On reconnoît neanmoins cette tromperie en maniant ce bled, car il est moins coulant que l'ordinaire, & devient rude sur la main [G].

5°. Quand on est contraint de serrer les grains dans un lieu humide, il vaut beaucoup mieux le laisser en gerbe que de le battre, parceque la paille, l'épi & la bale qui les envelope en absorbent l'humidité.

6°. Il y a des Laboureurs qui ne font point vanner & nettoyer leurs bleds, ils les laissent mêlez avec la bale,

ce qui les conſerve du tems ſans qu'ils ayent beſoin d'être travaillez. L'uſage que l'on fait de la bale pour la conſervation des fruits d'hyver, fait voir qu'ils ont raiſon. On ſçait outre cela que les eſpeces de froment nommées des Grecs Ζειὰ, & des Latins *Far*, *Triticum rufum grano maximo*. C. B. P. *Far ſive adoreum veterum Lugd.* connuës ſous le nom de Spelte en Allemagne, & que nous appellons Blance & Eſpeautre: On ſçait, dis-je, que ces eſpeces ſe conſervent long-tems ſans alteration, à cauſe qu'elles ſont envelopées de tuniques ou bale, qui eſt ſi adherante qu'on ne la peut ſéparer qu'en fricaſſant le grain ou le faiſant rôtir [H].

Par tout ce que je viens de dire il eſt aiſé de juger en quoy conſiſte la conſervation du grain, voyons quels moyens on doit employer pour y parvenir. Le grenier dans lequel on tranſporte le grain eſt une des choſes qui merite le plus d'attention, & l'on doit autant qu'il eſt poſſible ſuivre le conſeil de Vitruve, qui veut que non-ſeulement on choiſiſſe l'endroit le plus élevé de la maiſon, mais encore que l'on place les ouvertures au Septentrion ou à l'Orient, afin que les grains ne ſoient pas expoſez aux vents chauds ou humides qui les feroient gâter. Les vents contraires leur ſont tres-neceſſaires, ils eſſorent, raffraîchiſſent & conſervent la ſechereſſe. Il doit y avoir au haut des greniers des ſoûpiraux pour donner entrée à l'air, & laiſſer ſortir la vapeur chaude qui exhale du bled [I]. C'eſt pourquoy les greniers ne doivent point être lambriſſez, & ils ne ſçauroient être trop élevez, afin qu'au travers les joints des thuilles la vapeur puiſſe s'évaporer ſans échauffer l'air [K]. Il faut avoir grand ſoin de fermer les fenêtres lorſqu'elles ſont expoſées au midy pendant le tems humide, la pluïe & les vents chauds. On ne doit pas auſſi oublier de faire une eſpece de clôture aux fenêtres, ſoit avec un treillis de fil de fer, ſoit avec des lattes, &c. pour mettre le grain à couvert du dégât qu'en font les Chats, les Foüines, les Oiſeaux & autres animaux. Tous les lieux élevez d'un grand Corps de logis ne ſont pas également

Vitruvius l. 7. c. 9.

bons pour ſervir de greniers. Il ne faut point placer le bled au-deſſus des Celliers & autres endroits humides, parce-qu'il y acquert un goût de relant & une mauvaiſe odeur; ſurtout que l'on évite de le placer au-deſſus des Etables & Ecuries, où il acquereroit un goût infiniment plus mauvais & plus deſagreable; il y eſt preſque toûjours gourd, & ſe tient, comme diſent les gens du métier.

Le plancher du grenier doit être ou planchayé ou pavé de carreau lié à chaud & à ſable, ou de bon ciment. Celui qui eſt entierement de bois ſe doit préferer à tout autre, rien n'eſt plus capable d'entretenir la fraîcheur & la ſechereſſe. Les Auteurs décrivent pluſieurs eſpeces de mortiers pour l'enduit; deſquels celui qui me paroît le meilleur eſt fait avec la décoction du Concombre ſauvage, il eſt plus capable qu'aucun autre d'éloigner les inſectes.

Remarquons en paſſant qu'il y a des années ſi humides que le bled germe même dans [L] l'épi, & qu'on eſt obligé de le battre & de le vendre au plutôt, & ſi ce bled n'eſt employé bien vîte le feu s'y met ſi vivement que la chaleur ſeroit ſuffiſante pour faire cuire des œufs, de ſorte qu'en mettant la main dans le tas on a peine à l'y tenir. Cela arrive même quelquefois à la farine, ſurtout quand c'eſt du bled nouveau qui n'a pas reſſué, car ſes parties actives ſont dans un état violent, tout y eſt en mouvement; c'eſt ce qui fait que la pâte s'en tourmente au four, & qu'elle a beſoin d'un feu plus violent qu'à l'ordinaire: le pain en eſt plus lourd, & s'il a meilleur goût, il donne moins de farine [M] que le bled qui a déja quelque âge.

Aprés toutes les précautions cy-deſſus expoſées, on doit arranger le bled en tas ou couche. Il eſt plus ſujet à s'échauffer quand il eſt placé indifferemment. On appelle couche, du bled arrangé de quelque figure que ce ſoit, applati pardeſſus, dont la hauteur n'eſt ordinairement que de 2 pieds ou 2 pieds $\frac{1}{2}$, & le tas doit être éloigné des murs environ d'un pied. Ce bled ainſi arrangé avec le tems ſe taſſe & ſe ſerre, ce qui fait que la couche s'affaiſſe conſiderablement [N].

Il y à differentes pratiques pour préſerver le bled mis en couche des alterations auſquelles il eſt ſujet quand il n'eſt pas travaillé. Nous avons parlé de ceux qui le laiſſent mêlé avec la bale, d'autres y mêlent $\frac{1}{10}$ partie de millet, ce qui l'entretient frais, enſuite ils ſéparent ces grains dans le beſoin avec le crible, ainſi que les autres ſemences des plantes qui naiſſent parmi les bleds.

Quelques Laboureurs pour garentir le bled de la vermine mettent deſſus & à l'entour des feüilles de Grenadier, d'Aurigan ou d'Abſinthe, la forte odeur de ces dernieres pourroit les rendre efficaces: mais lorſque le ver ſe met au bled, le meilleur remede eſt de l'épandre au Soleil, afin de faire crever cet inſecte qui eſt une eſpece de ſcarabée [o], & enſuite de le cribler pour en ôter les grains vuides & l'inſecte même.

Le meilleur bled & le mieux conditionné ſerré dans le grenier avec toutes ces précautions, quelque ſec qu'il fût, ne laiſſeroit pas que de s'échauffer s'il étoit negligé la premiere année, ſurtout les premiers 6 mois. Pour prévenir cela il faut avoir ſoin de le travailler d'abord de 15 en 15 jours tout au moins les premiers ſix mois, dans la ſuite il ſuffit de le travailler ou ſimplement de le cribler de mois en mois. Quand aprés ces deux années ayant été bien remué il a reſſué ſuffiſamment & que toute l'humidité en eſt évaporée, on le peut garder tant que l'on veut même ſans y toucher, car dans cet état il n'a plus rien à craindre que de l'air, & de l'humidité étrangere.

La maniere de le travailler eſt telle. On le paſſe à la pelle, c'eſt à dire, des hommes forts & robuſtes le paſſent pellerée à pellerée d'une place du grenier à l'autre; ce qu'ils font en le jettant un peu haut en l'air, & donnant une petite ſecouſſe & mouvement horizontal à la queuë de la pelle, afin que le grain s'éparpille & ſe ſépare, de ſorte qu'il ne retombe point en maſſe, mais par grains ſéparez comme une eſpece de grêle. Toute ſimple que paroiſſe cette manœuvre, elle eſt cependant neceſſaire pour que la pouſſiere s'en échape, & que le grain ſoit ſuffiſam-

ment frapé de l'air qui l'essore & le seche encore davantage; car par cette mechanique l'air absorbe ce qui a pû transpirer du grain, & en resserrant ses pores modere & tempere l'action des parties subtiles & actives, lesquelles quand elles ne s'échapent que peu à peu ne causent aucun desordre, de sorte que lorsqu'elles sont entierement sorties, elles laissent le grain dans un état de sureté. Quinze jours aprés cette premiere manœuvre on en fait une seconde, c'est de le cribler ou grêler, comme disent quelques-uns. Ce travail outre qu'il nettoye parfaitement le bled, il lui procure encore les mêmes avantages que le premier.

Il y a encore deux manieres de travailler le bled. La premiere est de le laver, plutôt pour avoir un pain de meilleur goût, que pour l'avoir plus blanc; car ce n'est qu'afin d'en écumer, pour ainsi dire, les faux grains. L'autre n'est que pour l'avoir plus blanc lorsque c'est du bled moucheté. Les Chartreux ont une machine [p] exprés: mais comme ces deux manieres n'ont aucun rapport à sa conservation, nous ne nous y arrêterons pas. Il faut seulement sçavoir que la premiere y est absolument contraire, parceque quand le grain a été une fois moüillé ou imbu de quelque humidité étrangere, il ne ressuie plus, c'est à dire, il ne peut plus se secher parfaitement. Enfin quand il a une fois souffert quelque alteration, il ne revient jamais à son premier état.

Une des choses qui contribuë le plus à la conservation du bled, c'est la croûte qui se forme sur toute la superficie de la couche de l'épaisseur d'un doigt & demi, tantôt plus, tantôt moins: elle est formée de la poussiere qui voltige continuellement dans l'air, & de l'humidité de ce même air qui en fait la liaison avec les grains. Cette croûte défend toute la masse des approches de l'air. Celui qui m'a apporté du bled de Metz m'a assuré qu'il s'étoit promené sur le tas sans que la croûte eût obéi tant elle est forte. Je crois devoir rapporter icy un fait dont M. * le President me fit l'honneur de me parler il y a quel-

* M. l'Abbé de Louvois.

ques jours. Ce fait me tiendra lieu de deux preuves. Car, 1°. Il établit solidement la verité de celui qui a donné lieu à cet écrit. 2°. Il montre en même tems l'utilité de la croûte. Cet illustre Abbé en passant à Sedam y vit un Magazin qui étoit placé dans un soûterrain. Ce soûterrain étoit taillé dans le roch & assez humide. Il y avoit dedans un tas de bled fort considerable qui y étoit depuis 110 ans, puisqu'on n'étoit point entré dans cet endroit, dont il a fallu démolir la porte, qui étoit murée depuis ce tems. Ce tas étoit revêtu d'une forte croûte dure & de l'épaisseur d'un pied, formée de la germination des grains exterieurs de la superficie. Sous cette croûte se trouva un bled d'un grain assez gros, beau & bon, & l'on en fit du pain qui se trouva excellent. Quoique ce lieu fût humide, l'épaisseur de la croûte étoit suffisante pour empêcher l'humidité de penetrer le tas; mais surtout elle le défendoit des approches de l'air qui est le destructeur de toutes choses.

On est si persuadé de l'utilité de cette croûte, qu'on se sert en quelques endroits des moyens suivans pour la former, entr'autres à Châlons où il y a des Greniers publics dans lesquels on conserve des grains pendant 30 ou 40 ans, & on le renouvelle ensuite. Voici comme ils s'y prennent: Ils choisissent le bled le plus beau & du meilleur cru qu'il est possible, & aprés l'avoir travaillé ils en font un tas aussi gros que le plancher le peut porter, ils mettent ensuite de la chaux vive en poudre tres-fine, ils en soûpoudrent tout le tas également jusqu'à ce qu'il y en ait environ 3 pouces de haut, puis avec des arrosoirs on humecte cette chaux, laquelle faisant une forte liaison avec le bled forme une croûte, les grains de la superficie germent & poussent une tige d'environ un pied & demi de haut à laquelle on ne touche point, l'hyver survient & elle perit, & l'on n'y regarde plus que la necessité ne presse les habitans; & alors on ouvre cette croûte, & l'on trouve à un pied au-dessous le grain aussi beau que s'il n'avoit que deux ans.

Tous les Boulangers & Laboureurs entendus conviennent que le bled bien travaillé peut se garder ainsi sous sa croûte à l'infini, & que quand il a acquis par la vieillesse une certaine acrimonie, on ne doit point apprehender la Calandre, car ils sçavent distinguer l'âge des bleds, quand ils ont un grand usage, par sa couleur & par son goût. Plus il vieillit & plus il rougit, la farine en devient jaune, & quand on le mache il a un goût un peu acre & cuit sur la langue. Ceux que j'ay consultez m'ont dit n'en avoir vû que de 15 & 20 ans, dont ils ne faisoient pas grand cas, & ils ne l'achetent qu'à cause du prix modique qu'on le leur vend : Comme le pain qui en est fait n'a pas grand goût, ils le mêlent avec d'autre pour le faire passer, & ainsi il fait un assez bon pain ; car le bled nouveau aussi employé seul est trop visqueux, & ne fournit qu'une nourriture grossiere. Lorsque le bled n'a que sept ou huit ans il fait un fort bon pain, même employé seul, & surtout qui est fort leger.

Entre les choses qui peuvent beaucoup contribuer à la durée & conservation des grains, outre les précautions susdites, il en faut compter trois, la situation du lieu, la nature du sol, & les differences de l'air. Examinons les séparément, & voyons comment la situation du Magazin de Metz a pû contribuer à y conserver le tas de bled en question pendant prés de 130 ans.

La Ville de Metz est située dans une langue de terre ou presqu'Isle formée par le concours de la Moselle & de la Seille à l'Orient & à l'Occident. Ces deux rivieres aprés s'être divisées en differens bras dont elles forment plusieurs petites Isles, viennent se rejoindre au Nord de la Ville, où elles ont leur confluant. Le terrain sur lequel cette Place est bâtie s'éleve doucement en côte du Nord au Sud. Comme la Citadelle qui est placée au midy de la Ville & isolée de tous côtez est l'endroit le plus éminent de toute la Place, de même le Magazin dont il s'agit est le lieu de toute la Citadelle le plus élevé. Le plancher du Magazin est environ trois pieds plus haut que le niveau du

du terrain de la Citadelle. Dessous ce plancher qui est d'un ciment de 5 pouces d'épaisseur, regne un soûterrain de toute la longueur & largeur du Magazin, qui peut avoir 15 pieds sous clef. La longueur du Magazin est de 10 à 12 toises, & la largeur de 5 à 6. La hauteur en dedans œuvre peut être de 15 pieds de Roy. Ce lieu n'a point d'ouvertures au Nord & au Sud, toutes les fenêtres en sont à l'Orient & à l'Occident: elles sont à hauteur d'appui de 5 pieds sur 2 pieds ½ de large ou environ, avec des trumeaux entre-deux de trois pieds & demi. Cette courte description suffit pour faire connoître que cet endroit est tres-convenable pour conserver des grains [R]. Il est aisé d'en faire l'application. Je remarqueray seulement que quoique le vent de Nord soit partout ailleurs sec & froid, il seroit tres-humide en ce lieu, parcequ'il viendroit à contre-mont le long du cours de la Moselle jointe à la Seille, & se trouveroit chargé des exhalaisons de ces deux rivieres; c'est-pourquoy on a eu grande raison de faire les ouvertures de ce Magazin à l'Est & à l'Oüest.

Ajoûtons à tout cela la pureté de l'air agité de tous les vents dans ce lieu, qui peut avoir grande part à la conservation, à peu prés comme dans l'endroit de Cappadoce nommé Πέτρα dont parle Theophraste, où le bled se conservoit tellement bien qu'au bout de 40 ans, selon ce même Auteur, il pouvoit encore germer, & étoit propre à semer; ce qui me paroît impossible, comme nous le verrons plus bas. Aussi ce Philosophe ne nous donne-t-il cela que pour un oüi-dire: mais ce qui est de vrai, c'est que ce bled se pouvoit garder jusqu'à 60 & 70 ans propre aux usages de la vie, le grain ne s'étant jamais gâté en cet endroit, quoique les habits & les meubles s'y soient gâtez; il ne donne point d'autre raison de cela que celle que nous avons donnée [S].

Theophraste Hist. l. 8. c. 11.

Nous devons aussi considerer la nature du sol non-seulement parcequ'il y a des grains plus propres à être gardez que d'autres, mais encore parcequ'il y en a d'une nature propre à conserver certains corps & à les préserver

de la corruption [T]. Il se trouve dans le Quercy, païs abondant en grains, certaines Carrieres de sable dans lesquelles on enfoüit le bled aprés avoir fait un lit de paille au fond, on y jette le bled qui s'y refoule & s'arrange: lorsque ces Puits sont pleins on y remet de la paille dessus, puis on recouvre le tout de terre. On en use à peu prés de même en certains endroits d'Italie, où l'on fait des Caveaux de pierres destinez à cet usage. En Pologne & en Hongrie, sans trop choisir on creuse une fosse quarrée dont on bat la terre au fond & aux côtez, on les garnit ensuite de planches tant pour soûtenir les terres que pour tenir le bled à sec, on les recouvre aprés, & l'herbe croit sur leurs greniers, & ils y labourent. Outre que cette maniere conserve le grain, elle le met encore en sûreté dans les païs sujets à de frequentes révolutions, & il est assez ordinaire qu'on en use de la sorte dans les endroits où l'on fait souvent la guerre. C'est pour cette raison qu'on trouve quelquefois sous terre des Magazins anciens remplis de bleds dont on n'avoit aucune connoissance, desquels le grain est bien conservé, ainsi qu'on m'a assuré qu'il étoit arrivé il y a quelques années à S. [V] Quentin dans des ruïnes de bâtimens, & à Montargis sous des masures que l'on démolissoit. Le bled ainsi conservé se desseche moins que les autres: mais quand une fois les Magazins sont ouverts & qu'ils sont exposez à l'air, on est obligé de les vuider au plutôt, & les grains qu'on en tire ont besoin d'être travaillez comme s'ils étoient nouveaux, autrement ils se gâteroient bien-tôt. Il y a encore une difference à remarquer de ces bleds conservez en terre d'avec les autres, c'est que le pain en est plus nourrissant & a plus de goût.

Ce que j'ay dit plus haut des vents, fait voir de quelle consideration doivent être les differences de l'air; car comme les bleds qui croissent dans les lieux marécageux ne sont pas propres à être gardez, de même ces lieux qui sont toûjours fort humides ne sont pas non-plus convenables pour y conserver du grain. C'est aussi pour cela que

je crois que les bleds transportez par mer ou sur des rivieres ne sont pas d'une longue durée, quelque précaution que l'on prenne pour les tenir sechement, en mettant des fagots avec des clayes & quantité de paille tout autour, ce bled se ressent toûjours de l'humidité de l'air qui l'environne ; ainsi ces bleds doivent être consommez vîte, & l'on ne sçauroit pour le transport les choisir trop secs.

Aprés tout ce que je viens de dire, on pourroit avec raison me faire une nouvelle question, & demander laquelle de ces manieres de conserver le bled est préferable aux autres, puisque celui que l'on conserve par le moyen de la croûte artificielle souffre un déchet assez considerable ; car il s'en perd plus d'un pied d'épaisseur tout autour de la superficie, ce qui monte à une grande quantité. Il est aussi tres-incommode à l'égard de celui que l'on conserve en terre, d'être obligé de le vuider tout à la fois, & de se presser de le consommer, ou d'être contraint de le travailler ; d'ailleurs on n'a pas partout un terrain commode pour cela, & qui soit à l'épreuve des eaux soûterraines ou de celles de la pluïe qui se filtrent peu à peu, pénétrent souvent bien avant en terre quand ni le tuf ni les lits de terre glaise ne les arrêtent point. Je réponds à cela que je préfererois la croûte artificielle malgré la perte du grain ; car il s'en perd aussi dans ces magazins soûterrains ou puits, celui qui est à la superficie & le plus prés des terres se gâtant presque toûjours. Ajoûtez à cela qu'il s'en perd aussi en le conservant par lui-même comme celui de Metz ; car outre que ce bled dans l'emploi ne fournit pas un aussi bon pain ni aussi nourrissant que les deux autres, je conjecture que les mites ou quelques autres insectes semblables qui me sont inconnus en détruisent une quantité considerable. L'inspection de quelques grains rongez & comme vermoulus que j'ay trouvé mêlez au grain que l'on m'a envoyé du Magazin de Metz a donné lieu à cette conjecture, au lieu que la chaux préserve absolument le grain de quelque insecte que ce soit.

Tout ce que nous avons dit jusqu'icy, quelque simple qu'il paroisse, est neanmoins d'une grande utilité, & pourroit servir à remedier aux desordres que cause la cherté des grains & leur prétenduë disette, qui n'est souvent produite que par une terreur panique du peuple, fomentée par les Marchands, les Proprietaires des terres & les Laboureurs, lesquels dans l'esperance de l'augmentation de prix, aprés avoir vendu pour leurs besoins pressans, ne reviennent point au Marché ; car, par exemple, en France dans les plus grandes sterilitez, il se trouve presque toûjours un tiers de grains plus qu'il n'en faut pour nourrir ses habitans ; de sorte qu'il me paroît plus vraisemblable de rapporter la cause de la disette à la quantité de grains qui se gâtent qu'à la culture des terres[x] negligées, qui ne laisseroit pas d'y contribuer si elle alloit à un certain point, non-plus qu'à l'employ qu'on peut faire des grains en Manufactures, comme Bierre, Amydon, Poudre, &c. & engrais. Car outre que les années steriles sont toûjours précedées d'années abondantes dont les grains peuvent se réserver, c'est que les années steriles en grains étant presque toutes pluvieuses, & les bleds qu'elles produisent n'étant pas de garde, la fausse précaution des Marchands & des Proprietaires fait la plus grande partie du mal pendant ces années, parcequ'ils perdent plus de grains qu'il n'en faudroit pour procurer l'abondance : car si au lieu de suivre ce que l'avarice & l'interest mal-entendu leur suggere, ils sçavoient se défaire à propos de ces grains qui ne peuvent être conservez, ils ne se gâteroient pas, & le prix n'en deviendroit pas exorbitant, & ils ne se trouveroient pas dans la peine de les jetter dans l'eau comme ils font la plûpart. Ces Marchands au lieu de faire leurs provisions dans le tems que les grains sont à bas prix, c'est pour lors qu'ils sont de la meilleure qualité & propres à garder, ils ne les commencent que lorsque la terreur se forme. Ils l'augmentent par-là, & se chargent de bleds nouveaux & moins bons : la quantité dont ils font amas est ordinairement trop considerable pour qu'ils les fassent

travailler suffisamment; ce qui étant joint à la nature de ces grains naturellement trop humides, il est aisé de juger pourquoy ils se gâtent [r].

Aprés tout ce que je viens de dire, il est aisé de concevoir pourquoy du bled se peut conserver si long-tems, & comment il arrive que malgré les précautions des plus avides & industrieux Usuriers il s'en perd une si grande quantité, il y a lieu de conjecturer que le bled dont on fit la provision à Metz en 1579 étoit vieux, déja sec suffisamment & travaillé, puisqu'il est du crud du païs.

Pour conclure ce discours je rapporteray l'experience que j'ay faite sur le bled vieux, & j'examineray en peu de mots ce qui se passe dans chaque grain lorsqu'il commence à vegeter, parceque pour conserver les grains on ne doit avoir d'autre vûë que de temperer le mouvement de la vegetation & d'en brider, pour ainsi dire, tellement les principes qu'on les mette hors d'état d'agir. J'entends icy par vegetation le mouvement & l'arrangement des sucs, qui coulant dans les vaisseaux du corps organisé ou germe, servent à le déveloper & à l'augmenter. J'ay mis en terre plusieurs grains de ce bled qu'on m'avoit envoyé de Metz, les uns differemment preparez selon l'usage des Laboureurs, les autres sans aucune préparation, & pas un n'a germé, aussi ne l'avois-je pas esperé. Au bout de trois semaines j'en déterray quelques-uns que je trouvay humides & gonflez, & d'autres dans le même état que je les avois mis. Six semaines aprés ayant remué la terre, je n'en pûs pas appercevoir le moindre grain; j'en avois cependant semé une bonne quantité, ce qui se rapporte au dire des Laboureurs, qui assurent que le bled vieux ne vaut rien pour semer, & que quand par hazard il vient à germer, il ne produit pas d'épi, en quoy ils s'expriment mal; car quand il germe une fois & que rien ne s'oppose à sa vegetation, il produit un épi. Il est vrai que lorsque ce grain germé n'a pas toutes les qualitez requises pour lui fournir une nourriture abondante, ou que ses vaisseaux sont embarrassez, l'épi qu'il produit n'est qu'un avorton

dont les grains ne valent rien. Cela arrive de même aux grains, qui n'étant pas assez mûrs, se sont appetissez & ridez quoiqu'ils soient nouveaux.

C'est pour cette raison que les Laboureurs prennent toûjours du bled de l'année; c'est à dire, de la derniere moisson pour ensemencer. Il ne doit pas, dit Liebaut aprés Charles-Estienne, être plus vieux que d'un an, dont ils n'apportent point d'autre raison que l'usage, quoique l'on ait vû souvent germer des grains de plusieurs années. Il est plus sûr de se servir de grains nouveaux, ils ont plus de disposition à la germination & vegetation, leurs fibres sont plus souples, s'étendent plus facilement : il est bon aussi de choisir les semences, parcequ'un grain qui n'est pas bien nourri produit une plante foible dont les fruits ne sont ensuite que des avortons; ce qui arrive aussi quelquefois aux meilleurs grains faute de nourriture, surtout dans les terres maigres & legeres; les grains qui en proviennent étant diminuez & degenerez, sont dits par les Païsans être abâtardis, & c'est à cette varieté que quelques Auteurs ont donné le nom de *Siligo* [z], & il semble que les Anciens ont entendus à peu prés la même chose sous ce nom.

In Præd. Rust.

Dodonæus, &c.

Il n'est pas surprenant que les grains que j'avois mis en terre n'ayent point germé, car la plûpart des graines ne gardent gueres plus de cinq ou six ans leur vertu vegetative. Morisson assure même qu'il n'y a aucune graine qui germe aprés 10 ans, & rarement passé 5. Pour moy je crois qu'il est impossible de fixer le tems qui borne cette vertu dans chaque graine, & il me paroît qu'elle doit subsister plus ou moins long-tems dans chacune, selon que leur substance est plus ou moins visqueuse & huileuse, ou suivant qu'elles sont plus ou moins envelopées; par exemple, les semences couvertes d'envelopes ligneuses, comme les Noyaux, Amandes, Noix, &c. la conservent plus long-tems que d'autres. Il y a aussi de certaines graines qui se conservent long-tems en terre, même jusqu'à 15 ans & au-delà, & il arrive quelquefois qu'un Jardinier est fort

Prælud. Bot. part. 2.

ſurpris de voir croître dans ſon Jardin des plantes qu'il en croyoit bannies depuis long-tems. Si l'on expoſe même à l'air des terres tirées d'une cave, il ne manque pas d'y lever pluſieurs plantes autres que celles dont les ſemences ſont aigrettées, & qu'on ne peut ſoupçonner d'avoir été tranſportées par le vent, & en trop grande quantité pour qu'on puiſſe croire qu'elles ayent échapé aux Oiſeaux qui par hazard ont volé pardeſſus.

En general il vaut mieux convenir de l'incertitude de la durée des graines, que de poſer des regles qui la bornent, comme a fait Moriſſon, & être obligé enſuite d'avoir recours à la formation fortuite de ces mêmes ſemences en terre par le concours prétendu des ſels & des huiles & autres principes de Chimie, pour expliquer pourquoy dans des terres qu'il y a pluſieurs centaines d'années qui n'ont été expoſées à l'air, il ſe trouve des graines qui ſont en état de germer. C'eſt cependant ce que fait cet Auteur en parlant de la quantité de graine d'une eſpece d'*Eryſimum* appellé *Irio Lævis appulus alter Fab. Col.* qu'il rencontra en ſe promenant parmi les ruïnes du vieux Change de Londres, en allant du côté du College de Gresham, huit mois aprés l'incendie qui avoit cauſé ces mêmes ruïnes le 2 Septembre 1666. Il dit que cette graine leva en ſi grande quantité deux mois aprés, qu'on auroit pû la ſcier comme du bled; cependant ce lieu avoit été couvert de bâtimens depuis prés de mil ans, il faut croire que ces graines étoient renfermées dans la terre, plutôt que de s'imaginer qu'elles ſe ſoient formées fortuitement, comme l'aſſure nôtre Auteur, & ſi-tôt qu'elles ont pû recevoir les impreſſions de l'air elles ont germé.

Pour ſe former une idée juſte de tout cecy, il faut conſiderer un grain de bled comme toutes les autres ſemences compoſé de ſon germe, de ſes premieres feüilles, & de ſon écorce. Le germe eſt ce qu'on nomme la plantule & la radicule unies enſemble, leſquelles ſont l'abregé de la plante future: Ces parties ſont placées à la pointe du grain, & la radicule eſt celle qui ſe montre la premiere. Les deux premieres feüilles occupent la plus grande partie du

volume de la ſemence, & ſervent d'une eſpece de placenta à la nouvelle plante; car elles contiennent une nourriture préparée & proportionnée à l'état de la plante, juſqu'à ce qu'elle puiſſe ſe nourrir d'ailleurs & recevoir le ſuc de la terre pour le préparer dans ſa racine, & enfin les tuniques ou envelopes contiennent & renferment le tout ſous un certain volume.

On doit concevoir dans le germe des vaiſſeaux déja préparez & en état de s'ouvrir pour recevoir la nourriture que la farine ou ſubſtance des premieres feüilles leur fournit quand elles ſe dilatent par l'humidité & l'action de l'air. Ces vaiſſeaux ſont capables d'être dilatez & prolongez par les particules mêmes qu'ils contiennent, ſi-tôt qu'elles ſeront miſes en mouvement. Les envelopes ou tuniques, qui quand elles ſont deſſechées ont une conſiſtance ferme lorſqu'elles ſont dilatées à un certain point, viennent enfin à crever & à laiſſer ſortir les feüilles. Toutes ces differentes parties dont la ſtructure ſe rapporte à un ſeul point (c'eſt la vegetation) contiennent beauçoup de matiere huileuſe, balſamique & mucilagineuſe, particulierement les vaiſſeaux du germe; & c'eſt à ce qu'il me ſemble de ces matieres que dépend la vertu vegetative des grains, puiſqu'elle ſert à entretenir la ſoupleſſe des fibres naiſſantes qui compoſent les vaiſſeaux du germe, afin qu'ils ſoient en état de donner entrée à la nourriture, & qu'ils puiſſent recevoir l'impreſſion des parties actives & penetrantes qu'ils contiennent. Ce ſont ces parties actives qui communiquent à tout le reſte le mouvement qu'elles ont reçû de l'air, & ſervent ainſi à déveloper la plantule de laquelle les parties ſolides peuvent être regardées comme des reſſorts bandez qui commencent à ſe mouvoir ſi-tôt que l'humidité les a lâchez, ou pour mieux dire ſi-tôt qu'elle a ſoulevé le poids qui les tenoit contraints. Ces parties ſolides ſont les envelopes ou écorce du grain qui ſe trouvent éloignées du germe par le gonflement que l'humidité cauſe aux premieres feüilles, ce qui eſt l'effet d'un autre reſſort plus caché; ſçavoir, la

rarefaction des parties actives dans la farine, occasionnée par le passage de l'air, & si l'on veut de la matiere subtile: car ces parties ne se mouvant que lorsqu'elles sont dissoutes par l'humidité, l'air vient leur communiquer son mouvement: pour lors ces parties cy-devant contraintes reprennent leur état naturel, qui est d'être tres-mobiles & s'insinuant dans les canaux où elles trouvent moins de résistance, accomplissent ainsi la germination.

Les eaux de vies que l'on tire du grain sont une preuve suffisante de tout ce que j'ay dit des parties actives, sans parler des fermentations qu'elles causent en differentes occasions; les eaux gluantes & visqueuses qu'on retire des lotions qui se font dans la fabrique de l'Amydon, & m'assurent de l'existence des parties mucilagineuses & huileuses; mais surtout la maniere de brasser la Bierre prouve seule l'existence des unes & des autres tout ensemble.

C'est donc par consequent, selon tout ce que j'ay dit, à l'humidité & à l'air qu'il faut rapporter tout le bien & tout le mal qui arrivent aux grains; puisque lorsqu'ils en sont privez ils se gardent parfaitement, & qu'au contraire lorsqu'ils les penetrent ils y causent tous les desordres dont nous avons parlé: parceque ces grains tendent toûjours au dévelopement du germe & à l'accroissement de sa plantule; mais ils sont en sûreté quand toute l'humidité en est sortie & évaporée, parcequ'elle enleve avec elle la meilleure partie des particules actives, & le peu qui en reste se trouve embarrassé & confondu dans les parties huileuses & mucilagineuses qui se figent & se dessechent, comme la Therebentine & les Baumes, qui en vieillissant perdent leurs parties aqueuses, & se dessechent jusques à devenir friables à un point, que quoiqu'on les humecte dans la suite, elles ne reviennent plus à leur premier état, & n'ont plus la même viscosité. L'âge produisant la même chose dans les grains, les vaisseaux du germe s'affaissent, leurs fibres perdent cette souplesse si necessaire pour la vegetation, de sorte qu'elles devien-

nent incapables d'aucun ressort & d'aucune extension. Par ce moyen les parois de ces vaisseaux s'unissent si fortement & se collent, qu'ils se déchirent plutôt que de donner passage à aucun suc. Voilà, selon moy, la cause de la sterilité des vieux grains dans lesquels le principe de la vegetation se trouve éteint.

NOTES.

A Il ne tomba que 2 lign. $\frac{3}{4}$ d'eau en Juillet, suivant le Journal des Observations de la quantité de pluïe tombée pendant l'année, par M. de la Hire. *V. les Mem. de l'Acad.* 1706.

B Il en tomba 22 lignes en Juin, & 23 en Juillet; ce qui est presqu'autant que pendant tout le reste de l'année. *V. les Mem. de l'Academie* 1708.

C Le mauvais pain que la plûpart des Boulangers ont debité pendant les mois d'Avril & de May dernier de cette année 1708, & celui que quelques-uns debiteront le reste de l'année en est une preuve. Ils y ont été fort trompez; & quoiqu'ils mêlent ces bleds, le goût du pain est plus desagreable que ne seroit celui qui seroit fait du bled vieux dont nous parlons.

D Il est assez ordinaire que l'on fasse cè labour aux Avoines qui ont eu pareil sort, avec cette difference que quand la fin de l'Automne & le commencement de l'Hyver sont temperez, on en fait quelquefois la recolte la même année.

E Le Nitre résout à l'air mettant en mouvement les principes & particules actives, ce mouvement cause un gonflement & une dilatation considerable à l'écorce du grain, ce qui lui donne un plus gros volume.

F Le produit de cet artifice sur le bled ordinaire va à $\frac{1}{16}$, c'est à dire qu'au lieu de 16 boisseaux ils en font 17. Cela va plus loin sur d'autres grains, & particulierement sur l'Avoine qui va au double & augmente d'$\frac{1}{2}$.

G Cecy arrive pareillement au bled qui a été sur du plâtre nouvellement employé, avec cette difference qu'il n'en vaut pas moins. On les peut distinguer l'un de l'autre en les machant: celui qui a été sur du plâtre casse net sous la dent & ne s'en moud pas moins bien, celui des Blattiers au contraire obéït & se déchire pour ainsi dire.

H Ce froment est si fort en usage en plusieurs endroits de l'Allemagne, qu'ils ont inventé des Moulins qui ne servent qu'à dépoüiller le grain de sa bale. Les meules de ces Moulins ne portent pas

entierement à plomb, de ſorte qu'elles ne mordent point ſur les grains, & ces Moulins ont un tuyau ou porte-vent dont l'embouchure répond à l'endroit d'où ſort le grain mêlé avec la bale que le froiſſement de la meule en a détachée, & par ce moyen il tombe tout nettoyé dans la mêt, ce qui eſt fort commode.

I Les principes actifs venant dans ce mouvement à ſe débarraſſer quand ils s'échapent, ils entraînent avec eux la portion la plus conſiderable de l'humeur contenuë dans le grain; & c'eſt cet effet que les Boulangers & Laboureurs veulent exprimer quand ils diſent ſuer en tas, & l'on ne doit avoir d'autre vûë que celle de moderer ce mouvement de maniere qu'il ſe faſſe peu à peu, afin qu'il n'excite point ces grandes fermentations qui alterent entierement le grain.

K Quoiqu'en Hyver les fenêtres & les joints des thuiles donnent entrée à la neige, quoiqu'elle tombe ſur le grain, cependant elle ne l'altere preſque pas; car on a l'experience qu'elle s'évapore & ſe deſſeche ſans humecter le bled lorſque la gelée continuë, de ſorte qu'elle ne l'endommage aucunement.

L Pour preuve que cette alteration n'a point d'autre cauſe que la trop grande humidité, c'eſt que la pâte du pain que l'on fait de ce bled germé doit être paitrie tres dure, à peu prés comme celle de ce qu'on appelle du pain Chaland ou de Dourdan, parcequ'elle ne ſe rammollit que trop, ſe tournant toute en eau, comme diſent les Ouvriers, & cependant ce pain ne revient point dans le four comme font toutes les autres pâtes molles, tout au contraire il s'applatit; il s'éleve ſeulement une croûte deſſus ſi-tôt que la chaleur commence à agir, laquelle ſe ſepare un peu du reſte, & empêche la chaleur de penetrer toute la maſſe: de ſorte que ce pain eſt toûjours gras-cuit, il a un goût douceâtre, fade & mielleux. C'eſt pour cela que quand on trouve parmi du bled qui eſt en vente quelques grains dont la pointe du germe pouſſe, l'on en diminuë extrêmement le prix, car ce grain a toutes les mauvaiſes qualitez du bled nouveau ſans en avoir les bonnes.

M Il eſt de l'intereſt du Boulanger de faire beaucoup d'attention à toutes ces circonſtances; car outre qu'avec du bled bien conditionné il fait de meilleur pain & d'un bon debit, ce même bled lui eſt tres-profitable en ce qu'il lui rend bien plus de farine, comme il eſt aiſé de l'appercevoir par le détail ſuivant. 12 boiſſeaux de froment franc moulu (c'eſt à dire dont la mouture ſe paye en argent) quand il a toutes les qualitez requiſes rendent 17 boiſſeaux de groſſe farine non blutée ou paſſée par le tamis, & lorſqu'elle y eſt paſſée ces 17 boiſſeaux rendent 9 boiſſeaux de fine farine ou fleur, $1\frac{1}{2}$ de bis blanc, $1\frac{1}{2}$ de gruau, 3 de recoupettes dont ſe font l'Amydon &

la Poudre pour les cheveux, & 1 boisseau de grosses recoupes que l'on donne aux Vaches, Pourceaux & Volailles qui sont à l'engrais, & 6 de son; ce qui revient à 22 boisseaux tous aussi pleins que l'étoient les 12. On peut juger delà à quel point la matiere contenuë dans le grain y est resserrée, & combien elle est capable de s'étendre & diviser; ce qui peut servir à expliquer comment le grain germé pousse quelquefois un jet de plus d'un pied, & qui paroît contenir quatre fois plus de matiere qu'il n'y en auroit en 10 grains, sans avoir eu d'autre nourriture que celle de ses premieres feüilles & de l'eau.

N La diminution de volume est si peu sensible au grain, qu'elle ne sert de rien pour faire entendre l'affaissement du tas, quoique mon frere en ait voulu faire usage pour expliquer celui de la couche du Magazin de Metz: mais je ne vois pas qu'il y ait apparence que les grains de cette couche soient devenus ni plus secs ni d'un moindre volume. Cela paroîtra encore mieux quand on sçaura jusqu'à quel point va le refoulement du grain, qui est la veritable cause de l'affaissement du tas. Ce refoulement a ses varietez, dont on peut juger par les differentes manieres dont on mesure le grain, ce qui n'est pas d'une petite consequence tant pour les acheteurs que pour les vendeurs. Car, par exemple, lorsque deux hommes tenant un sac laissent tomber de haut le grain dans le minot, le refoulement augmente le poids de cette mesure d'une livre. Cette maniere de mesurer se pratique à la Greve & sur les Ports: mais dans les Batteaux comme au Quay de l'Echole où la maniere est differente; on y plonge la mesure de haut en bas, & en la retournant on la secouë fortement; quand elle s'acheve d'emplir le balancement fait une augmentation de trois livres par minot, au lieu qu'à la Halle & dans les Marchez ordinaires le bled se coule à la main, & les Marchands & Laboureurs ne veulent pas même que l'on batte la mesure avec le rouleau dont on la rase.

O Cette insecte est du genre des Scarabées, j'espere d'en donner un jour la description. Quoique les Laboureurs regardent ce petit animal comme la peste des grains, il y en a cependant qui l'achetent en quantité pour répandre autour de la grange, & il y a lieu de soupçonner que c'est-là l'effet de quelque tradition superstitieuse.

P Les Chartreux de Paris ont une Machine faite exprés pour cela. C'est une espece de Bluteau qui au lieu de soyes & étamines est composé de lames de fer blanc piquées & percées de dehors en dedans en maniere de rape, dont la partie rude & mordante est interne. En agitant le bled dans cette Machine on emporte les taches noires, ce qui est tres-commode pour avoir un pain bien blanc, quoique fait d'un grain moucheté.

Q Par ce moyen le destructeur universel de toutes choses ne pourra communiquer aux parties insensibles ce mouvement qui cause toutes les alterations qui arrivent non-seulement aux grains, mais encore à tous les autres fruits, & même aux choses les plus solides, comme sont les pierres & les marbres.

R Outre le tas de bled qui a donné occasion à ce discours, il y a encore dans ce Magazin un tas de Ris serré depuis plus d'un siécle, sçavoir en l'année 1600, dont le grain est parfaitement beau & en bon état.

S En disant que ce lieu étoit plus élevé qu'aucun autre & ouvert à tous vents, recevant de la fraîcheur de tous côtez, il assure que la même chose arrive dans la Medie & autres endroits fort élevez, ajoûtant que les pois chiches, les lupins, l'orobe, le millet, &c. s'y conservent encore plus long-tems.

T On croit qu'il y a des terres plus propres les unes que les autres à préserver les corps de la corruption, & telles sont à ce que l'on assure ces Caves de Thoulouse & autres qui conservent si bien les cadavres : mais sans rechercher une nature particuliere dans ces terres, il suffit qu'elles puissent défendre un corps des approches de l'air. C'est ainsi que quelques Chasseurs se servent du grain même pour conserver le gibier pendant quelque tems en le plaçant bien avant dans le tas.

V On m'a même assuré qu'à cette occasion on avoit fait un petit Livret imprimé à S. Quentin que je n'ay pû trouver.

X Comme le fait l'Auteur du détail de la France dans un discours sur les bleds inseré dans l'Edition de 1707 in 12 & imprimé à Paris l'année précedente.

Y Cela arriva ainsi en 1693, & il en fut jetté une quantité prodigieuse dans l'eau à Orleans, & dans la plûpart des Villes qui sont sur le bord de la Loire ; ce que les Marchands ne faisoient que de nuit, à cause du peuple qui ne pardonne pas volontiers de pareilles fautes. La seule quantité qu'on en perdit par ce moyen auroit empêché le desordre que causoit la disette, puisqu'une tres-petite quantité de bled étranger qui arrivoit de tems en tems faisoit diminuer le prix, tantôt d'un tiers, tantôt de la moitié.

Z Quelques Auteurs, comme Tragus, qui ont cru que les Anciens ont appellé le seigle du nom de *Siligo*, trouvant dans Pline & autres Auteurs que le *Triticum* ou froment dégeneroit *in siliginem*, *Hist. Nat. l. 18. c. 10.* & que le *Siligo* semé en de bonnes terres retournoit en froment, ont donné lieu à l'erreur de quelques Laboureurs qui assurent que le froment se change en seigle *& vice versa*, ce qui est tres-faux, car le *panis siligineus* des Anciens & de nos Auteurs, bien loin d'avoir

aucun rapport au seigle, est un pain tres-blanc, fort leger & peu nourrissant, ce qui est bien different.

& L'Amydon en Latin *Amylum, quasi sine mola factum.* On le prépare encore en Allemagne comme les anciens, qui aprés avoir fait crever le grain l'écrasoient. Ils destinoient aussi à cette manufacture l'espece de froment qu'ils appelloient *Olyra*, nommée par plusieurs Auteurs *Zea amylea.* Nos Amydoniers du Fauxbourg S. Marceau sont meilleurs ménagers du grain ; car ils n'emploïent que les recoupettes des Boulangers, desquelles ils tirent par plusieurs lotions la farine que la meule & le bluteau n'en ont pû détacher.

METHODE GENERALE

Pour rectifier toutes les Roulettes à bases droites & circulaires.

PAR M. NICOLE.

1708. 4. Fevrier. SOit la Roulette AMD engendrée par le roulement du cercle NFB sur l'arc de cercle BGV, & dont le point décrivant A soit pris dedans ou hors la circonference du cercle generateur NFB. Si l'on prend les deux points M & m infiniment proche, & que par ces points l'on mene les lignes MO, mO au centre O de la base, & le petit arc Mr décrit de ce centre O, on aura le petit arc $Mm = \sqrt{Mr^2 + rm^2}$ pour la differentielle de l'arc AM de la Roulette. Pour avoir donc l'expression algebrique de Mm, il faut avoir celle de Mr & de rm, c'est à dire, avoir l'équation de cette Roulette qui se trouve ainsi.

Soit supposé le cercle generateur NFB parvenu dans la situation NGB dans laquelle il touche en G le cercle de la base, & où le point décrivant A tombe en M, il est clair que l'arc GB du generateur est égal à l'arc BG de la base, & que si du rayon OM on décrit l'arc MER qui coupe au point E la demie circonference AEH décrite du centre K & du rayon KA, & que l'on mene les lignes OK, OE & KE, les triangles OKM, OKE seront égaux & semblables, puisqu'ils ont tous leurs côtez égaux ;

d'où il ſuit que l'arc LG eſt égal à l'arc IB, & l'arc MT égal à l'arc EH, & par conſequent l'arc $CT =$ l'arc AE, & l'arc $BG = NF$, puiſque les ſecteurs KAE, KNF ſont ſemblables. Si donc l'on mene EP, IQ perpendiculaires à OA, & que l'on nomme OB, b; KA, a; KN, c; AP, x; OM, y; & l'arc MR, z; les triangles ſemblables OEP, OIQ donneront cette proportion, $OE(y)$. $EP(\sqrt{2ax-xx}) :: OI(b)$. $IQ = \frac{b\sqrt{2ax-xx}}{y}$, d'où l'on tire $OQ = \frac{b}{y}\sqrt{yy-2ax+xx}$; & en prenant les differences de IQ & de OQ, on trouvera l'arc indéfiniment petit $Ii = \frac{bxxdy+abydx-bxydx-2abxdy}{y\sqrt{yy-2ax+xx}\times\sqrt{2ax-xx}}$ égal à la differentielle de l'arc LG, l'on a auſſi la differentielle de l'arc $AE = \frac{adx}{\sqrt{2ax-xx}}$, & partant celle de NF ſera $\frac{cdx}{\sqrt{2ax-xx}}$ égale à la differentielle de l'arc BG; on aura donc Ll, qui eſt la difference de $LG+GB = \frac{bxxdy+abydx-bxydx-2abxdy}{y\sqrt{yy-2ax+xx}\sqrt{2ax-xx}} + \frac{cdx}{\sqrt{2ax-xx}}$, & à cauſe des petits ſecteurs ſemblables OLl, OMr, on a cette analogie $OL(b)$. $OM(y) :: Ll \left(\frac{bxxdy+abydx-bxydx-2abxdy}{y\sqrt{yy-2ax+xx}\sqrt{2ax-xx}} + \frac{cdx}{\sqrt{2ax-xx}}\right)$. $Mr = \frac{xxdy+aydx-xydx-2axdy}{\sqrt{yy-2ax+xx}\times\sqrt{2ax-xx}} + \frac{cydx}{b\sqrt{2ax-xx}} = dz$; mais parceque $OE(y) = \sqrt{EP^2+OP^2} = \sqrt{\overline{a+b+c-x}^2+2ax-xx}$, on aura $y = \sqrt{aa+2ab+bb+2ac+2bc+cc-2bx-2cx}$, & $dy = \frac{-bdx-cdx}{\sqrt{\overline{a+b+c}^2-2bx-2cx}}$, leſquelles valeurs de y & dy étant ſubſtituées dans celle de dz, on aura $dz = \frac{b+c}{b} \times dx \times \frac{aa+ab+bc+2ac+cc-2cx+bx}{\sqrt{2ax-xx}\times\sqrt{\overline{a+b+c}^2-2bx-2cx}}$ pour l'équation de cette Roulette.

Maintenant pour avoir la valeur du petit arc Mm de la Courbe, qui eſt $\sqrt{dz^2+dy^2}$, on mettra pour dz^2 & dy^2 les quarrés des valeurs que l'on vient trouver, & l'on aura

$$Mm = \frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{\overline{aa+2b+bc+2ac+cc-2cx-bx}^2 + 2abbx - bbxx}}{\sqrt{2ax-xx} \times \sqrt{\overline{a+b+c}^2 - 2cx - 2bx}}$$

qui se réduit (en divisant le numerateur & le dénominateur par $\sqrt{\overline{a+b+c}^2 - 2bx - 2cx}$) à la quantité $\frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Pour trouver l'integrale de cette differentielle, soit fait cette construction.

Du point B soit élevé la perpendiculaire BX à l'axe OA & égale à $AH+BN$, & sur BA soit pris $BY=2AN$; si sur BX & BY comme axes on décrit l'Ellipse YSX, & que l'on prene BY égale à $2\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax-\frac{ccx}{2a}+cx}$ qui détermine l'ordonnée VS de l'Ellipse. La ligne OB sera à OK comme l'arc YS de l'Ellipse à l'arc AM de la Roulette.

Car $BX=2a+2c$, $BY=2a-2c$, partant $YV=2a-2c-2\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax-\frac{ccx}{2a}+cx}$, & par la proprieté de l'Ellipse on a cette proportion, BY^2 $(\overline{2a-2c}^2)$. BX^2 $(\overline{2a+2c}^2)$ :: $YV \times \overline{BY+BV}$ $(4aa-8ac+qcc-4aa+8ac-qcc-4cx+2ax+\frac{2ccx}{a})$. $SV^2 = \frac{\overline{2a+2c}^2}{\overline{2a-2c}^2} \times \overline{2ax-4cx+\frac{2ccx}{a}}$ dont la racine quarrée est $SV = \frac{a+c}{\sqrt{a-c}} \times \sqrt{2x-\frac{2cx}{a}} = \frac{\overline{a+c}\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$, & la difference est $St = \frac{adx+cdx}{\sqrt{2ax}}$. L'on a aussi la difference de YV qui est $Vu = st =$

$$\frac{\frac{1}{2}adx - cdx + \frac{ccdx}{2a}}{\sqrt{aa-2ac+cc-\frac{1}{2}ax+cx-\frac{ccx}{2a}}} = dx \times \frac{\overline{a-c}^{\frac{3}{2}}}{2a\sqrt{a-c-\frac{1}{2}x+\frac{cx}{2a}}}$$

$= \frac{adx-cdx}{\sqrt{4aa-2ax}}$, partant le petit arc Ss qui est $\sqrt{St^2+st^2}$ sera

$$dx\sqrt{\frac{\overline{a+c}^2}{2ax} + \frac{\overline{a-c}^2}{4aa-2ax}} = dx \times \frac{\sqrt{\overline{a+c}^2 \times \overline{4aa-2ax} + \overline{a-c}^2 \times 2ax}}{2a\sqrt{2ax-xx}} =$$

$dx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}$. Il est donc évident que $OB(b)$. OK

$(b+c)$

$(b+c)$: : l'arc YS de de l'Ellipſe $\left(S dx \times \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-xx}}\right)$, l'arc AM de la Roulette qui eſt $S \frac{b+c}{b} \times dx \frac{\sqrt{aa+2ac+cc-2cx}}{\sqrt{2ax-vx}}$. : : le quart de l'Ellipſe YSX à la Roulette entiere AMD. (S ſignifie ſomme ou integrale.)

Si l'on ſuppoſe le point décrivant au dedans du cercle generateur, l'axe BY de l'Ellipſe ſera alors $2c-2a$, & le reſte de la conſtruction ſera le même que dans le premier cas.

COROLLAIRE I.

Si l'on ſuppoſe $a=c$, il eſt clair que l'Ellipſe YSX deviendra la droite $BX=4a$, & l'arc YS deviendra la droite $VS=BZ$; d'où il ſuit que la Roulette AMD ſera alors à la droite BX : : OK. OB : : l'arc AM. à la droite VS ou BZ.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe b infinie, c'eſt à dire la Roulette AMD, une Roulette allongée, ou accourcie, à baſe droite, l'arc AM de chacune de ces Roulettes ſera égal à l'arc YS de l'Ellipſe, & toute la Roulette égale au quart d'Ellipſe YSX. Si dans ce dernier cas on ſuppoſe $a=c$, cette Roulette ſera la cycloïde ordinaire qui ſera égale à $4a$.

REFLEXIONS

SUR LA COMETE

Qui a paru vers la fin de l'année 1707.

PAR M. CASSINI.

LA Comete qui a été obſervée aux mois de Novembre & de Decembre de l'année 1707, a paru dans le Ciel dans le même temps que l'on voyoit deux taches dans 1708. 11. Fevrier.

le Soleil, dont l'une étoit entrée depuis peu dans son disque apparent, & l'autre étoit prête d'en sortir.

Plusieurs Philosophes modernes supposent que les Cometes & les taches du Soleil sont de la même matiere, & qu'elles ont la même origine, ce qui nous a donné occasion de les comparer les unes avec les autres.

Dans le Traité de la premiere Comete que nous observâmes l'an 1652, nous nous accommodâmes à l'hypothese qui étoit alors la plus commune, que les Cometes sont de nouvelles productions. Car nous supposâmes que non-seulement le globe de la Terre est environné d'une grande atmosphere qui s'étend beaucoup plus loin que celle qui cause les refractions les plus sensibles du Soleil & de la Lune, mais que tous les astres ont aussi de grandes atmospheres qui se rencontrant les unes avec les autres peuvent fournir des matieres propres à former les Cometes.

Mais aprés la publication de ce Traité faite au temps même que l'on voyoit encore cette Comete, ayant comparé ensemble non-seulement nos Observations, mais aussi celles qui nous avoient été communiquées par d'autres Astronomes, il nous réüssit de trouver une hypothese d'un mouvement aussi regulier que celui des Planetes ordinaires réduit à l'égalité par les équations communes, ce qui me fit juger qu'il y avoit beaucoup de vraisemblance dans l'hypothese ancienne d'Apollonius Mindien rapportée par Seneque, qui reconnoissoit les Cometes pour des astres qui parcourant des cercles tres-vastes venoient à paroître dans leur plus grande proximité à la Terre, & s'en éloignoient ensuite à une si grande distance qu'elles devenoient invisibles.

La trace du mouvement de la Comete de 1652 coupoit l'Ecliptique au 28° du Taureau avec une inclinaison de plus de 74 degrez, & elle étoit dans la partie du Ciel opposée au Soleil qui étoit en Capricorne; de sorte que l'on ne pouvoit pas representer son mouvement égal ni regulier par une ligne droite qui vînt de cet astre. Au con-

traire je trouvay une grande facilité à le representer égal ſur une ligne droite ou ſur une courbe circulaire peu differente d'une ligne droite, dont le Perigée étoit repreſenté plus éloigné du Soleil que Saturne n'en eſt éloigné lorſqu'il eſt dans ſon Aphelie. Ayant donc reçû de M. Bouillaud pluſieurs obſervations de cette Comete faites en France, j'eus le plaiſir de les repreſenter toutes aſſez exactement par une methode ſemblable à celle qu'il emploïe lui-même dans ſon Aſtronomie Phylolaïque pour repreſenter les mouvemens des Planetes ſuperieures.

Il y avoit bien plus de difficulté à pratiquer cette methode dans une Comete dont on n'avoit point d'obſervations anciennes à comparer avec les modernes, comme l'on fait ordinairement dans l'établiſſement des Theories des Planetes.

Je pratiquay une methode plus facile pour repreſenter le mouvement de la ſeconde Comete que j'obſervay l'an 1664, que j'expoſay au long dans un Livre dedié à la Reine de Suede qui avoit été preſente à pluſieurs obſervations que j'en fis à Rome.

Cette ſeconde Theorie ſuppoſe d'abord trois obſervations de la Comete en differens jours, qui ſervent à déterminer avec une juſteſſe mediocre la direction de ſon mouvement & ſa viteſſe apparente pendant quelque temps, aprés lequel on rectifie la Theorie en donnant au Perigée un mouvement capable de repreſenter ſa courſe pendant le reſte du temps qu'elle continuë d'être viſible.

Nous avons vû depuis pluſieurs Cometes qui ont ſuivi la même route que celles qui avoient été obſervées auparavant, ayant les mêmes degrés de viteſſe dans les endroits également éloignez de leur Perigée. Celle de l'an 1680 ſuivit la trace de celle qui avoit été obſervée l'an 1577 par Tychobrahé, dont les Ephemerides que cet Aſtronome avoit dreſſées ſur ſes obſervations nous ſervirent à prévoir jour par jour la route de la nôtre. Celle de l'an 1698 ſuivit la trace que nous avions décrite pour

celle de l'année 1652. La Comete qui fut observée à Rome en 1702 par M. Maraldi & par d'autres Astronomes, passa par les mêmes constellations & avec les mêmes dégrés de vitesse que celle que nous avions observée 34 ans auparavant à Bologne, & elle suivoit la même trace par les étoiles fixes que celle qui parut la 4e année de la 101e Olympiade.

Nous n'avons pas encore un assez grand nombre d'observations de ces retours pour pouvoir les prédire à l'avenir ; nous avons déja remarqué dans un autre Memoire que la même Comete pourroit bien retourner quelquefois sans être apperçûë.

Ce qui les fait ordinairement appercevoir est leur chevelure & leur queuë qui les distingue des autres étoiles. La lumiere de la Lune, lorsqu'elle se trouve sur l'horizon avec les Cometes, est capable de les rendre invisibles, comme nous l'avons observé quelquefois. Quand la Comete passe sans cette parure, il est plus difficile de l'appercevoir. Elle peut aussi la perdre, car il y a apparence qu'elle est accidentelle à la Comete. Plusieurs Modernes la considerent comme un embrasement qui lui arrive en certains temps, qui peut s'éteindre & se rallumer de nouveau, comme il arrive au Vesuve & aux autres Volcans qui sont sur la Terre.

Ils expliquent de la même maniere les vicissitudes de quelques étoiles fixes qui paroissent pendant quelque temps, aprés lequel elles cessent de paroître. Le P. Riccioli & M. Bouillaud supposent que ces étoiles sont lumineuses dans une de leurs parties, qui tantôt se tourne vers la Terre, tantôt s'en détourne par une révolution autour de l'axe de l'étoile analogue à celle que les Coperniciens attribuënt au globe de la Terre. L'une & l'autre de ces deux causes pourroit concourir à rendre la Comete & ces autres étoiles visibles en certains temps & invisibles en certains autres. L'apparence causée par la révolution autour de l'axe pourroit être reguliere, & celle qui seroit produite par un embrasement seroit plus irréguliere.

Nous avons obſervé tant d'irrégularitez dans le retour de l'étoile de la Baleine, qu'on peut les attribuer avec plus de vrai-ſemblance à des cauſes differentes qu'à une ſeule.

Il y a des Auteurs modernes qui ſuppoſent que les Cometes ſont produites par les taches du Soleil, qui flotant ſur ſa ſurface en forme de croûtes minces peuvent s'en détacher, & par quelque accident devenir ſemblable à des bâlons enflammés & former les Cometes.

Si cela étoit, elles recevroient par la révolution du Soleil autour de ſon axe une impreſſion qui tendroit à les faire mouvoir à peu prés ſuivant la direction de l'Equinoxial des Taches, qui comme on l'a expliqué en divers endroits, a une obliquité à l'égard de l'Ecliptique de 7 à 8 degrés ; je dis à peu prés, car il peut y avoir quelques raiſons Phyſiques qui l'en écartent un peu de côté & d'autre. L'on a cependant obſervé diverſes Cometes qui déclinent conſiderablement de cette ligne, dont les unes vont du Septentrion au Midy, & d'autres du Midy au Septentrion, comme il eſt arrivé à celle que nous avons obſervée à la fin de l'année derniere.

Cette Comete traverſa l'Ecliptique vers le 6e degré d'Aquarius, lorſque le Soleil étoit au 5e degré du Sagittaire. La trace de ſon mouvement apparent décrite ſur le Globe celeſte à l'égard des étoiles fixes, étant continuée vers le Septentrion, paſſe fort proche du Pole de l'Ecliptique, & du Pole de la révolution des taches du Soleil tranſporté dans le Ciel par la prolongation de ſon axe ; de ſorte que bien loin d'avoir ſuivi à peu prés la direction de l'Equinoxial des taches, elle a décrit par ſon mouvement une portion de cercle perpendiculaire à cet Equinoxial.

Autant qu'on l'a pû obſerver par de courts intervalles de beau-temps, elle a eu un mouvement dont la viteſſe apparente a toûjours été en diminuant d'un jour à l'autre.

M. Maraldi a fait le rapport à l'Academie des obſervations qu'il en a fait avec mon Fils tous les jours que le Ciel a permis de l'obſerver, & il a fait voir la conformité

de ces observations avec la Theorie trouvée par la methode exposée dans nôtre Traité de l'an 1664. Il avoit déja déterminé en d'autres occasions la situation de plusieurs petites étoiles fixes qui ne sont point marquées dans les Catalogues ni dans les Cartes, & sont fort proches des endroits par où a passé la Comete; ce qui a servi à déterminer sa situation avec beaucoup d'exactitude.

Il n'y a guere de Memoires d'autres Cometes dont la trace par les étoiles fixes ait été si perpendiculaire à l'Ecliptique & à l'Equinoxial des taches. Il y en a eu quelques autres qui en ont approché, dont une a été observée par Regiomontanus. Nous avons la description du chemin qu'elle a parcouru rapportée par Zieglerus dans ses Commentaires sur la Genese, & par divers autres Auteurs qui le citent.

L'Ecrit de Zieglerus la rapporte à l'année 1475. Quelques autres Auteurs la rapportent à l'année 1472, & ils conjecturent que le nombre de l'année étant écrit en Caracteres Romains, on a pû former un V d'un II.

On l'apperçût le 13 Janvier sous le signe de la Balance avec les étoiles de la Vierge. Elle avoit d'abord un mouvement lent, jusqu'à ce qu'elle arriva proche de l'Epy de la Vierge, qui étoit alors vers le 16e degré & demi de la Balance. Elle passa par la jambe gauche de Bootes, d'où s'éloignant elle faisoit en un jour 40 degrés d'un grand cercle. Sa plus grande distance à l'Ecliptique fut de 77 degrés, & elle se rapportoit alors au milieu de l'Ecrevisse. Elle passa entre les Poles du Zodiaque & de l'Equinoxial, dirigeant sa course vers le milieu des deux pieds de Cephée, par la poitrine de Cassiopée & le ventre d'Andromede. Ayant passé ensuite le long du Poisson septentrional où son mouvement se rallentissoit beaucoup, elle traversa le Zodiaque vers le milieu d'Aries, jusqu'à ce qu'étant arrivée aux étoiles de la Baleine, elle se cacha avec elles dans les rayons du Soleil. L'Auteur ajoûte que cette Comete par son mouvement propre décrivit une portion d'un grand cercle, allant vers Septentrion & contre la

ſuite des ſignes de Libra en Aries; qu'au commencement & à la fin ſon mouvement étoit lent, qu'au milieu de ſon apparition il étoit tres-vîte, faiſant en un jour prés de quatre ſignes depuis la fin de la Vierge juſqu'au commencement des Gemeaux, & que ſi elle avoit continué de même elle auroit fait le tour du Ciel, & ſeroit retournée en Libra. Il croyoit qu'elle pouvoit le faire, parcequ'elle étoit encore aſſez grande quand elle ſe cacha dans les rayons du Soleil. Il paroît par cette deſcription que cette Comete pendant le temps de ſon apparition parcourut plus de la moitié d'un grand cercle, ce qui eſt bien rare. C'eſt-pourquoy Kepler a de la peine à le croire, & il interprete à ſa maniere ce qui eſt dit de ſa proximité à l'Epy de la Vierge dont la latitude eſt meridionale.

Aprés la Comete de l'année 1472 qui paſſa obliquement entre les deux Poles ſeptentrionaux de l'Ecliptique & de l'Equinoxial, il y en eut une autre obſervée l'an 1556 par Homelius & rapportée par Riccioli & par Hevelius, qu'on dit avoir paſſé tres-proche de ces deux Poles. Le 5 Mars de l'an 1556 elle ſe trouva proche de l'étoile qui eſt dans l'aîle gauche de la Vierge au-deſſus de l'Epy, le 8 elle fut ſur les genoux de Bootes, le 9 elle fut tres-proche d'Arcturus, d'où elle alla par la circonference d'un grand cercle proche du Pole boreal de l'Ecliptique, qu'elle laiſſa à droite, faiſant alors plus de 15 degrés par jour. Elle monta avec une grande viteſſe vers le Pole ſeptentrional du monde, d'où elle pourſuivit ſa route vers Saturne qui étoit alors en Aries, paſſant par Andromede & par les Poiſſons où elle diſparut.

Camerarius dit que cette Comete ne s'éloigna pas beaucoup d'un grand cercle, qu'elle en parcourut la moitié coupant l'Ecliptique preſque à l'onziéme degré de Libra & à l'onziéme degré d'Aries.

Comme le cercle qui paſſe par les deux Poles de l'Ecliptique & de l'Equinoxial paſſe auſſi par le commencement du Cancer & du Capricorne, & que la Comete coupa l'Ecliptique proche du commencement d'Aries, il

paroît que le cercle de cette Comete coupa presque directement l'arc qui est entre les deux Poles, & qu'elle passoit éloignée de l'un & de l'autre Pole d'environ douze degrés, supposant qu'elle soit passée aussi éloignée d'un Pole que de l'autre.

En comparant ensemble ces deux descriptions, on voit que la route de la Comete de l'an 1556 n'étoit pas éloignée de la route de la premiere qui avoit été observée l'an 1472; mais la route de la Comete que nous avons observée dernierement étoit dirigée vers le Pole de l'Ecliptique par une route assez differente qui coupoit ce cercle proche du commencement d'Aquarius.

Outre ces deux Cometes qui ont paru dans l'hemisphere septentrional du Ciel allant vers les deux Poles septentrionaux, & revenant de ces deux Poles vers l'Ecliptique, il y en a une que nous avons observée l'an 1699 depuis le 19 Fevrier jusqu'au 6 de Mars, & que le P. Fontenay Jesuite commença d'observer à la Chine deux jours auparavant. Elle n'étoit pas éloignée du Pole septentrional de l'Equinoxial lorsqu'on commença de la voir, son mouvement étant dirigé du Septentrion vers le Midy sur la circonference d'un grand cercle, qui continué dans le Ciel, passe à 14 degrés de distance du Pole de l'Ecliptique, & fort proche du Pole septentrional du globe du Soleil. L'inclinaison de cette Comete à l'égard de l'Ecliptique & à l'égard de l'Equinoxial des taches, est à peu prés la même que celle de l'année 1472, mais sa route est differente; la Comete de 1699 ayant coupé l'Ecliptique vers le 21 degré des Gemeaux, au lieu que celle de 1472 la coupa vers le milieu d'Aries & de Libra.

Il y a aussi une autre Comete dont le mouvement étoit dirigé du Septentrion vers le Midy, qui fut observée l'an 1689 à Pondicheri & à Malaca par les Peres Jesuites depuis le 10 de Decembre jusqu'au 23 du même mois. On commença de la voir dans l'hemisphere meridional du Ciel proche des étoiles qui sont sur la tête du Loup; & aprés avoir parcouru cette constellation, elle s'approcha du

du pied du Centaure, parcourant un cercle qui coupoit l'Ecliptique au 28[e] degré du Scorpion, & qui étant presque dirigé au Pole meridional de l'Ecliptique, n'en declinoit que de 3 degrés environ.

Cette grande diversité que l'on observe dans la route de differentes Cometes, dont la direction est souvent fort differente de celle du mouvement des taches du Soleil, donne lieu de juger que le principe du mouvement de ces Cometes est different de celui du mouvement des Planetes & des taches du Soleil. Et quoique nous ayons autrefois remarqué qu'il y a dans le Ciel des endroits plus frequentez par les Cometes que les autres, la continuation des observations a fait connoître qu'il y a d'autres Cometes qui vont par des routes fort differentes, & qu'il y en a aussi qui vont vers le même terme, & en reviennent tantôt par la même route, tantôt par d'autres, sans s'éloigner beaucoup de la portion d'un grand cercle.

Tout ce que nous pouvons faire est de ranger en certaines classes celles qui tiennent les mêmes routes avec les mêmes degrés de vitesse, & d'observer si les mêmes apparences ne reviennent point avec de pareilles circonstances pour pouvoir juger par leur conformité s'il y en a quelques unes qui à leur retour puissent être censées les mêmes.

Ceux qui supposent que les Cometes se forment des exhalaisons de la Terre, auront aussi beaucoup de difficulté à expliquer la cause qui les fait tant décliner de l'Equinoxial, à moins qu'ils ne s'imaginent que ces Cometes suivent le cours de cette matiere invisible que l'on suppose aller d'un Pole de la Terre à l'autre, & qui range les éguilles aimantées vers les Poles de la Terre. Si cela étoit la vertu magnetique du globe de la Terre s'étendroit bien loin, puisque le peu de parallaxe que l'on trouve pour l'ordinaire dans les Cometes les place à une si grande distance de la Terre.

Le Ciel qui n'a été serein que pendant quelques intervalles, ne nous a pas permis d'emploïer la methode que

nous pratiquons ordinairement pour déterminer la distance d'un objet celeste à la Terre. Cette methode qui est exposée dans le Traité de la Comete de l'an 1680 demande des observations de plusieurs jours de suite faites aux mêmes heures pour pouvoir déterminer la vitesse apparente du mouvement journalier de la Comete, de sorte que l'on puisse à chaque instant sçavoir son ascension droite à l'égard de quelques étoiles fixes. Elle demande aussi des observations faites à d'autres heures du jour fort éloignées les unes des autres pour pouvoir déterminer à ces heures l'ascension droite apparente de la Comete à l'égard des mêmes étoiles fixes. Alors comparant cette ascension droite avec celle que l'on a trouvée par le calcul tiré des observations des jours précedens, si le calcul s'accorde précisément avec les observations, on en peut conclure que la Comete n'a point de parallaxe sensible; si l'ascension droite trouvée par les observations est differente de celle qui a été déterminée par le calcul, cette difference est l'argument de la parallaxe.

Dans les essais que nous avons fait de cette methode à l'occasion des autres Cometes, nous n'avons jamais trouvé cet argument de la parallaxe de plus de deux ou trois secondes d'heure, qui font peu de chose pour l'évidence de cette recherche; ce qui nous a persuadé qu'à moins d'avoir plusieurs jours de suite de beau-temps pour des observations si délicates, il est inutile de les entreprendre.

Pendant tout le temps que cette Comete a paru, nous avons été souvent plusieurs jours sans pouvoir l'observer; & lorsque le Ciel s'est découvert, nous n'avons eu que le temps qui étoit necessaire pour déterminer avec justesse son ascension droite à l'égard des étoiles fixes vers la même heure du jour, & presque jamais à des heures assez éloignées l'une de l'autre. C'est-pourquoy il faut nous contenter de sçavoir le rapport de ses diverses distances à la Terre entr'elles en diverses observations, qui est à peu prés comme celui des secantes des arcs de sa distance

au Perigée déterminée par la Theorie. Si cette Comete vûë par la Lunete avoit été bien terminée, on auroit examiné par la quantité de ſon diſque qui auroit été éclairée, ſi on pouvoit tirer quelque conſequence de ſon expoſition à la Terre & au Soleil, & juger de la proportion de ſa diſtance au Soleil & à la Terre, comme on en juge à peu prés par les Phaſes de la Lune comparées à ſa diſtance apparente du Soleil. L'irrégularité de ſa circonference apparente n'a pas permis d'entreprendre cette recherche : l'on peut ſeulement conjecturer par ſon mouvement apparent, qui étoit plus lent dans ſon Perigée que celui de la Lune dans ſon Apogée, que ſa diſtance à la Terre étoit plus grande que celle de la Lune, ſuppoſé que cette Comete ſoit dans le ſyſtême Lunaire.

Dans le ſyſtême de Copernic & de Tycho où la Lune eſt ſituée entre le cercle de Venus & de Mars, il y a une aſſez grande étenduë pour y pouvoir placer des Cometes, quand même dans leur Perigée elles n'auroient point de parallaxe ſenſible.

On peut voir dans le Livre des Voyages de l'Academie, & dans nos Elemens d'Aſtronomie qui y ſont inſerés, les efforts que nous avons faits pour déterminer la diſtance de Mars lorſqu'il étoit dans ſa plus grande proximité à l'égard de la Terre, ce qui n'arrive que de 33 en 33 ans, & la peine que nous eûmes à la déterminer.

Quoique dans les eſſais que nous avons faits de cette methode en diverſes Cometes nous ayons trouvé leur parallaxe tres-petite, il y a eu neanmoins en d'autres temps des Cometes dont la parallaxe étoit fort grande. Celle qui fut obſervée l'an 1472 par Regiomontanus, dont nous avons parlé cy-deſſus, avoit, à ce que dit Zieglerus, une parallaxe de 6 degrés, & s'approcha par conſequent de la Terre d'environ la 6[e] partie de la diſtance de la Lune à la Terre.

Elle ne paroiſſoit pas s'être formée des exhalaiſons de la Terre, comme les Philoſophes de ce temps-là le ſuppoſoient ; car depuis le commencement de ſon apparition

elle augmentoit de grandeur apparente & de mouvement d'un jour à l'autre, & aprés un mouvement tres-rapide vers le milieu de ſon apparition, elle diminua de viteſſe & de grandeur apparente, continuant ſa route vers le Ciel aprés avoir traverſé l'orbe de la Lune. Il y a eu diverſes autres Cometes qui en s'approchant de la Terre ont augmenté de grandeur & de viteſſe apparente.

Par les obſervations que Meſtlin fit de la Comete de l'an 1580, il paroît que ſon mouvement apparent augmenta pendant 10 à 12 jours, & il diminua enſuite.

Suivant les obſervations & le témoignage de Kepler le mouvement de la derniere Comete de l'an 1618 augmenta l'eſpace de 12 jours, & diminua aprés.

Nous vîmes auſſi à Rome la Comete de l'an 1664 augmenter de grandeur apparente & de viteſſe depuis le 18 juſqu'au 29 du mois de Decembre, où ſon mouvement journalier fut à peu prés égal à celui de la Lune, & il diminua enſuite tant en grandeur qu'en viteſſe apparente, comme il paroît par les Ephemerides que nous en publiâmes la même année.

La premiere Comete de l'an 1680 augmenta auſſi de viteſſe & de grandeur apparente pendant les quinze premiers jours de ſon apparition, & diminua enſuite juſqu'à ce qu'elle ſe cacha le matin dans les rayons du Soleil.

La ſeconde Comete de la même année 1680 en ſortant le ſoir des rayons du Soleil commença de paroître le 20 Decembre, & augmenta en grandeur & en viteſſe juſqu'au 3e Janvier pendant l'eſpace de 14 jours, & diminua enſuite.

La Comete de l'an 1683 obſervée par Hevelius & par M. Kirchius augmenta continuellement de viteſſe & de grandeur apparente pendant 43 jours, juſqu'à ce qu'elle fut cachée par la grande clarté de la Lune & par les vapeurs de l'horizon.

Nous avons donc un aſſez grand nombre de Cometes qui ont augmenté pendant long-temps depuis la premiere apparition, & ont diminué dans la ſuite. S'il y en a d'au-

tres qui ont diminué de grandeur & de viteſſe aprés leur premiere apparition, il y a apparence qu'elles auroient été viſibles auparavant ſi la conſtitution de l'air l'eût permis, ou ſi on eût été attentif à les chercher à l'endroit où elles ſe trouvoient.

Il y a eu auſſi quantité de Cometes qui ont été obſervées en quelque endroit de la Terre long-temps avant qu'elles aïent été obſervées dans les autres. Telle fut la premiere de l'an 1680, qui fut obſervée en Allemagne treize jours auparavant qu'elle fut obſervée en Italie, & ne fut point obſervée en France. Celle de l'an 1683 fut obſervée en Allemagne, ſans qu'on ſçache qu'elle ait été obſervée autre part. Nous ne ſçavons point que celle de l'année 1706 ait été obſervée en d'autres endroits qu'à Paris, & celle de l'année derniere a été obſervée à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari trois jours avant qu'on l'ait pû obſerver à Paris, & elle n'a pû être apperçûë en diverſes Villes de France, quoiqu'auſſi-tôt aprés l'avoir découverte nous en euſſions donné part à nos Correſpondans, en leur marquant la route qu'elle devoit décrire dans le Ciel.

Ces conſiderations & d'autres que nous avons rapportées en divers Traités, & dans les Memoires de l'Academie des années 1699 & 1702, nous portent à ſuppoſer que ces Cometes, dont le mouvement inégal en apparence ſe peut réduire à l'égalité, de même que celui des Planetes ordinaires, telles que ſont toutes celles que nous avons obſervées, ſont plutôt une eſpece particuliere de Planete, comme pluſieurs Anciens le ſuppoſoient, que de nouvelles productions formées par les exhalaiſons de la Terre, du Soleil, & des autres Aſtres.



OBSERVATIONS

Sur les Analyses du Corail & de quelques autres Plantes pierreuses, faites par M. le Comte Marsigli.

PAR M. GEOFFROY.

1708. 29. Fevrier. MOnsieur le Comte Marsigli aprés avoir long-tems douté que le Corail fût une veritable Plante, en fut enfin convaincu par l'experience suivante.

Il avoit mis tremper dans de l'eau de la mer quelques branches de Corail nouvellement pêchées. Il s'apperçût au bout de quelque tems que de petits tubercules rouges qui étoient à la surface de son écorce s'épanoüissoient peu à peu, & enfin se dévelopoient en fleurs blanches qui avoient la forme d'une étoile à huit pointes, soûtenuës par un petit calice divisé de même en huit parties. Lorsqu'il retiroit ces branches de l'eau, les fleurs se refermoient aussi-tôt, & ne formoient plus que des tubercules rouges; en exprimant ces tubercules il en sortoit un suc laiteux. Lorsqu'il remettoit dans l'eau de la mer ces branches de Corail, ces tubercules s'épanoüissoient de nouveau en fleurs. Ce qui continua de la sorte pendant huit ou dix jours que les boutons cesserent enfin de s'épanoüir.

Aprés cette experience il ne douta plus que le Corail ne fût une Plante. Il ne desespera pas même de pouvoir l'analyser à la maniere des autres Plantes, & d'en separer les principes. Il tenta cette analyse, & il la tenta non-seulement sur le Corail, mais encore sur plusieurs autres matieres qui lui avoient paru jusqu'alors de simples concretions pierreuses, & le succés répondit à son attente.

Il a envoyé à l'Academie Royale des Sciences des échantillons des differentes Plantes marines pierreuses

qu'il a analysées, & les substances qu'il en a tiré par la distillation, afin qu'on pût examiner s'il y a quelque difference entre ces principes & ceux des vegetaux.

Ces matieres sont l'écorce de Corail rouge. Le Corail dépoüillé de son écorce, & pêché depuis trois jours seulement. Le Corail sans écorce pêché depuis un an. Une substance qu'il nomme Calice, qui est une espece de Madrepore naissante. Une autre qu'il nomme faux Corail. Le Reticolata ou espece de rezeau marin pierreux, nommé *Eschara marina*. Ce qu'il appelle Tartarisation, qui est une Plante pierreuse ou espece de Corail raboteux & brun. L'Os marin & une autre sorte de vegetation à laquelle il donne le nom de grande Congelation de Barbarie, qui ne paroissent être qu'une même Plante marine, avec cette difference que celle-cy est une jeune branche & d'une tissure moins compacte, & que l'autre est le tronc de la Plante, & d'une tissure plus dense & plus solide. Ces trois vegetations sont des especes de Madrepore. Le Corail blanc ou *Corallium verrucosum*, selon lui, Corail porreau. L'Incrustation qu'il nomme Lambert, & qui nous paroît un *Lichen* ou mousse pierreuse de couleur de chair. Et la Coagulation marine qu'il nomme Magiotan, & qui ne paroît être que le même *Lichen* qui enveloppe & lie ensemble de la terre, du sable & des coquillages.

Il a analysé trois onces de chacune de ces matieres, ce qui est à la verité une fort petite quantité ; mais elle n'a pas laissé de fournir une portion suffisante de principes pour en reconnoître la nature.

Toutes ces Plantes pierreuses ont donné du phlegme, de l'esprit volatil urineux, dans lequel domine presque toûjours une odeur de marine, de l'huile rouge ou noire épaisse & puante. Ce qui est resté dans la Cornuë, ayant été lessivé, a donné un peu de sel fixe lixiviel. Toutes ces Plantes ont fourni plus ou moins de ces principes ; mais celles qui ont été long-tems gardées aprés avoir été tirées de la mer, n'ont donné que tres-peu de liqueur en

comparaiſon de celles qui ont été diſtillées peu de tems aprés avoir été pêchées.

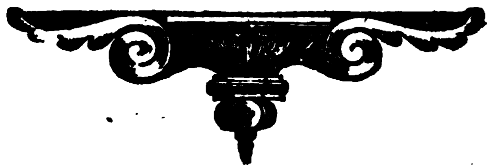
J'ay voulu comparer l'analyſe du Corail, tel que nous l'avons icy, avec celle que M. le Comte Marſigli avoit faite. J'ay pris pour cela une livre de Corail rouge, tel que les Droguiſtes le vendent, c'eſt à dire tiré de la mer depuis tres long-tems, & dépoüillé de ſon écorce. Je l'ay diſtillé par la Cornuë, il a rendu premierement deux gros & dix grains d'eſprit volatil urineux rouſſeâtre, & environ deux ou trois grains d'huile fetide. J'ay fait calciner la matiere reſtée dans la Cornuë, & j'en ay retiré par la leſſive un gros & cinquante grains de ſel fixe d'un goût ſalin. La tête-morte qui reſtoit étoit une eſpece de chaux. L'eſprit qui ne me paroît point different de celui que l'on tire de la corne de Cerf, m'a paru tout ſemblable à celui que M. le Comte Marſigli avoit tiré du Corail pêché depuis long-tems. Ils verdiſſent tous deux le ſirop violat, & font un coagulum blanc avec la ſolution du ſublimé corroſif. Pour le ſel fixe tiré de la tête-morte, j'y ay trouvé quelque difference. Car celui que j'ay tiré fait un coagulum blanc avec la ſolution de ſublimé corroſif, ce que ne fait point le ſel qu'il en a tiré. Je ne découvre point la raiſon de cette difference. Aucuns des ſels fixes qu'il a envoyés ne fait point non-plus de coagulum avec la même ſolution. Ils verdiſſent tous le ſirop violat, ainſi que fait le ſel fixe que j'ay tiré du Corail. Je ſoupçonnerois que cette difference pourroit venir de ce que le ſel fixe qu'a retiré M. le Comte Marſigli eſt reſté mêlé d'une ſi grande quantité de terre étrangere, qu'elle l'emporte de beaucoup ſur la partie ſaline, & en amortit l'effet.

Il réſulte de toutes ces analyſes que le Corail & toutes les autres vegetations marines rapportées par M. le Comte Marſigli ſont de veritables Plantes qui approchent quant à leur conſiſtence de la nature de la pierre, comme nous avons déja vû les Lythophytons approcher de la nature de la corne des animaux. On en peut même conclure

clure pour l'usage Medicinal, qu'on ne doit pas regarder le Corail comme un simple absorbant, mais comme une matiere qui a un sel volatil & une huile joints à sa terre qui peuvent avoir d'autres proprietés, & qu'il n'est pas indifferent d'employer un Corail pêché nouvellement ou depuis long-tems.

M. le Comte Marsigli a voulu joindre à ces analyses celle de la Roche qui forme le bassin ou le fonds de la mer, mais il n'en a pû retirer aucun principe; ce qui fait voir que les principes de la vegetation des uns, sont bien differens des principes de concretion qui forment les pierres.

Il reste une chose à desirer, c'est un examen plus exact du suc laiteux qui fait la séve du Corail. Le P. Boccone dit qu'il est âcre & picquant. Seroit-il caustic comme le suc blanc des Tithymaux & des autres Plantes laiteuses? Cauteriseroit-il la peau comme ces sucs? Pourroit-on avoir une assez grande quantité de cette liqueur fraîche pour la distiller seule, pour examiner les principes qu'elle rend, & en quelle quantité elle les rend? N'en pourroit-on pas mêler avec des acides, des alcalis, & differentes autres liqueurs pour voir les effets qu'elle produiroit? Ces experiences nous instruiroient encore plus à fonds de l'histoire du Corail, & de ses principales proprietés.



OBSERVATION
DE L'ECLIPSE DE VENUS
PAR LA LUNE
Du 23 Fevrier 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1708. 24. Fevrier. LE 23 Fevrier 1708 à 6^h 24' du soir la Lune ayant paru entre des nuages qui couvroient la partie du Ciel qui est prés de l'horizon Occidental, nous apperçûmes Venus qui étoit proche de la partie de la Lune qui n'est point éclairée par le Soleil. Elle nous en parut alors éloignée d'un peu plus de la moitié du diametre de la Lune; mais nous ne pûmes pas déterminer la situation de ces Planetes entr'elles, à cause des nuages qui interrompirent nos Observations.

Le Ciel s'étant entierement découvert sur les $6^h \frac{3}{4}$, nous dressâmes une Lunete montée sur une machine parallactique à la Lune, ensorte que sa corne superieure rasoit par son mouvement à l'Occident un des fils placés à angles de 45 degrés au foyer de cette Lunete, & nous fîmes les Observations suivantes.

A 6^h 48' 19" Le bord éclairé de la Lune passa au fil horaire.

6 48 44 La Corne septentrionale au fil horaire.

6 50 14 Venus au premier Oblique.

6 50 26 Venus au fil horaire.

6 50 37 Venus au second Oblique.

A 6^h 58' 20" Venus étoit dans le même parallele que la Corne septentrionale de la Lune. Le passage de la Lune par le fil horaire étoit de 2' 6", y compris la partie claire & l'obscure qu'on distinguoit assez bien à la vûë.

A 7^h 3' l'on voyoit à la vûë simple Venus placée sur le

bord de la Lune, qui n'étoit point éclairé du Soleil.

A 7^h 3′ 40″ Venus parut par la Lunete de 34 pieds entrer dans le bord obscur de la Lune, & diminuer de grandeur.

A 7^h 3′ 55″ Venus fut entierement éclipsée par la Lune à la Lunete de 34 pieds. Cette Immersion fut observée dans le même instant par M. Maraldi avec une Lunete de 12 pieds. On n'apperçût aucun changement extraordinaire dans la figure de cette Planete lorsqu'elle entra dans la Lune. Elle ne paroissoit pas bien terminée, à cause des vapeurs qui étoient prés de l'horizon.

A 7^h 22′ la Lune se cacha dans les nuages.

L'on a par le moïen des Observations que l'on vient de rapporter déterminé dans une Figure la trace apparente de la Lune à l'égard de Venus, dont l'on s'est servi pour déterminer l'endroit où cette Planete s'est éclipsée, & celui d'où elle seroit sortie si on avoit pû l'observer.

L'on voit par cette Figure que Venus a passé à 5 ou 6 minutes du centre de la Lune vers son bord septentrional, & que sa durée a dû être prés d'une heure; de sorte que son Emersion ne pouvoit pas être visible sur nôtre horizon.

COMPARAISON

Des Observations de l'Eclipse de Venus par la Lune, faites à Paris & à Marseille le 23 Fevrier 1708.

PAR M. CASSINI le fils.

LE P. de Laval & M. Chazelles nous ont communiqué l'Observation de l'Eclipse de Venus par la Lune, qu'ils ont faite à Marseille le 23 Fevrier en compagnie de M. Royer, qui observa le 23 & le 25 des hauteurs correspondantes du Soleil, lesquelles étant comparées avec celles qui avoient été observées quelques jours aupara-

1708. 31. Mars.

vant, servirent à déterminer exactement l'état de l'horloge.

Ayant disposé une Lunete en sorte que le bord superieur de la Lune suivît exactement un des fils qui se croisoient au foyer à angles de 45 degrés, ils observerent à diverses fois le passage des bords de la Lune par le fil horaire, & celui de Venus par les fils horaires & obliques pour déterminer à diverses heures la situation de ces Planetes entr'elles, & décrire par ce moïen la trace apparente du mouvement de Venus, qui par ces Observations paroît avoir passé fort prés du centre de la Lune avec une latitude meridionale de quelques secondes. Ces Observations étoient necessaires pour déterminer la latitude apparente de Venus à l'égard du centre de la Lune, l'Emersion de cette Planete de la partie claire de la Lune qui sert ordinairement à la trouver n'ayant pas pû être observée à Paris ni à Marseille.

A $7^h\,16'\,54''$ à Marseille Venus touchoit le bord obscur de la Lune.

A $7^h\,17'\,32''$ Venus étoit beaucoup diminuée.

$7^h\,17'\,38'\frac{1}{2}$ Venus entierement éclipsée par la Lune, ce que l'on a observé également par toutes les Lunetes.

On observa à Paris que Venus entroit dans le bord obscur de la Lune à $7^h\,3'\,40''$, & son Immersion totale à $7^h\,3'\,55''$.

Dans l'Observation de Marseille le temps que le diametre de Venus a employé à entrer dans la Lune a été de $44''\frac{1}{2}$ beaucoup plus long que celui que nous avons observé à Paris, ce qui vient apparemment de ce que la lumiére de Venus empêchoit de distinguer le bord obscur de la Lune qui lui étoit proche. C'est pourquoy nous nous contenterons de comparer ensemble le temps de l'Immersion totale, qui de même qu'à Marseille a été observé à Paris dans le même instant par des Lunetes de grandeur differente.

Pour déterminer plus exactement la difference des meridiens qui résulte de la comparaison de ces Observations, j'ay calculé le lieu de Venus par le moyen des Ob-

ſervations que nous avons faites le 24 & le 25 du même mois au paſſage de cette Planete par le meridien. Ces Obſervations nous ont auſſi ſervi à déterminer la declinaiſon de cette Planete qui étoit alors meridionale, & ſon paſſage par le meridien le 23 Fevrier à $1^h\ 32'\ 44''$ que nous n'avions pas pû obſerver immediatement, qui ſont deux élemens neceſſaires pour le calcul de ces Eclipſes.

J'ay calculé auſſi le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & j'ay trouvé que la conjonction de ces deux Planetes en longitude a dû arriver le 23 Fevrier à $5^h\ 47'$ du ſoir à $28^d\ 52'\ 40''$ des Poiſſons, la latitude meridionale de la Lune étant de $50'\ 30''$ & celle de Venus de $1^d\ 3'\ 10''$, ce qui s'accorde à quelques minutes prés au calcul tiré des Tables de M. de la Hire. Par le calcul qui réſulte du lieu de ces Planetes marqué dans la Connoiſſance des Temps dont l'on ſe ſert pour déterminer ces Eclipſes, cette conjonction devoit arriver à $5^h\ 14'$ trente-trois minutes plutôt que par ce nouveau calcul, ce qui eſt en partie cauſe de la difference que l'on a trouvé entre l'Obſervation & le temps auquel on l'avoit calculé.

La trace apparente du mouvement de la Lune à l'égard de Venus ayant été déterminée à Paris & à Marſeille par des Obſervations immediates, l'on s'en eſt ſervi pour repreſenter dans une Figure où l'on avoit tracé les paralleles de Paris & de Marſeille, l'Obſervation faite à Paris, & corriger l'Orbite de la Lune qui réſulte des Tables.

Suivant cette détermination la latitude de la Lune devoit être de 49 minutes, plus petite de $1'\ 30''$ que celle que l'on marqué cy-deſſus, & la conjonction en longitude a dû arriver à $5^h\ 47'\ 28''$, ce qui ne s'éloigne que de quelques ſecondes de celle que l'on avoit déterminé par le dernier calcul.

Ayant enſuite placé une pointe de compas ſur le parallele de Marſeille à $7^h\ 17'\ 38''$ heure de l'Immerſion totale, l'on a décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle qui coupe l'Orbite de la Lune, ſur laquelle les heures ſont marquées au meridien de Paris à

7h 5′ 20″, ce qui donne la difference des meridiens entre Paris & Marseille de 0h 12′ 18″ à quelques secondes prés de celle que l'on a déterminé par diverses autres Observations.

Ceux qui auront été 8 à 10 degrés à l'Occident de Paris, à peu prés sur le même parallele, auront pû observer l'Emersion de cette Planete de la partie claire de la Lune, qui suivant la figure devoit arriver à Paris à 8h 0′ 45″, ce qui donne la durée de l'Eclipse d'environ 57 minutes.

OBSERVATION

De l'Eclipse de la Planete de Venus, le 23 Fevrier au soir 1708 à l'Observatoire.

PAR Mr DE LA HIRE.

1708. 24. Fevrier. VEnus commença à être cachée par la partie obscure de la Lune à 7h 3′ 48″.

Elle fut entierement éclipsée à 7h 3′ 58″.

Venus entra dans la partie obscure de la Lune à 6′ environ de la perpendiculaire tirée à la ligne des Cornes & qui passoit par le centre de la Lune, & Venus étoit vers le Septentrion à l'égard de cette ligne.

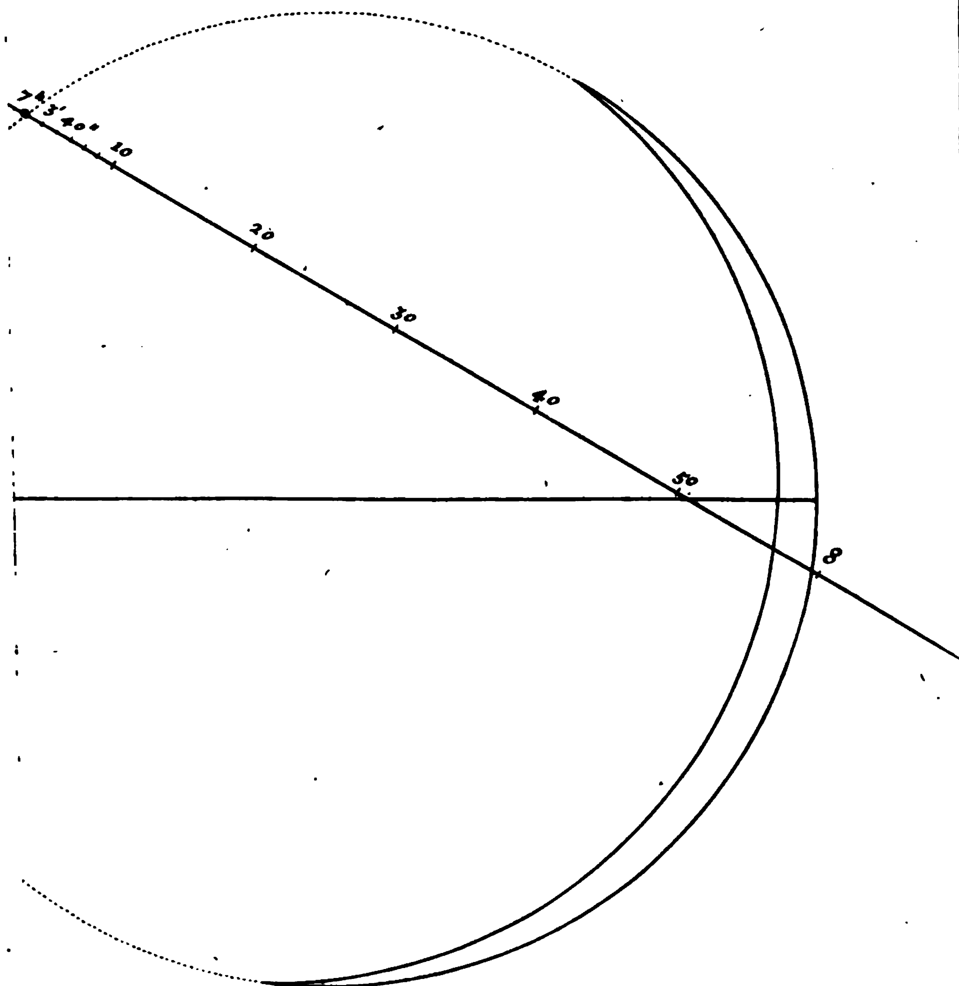
COMPARAISON

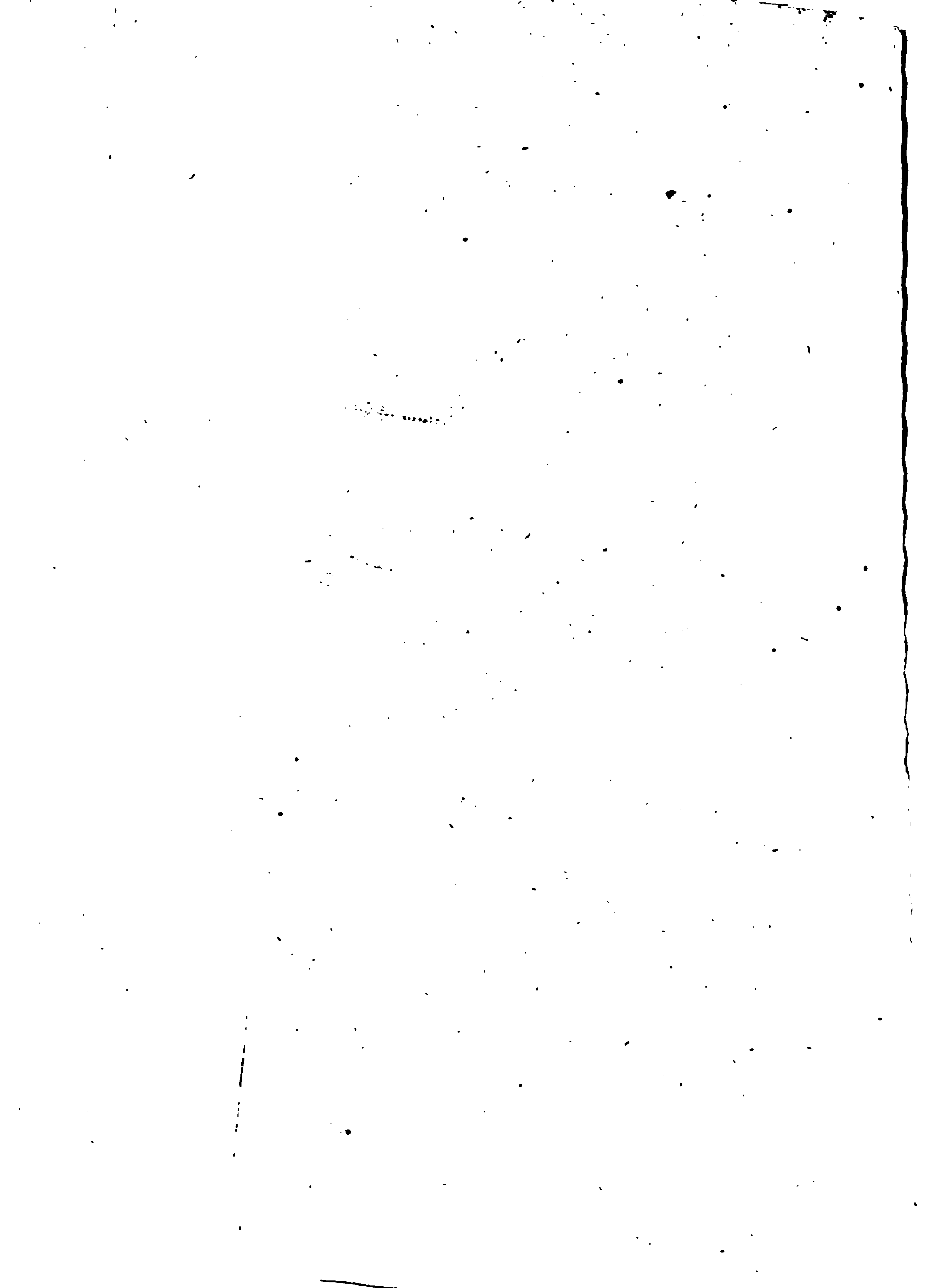
De l'Eclipse de Venus par la Lune du 23 Fevrier 1708, avec le calcul tiré des Tables Astronomiques de mon Pere.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1708. 7. Mars. NOus observâmes le milieu de cette Eclipse à 7h 3′ 53″ du soir; mais comme on trouve dans la Connoissance des Temps que cette Eclipse devoit arriver à 6h 24′,

…ure de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23. Fevrier 1708.





ce qui étoit éloigné de l'Observation, nous avons tiré des Ephemerides de l'Academie qui sont calculées sur les Tables de mon Pere, & qui servent de fondement aux calculs de la Connoissance des Temps, que la longitude de la Lune à 6^h 30′ du soir étoit à 29° 32′ des Poissons avec une latitude australe de 47′, & à 7^h 30′ qu'elle étoit à 0° 5′ d'Aries avec une latitude australe de 44′, & que Venus à 6^h 30′ étoit à 28° 54′ des Poissons avec une latitude australe de 1° 6′, & à 7^h 30′ qu'elle étoit à 28° 57′ des Poissons avec une latitude australe de 1° 6′.

Mais comme ces positions ne sont tirées que par des parties proportionnelles, il s'y peut trouver des erreurs considerables, & principalement dans la Lune dont le mouvement est fort prompt. C'est ce qui nous a engagé à calculer exprés pour ces mêmes tems les lieux de Venus & de la Lune, & nous avons trouvé qu'à 6^h 30′ la Lune étoit à 29° 18′ 1″ des Poissons avec une latitude australe de 48′ 30″, ensorte que sa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de 14′, & la latitude étoit plus grande de 1′ 30″, & qu'à 7^h 30′ la Lune étoit à 29° 50′ 54″ des Poissons avec une latitude australe de 45′ 34″, ensorte que sa longitude étoit moindre que celle des Ephemerides de prés de 14′, & sa latitude plus grande de 1′ 34″.

Pour Venus nous avons trouvé qu'à 6^h 30′ sa longitude étoit au 28° 52′ 58″ des Poissons avec une latitude australe de 1° 3′ 42″ : cette longitude est seulement plus petite de 1′ que celle des Ephemerides, & la latitude plus petite aussi de 2′ 18″. Pour 7^h 30″ nous avons trouvé que la longitude de Venus étoit à 28° 56′ 3″ des Poissons, & la latitude de 1° 3′ 37″ australe; donc cette longitude est plus petite de 1′ à peu prés que celle des Ephemerides, & cette latitude plus petite aussi de 2′ 23″.

Par le moïen de ces positions que nous avons calculées, nous avons déterminé le diametre & la parallaxe de la Lune pour les temps marqués cy-dessus, d'où enfin nous avons conclu que le milieu de l'Immersion du centre de Venus étoit arrivé à 6^h 56′, ce qui n'est éloigné de l'Ob-

ſervation que de 7′ 53″, ce qui ne fait guere que 3′½ de degré de difference entre les poſitions de Venus & de la Lune calculées & obſervées, ce qui n'eſt pas conſiderable par rapport à tous les élemens qu'il faut y emploïer.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

LA ligne *BC* repreſente l'Ecliptique ſur laquelle le point *A* marque le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à 6h 30′ du ſoir, & *AE* eſt la latitude auſtrale de la Lune pour ce même tems. Le point *B* eſt le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique à 7h 30′ du ſoir, & *BF* eſt la latitude auſtrale de la Lune pour ce même tems.

L'angle *AEM* eſt celui du vertical avec le cercle de longitude ſur lequel eſt marqué la latitude de la Lune à 6h 30′. L'angle *BFL* eſt celui du vertical avec le cercle de longitude ſur lequel eſt marqué la latitude de la Lune à 7h 30′.

La ligne *EM* eſt le vertical où étoit la Lune à 6h 30′ ſur lequel on a pris la grandeur *EM* égale à la Parallaxe de la Lune qu'on a déterminée pour la hauteur où elle étoit, ce qui a donné le point *M* qui eſt le lieu apparent de la Lune à 6h 30′. La ligne *FL* eſt le vertical où étoit la Lune à 7h 30′ ſur lequel on a porté la parallaxe *FL* pour avoir le point *L* qui eſt le lieu apparent de la Lune à 7h 30′, & ayant mené la ligne *ML* on a eu le mouvement horaire apparent de la Lune.

Le point *C* eſt le lieu de Venus réduit à l'Ecliptique à 6h 30′, & *CH* ſa latitude auſtrale pour ce tems. Le point *D* eſt le lieu de Venus réduit à l'Ecliptique à 7h 30′, & *DG* ſa latitude auſtrale pour ce tems; ainſi on aura les lieux de Venus en *H* & *G* pour ces deux tems, & la ligne *HG* ſera le mouvement horaire de Venus.

Le point *N* qui eſt le centre de la Lune eſt placé ſur *ML*, enſorte que ſon bord diviſe *HG* en *I* en même raiſon & dans le même ordre que le point *N* diviſe *ML*; & ayant connu en tems la grandeur *MN* & l'ayant ajoûté à 6h 30′,

Figure de l'Eclipse de Venus par la Lune du 23. Fevrier au soir 1708.

Latitude

Latitude

Vertical

Vertical

Ecliptique

O B A D C E F G L M N 29 28

$6^h 30'$, on a le tems où le bord de la Lune a caché le centre de Venus.

DES MOUVEMENS

Primitivement variés dans des milieux qui leur résistent en raison des vitesses ausquelles ils s'opposent.

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mem. de 1707. pag. 382. &c. j'ay donné une Regle génerale des mouvemens faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque : j'y ay conclu de cette Regle, & en plusieurs maniéres, la résistance de ces milieux aux mouvemens primitivement uniformes, c'est à dire, aux mouvemens qui dans des milieux sans résistance ni action auroient été uniformes : j'y ay conclu aussi ce que ces résistances laissent de vitesses au corps mû, ou ce qui lui reste de sa primitive malgré ces résistances ; les espaces qu'il parcourt en vertu de ces vitesses restantes ; &c. Et cela non-seulement dans les hypothêses ordinaires des résistances employées par M. Newton, M. Leibnitz, M. Hughens, & M. Wallis, qui sont les seuls, que je sçache, avoir traité cette matiére ; mais encore dans plusieurs autres hypothêses faites à plaisir & au hazard dans l'incertitude où l'on est encore de la veritable touchant les résistances des milieux aux corps qui s'y meuvent, & pour faire sentir en même tems l'universalité de la Regle dont je viens de parler.

1708. 7. Mars.

Voici presentement pour les mouvemens primitivement variés, c'est à dire, pour ceux qui le seroient dans des milieux sans résistance ni action : on y verra aussi par la précédente Regle les résistances des milieux qui en font efféctivement à ces mouvemens, les vitesses restan-

tes de leurs primitivement variées, les espaces parcourus en vertu de ces vitesses restantes, &c. Cela, dis-je, encore en différentes maniéres, & dans plusieurs des hypothêses précédentes touchant les résistances de ces milieux; desquelles hypothêses, entre plusieurs autres choses que cette Regle y donne, on verra déduit tout ce que les Auteurs précédens en ont conclu, chacun à sa maniére; & (contre le sentiment de quelques Philosophes, même Mathematiciens) que les vitesses restantes des primitivement accelerées à la maniére de Galilée, s'y accelereroient toûjours sans jamais devenir uniformes, quoique les résistances supposées ne leur permettent jamais de devenir infinies, même dans des tems infinis. Voici cette Regle repetée dans le Lemme suivant pour remettre le Lecteur au fait, en supposant les définitions des pag. 384. & 385. des Mem. de 1707. lesquelles s'entendront ici assez dans l'usage qu'on en fera, pour n'avoir pas besoin d'y être repetées. Mais pour ne pas rendre ce Mémoire-ci trop long, nous n'y employerons que l'hypothêse des résistances actuelles ou restantes des primitivement variées comme dans l'hypothêse de Galilée sur la pesanteur: nous traiterons des autres dans d'autres Mémoires.

LEMME I.

FIGURE I. *Soient sur l'axe* AC *les quatre Courbes* FVC, ARC, HUC, KEC, *rencontrées en* F, V, u; A, R, r; H, U, v; K, E, e; *par les ordonnées* KF, EV, eu, *perpendiculaires à cet axe en* A, T, t; *&* *dont les deux derniéres* EV, eu, *soient infiniment proches l'une de l'autre, ayant leurs parties* TU, tv, *partout égales aux correspondantes* RV, ru; *soit aussi* RP *parallele à* AC, *&* *qui rencontre* eu *en* P. *Cela fait, soient prises les abscisses* AT, At, *pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement;* TV, tu, *pour les vitesses primitives à la fin de ces tems, c'est à dire, pour ce que le mobile en auroit alors s'il eût été mû dans un milieu sans résistance ni action;* TR, tr, *pour les résistances totales, c'est à dire, pour les sommes des résistances instantanées que lui fait*

effectivement le milieu pendant les tems correspondans AT, At; *& par conséquent aussi* Pr, *pour ces résistances instantanées, c'est à dire, pour ce que le milieu en fait au mobile pendant chaque instant* Tt *correspondant*; *&* RV, ru, *ou leurs égales* TU, tv, *pour les vitesses restantes des primitives* TV, tu, *à la fin des tems* AT, At, *malgré ces résistances. Soient aussi* ET, et, *prises pour les puissances, ou plus généralement pour les affections quelconques de ces vitesses restantes* RV, ru, *ou* TU, tv, *ou bien de quelqu'autre chose à volonté, suivant la raison desquelles affections les résistances instantanées* Pr *se fassent, c'est à dire, ausquelles affections ces résistances soient proportionelles.*

Cela posé, il est manifeste que $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$, *en prenant par tout les instans* Tt *constans de même que la grandeur* a.

Car puisque (*hyp.*) les résistances instantanées Pr sont par tout proportionelles aux affections TE correspondantes, la fraction $\frac{Pr}{TE}$ doit être constante de même que $\frac{Tt}{a}$; & par conséquent $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$, ainsi qu'il a déja été démontré dans les Mem. de 1707. pag. 387.

COROLLAIRE I.

Donc en appellant encore (comme dans les Mem. de 1707.) AT, t; TV, v; TR, r; RV ou TU, u; ET, z; & conséquemment $r = v - u$: l'on aura encore ici $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dv - du}{z}$ pour Regle générale des résistances des milieux, comme dans les Mémoires précédens.

COROLLAIRE II.

Mais si l'on suppose que les vitesses primitives TV (v) croissent comme les tems AT (t), ensorte que l'on ait (si l'on veut) par tout $AT = TV$; la Courbe FVC dégénerant alors en une ligne droite inclinée en A de 45. deg. sur AC, donnera $dt = dv$. Donc alors (*Corol.* 1.) l'on aura $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt - du}{z}$ pour la Regle particuliére des ré- FIG. II.

ſiſtances dans cette hypothêſe-ci : Dans laquelle hypothese RV, & conſéquemment auſſi ſon égale TU, s'anéantiſſant avec TV en A, il eſt manifeſte que la Courbe HUC des viteſſes reſtantes ou actuelles doit toûjours ici paſſer par A, auſſi-bien que celle ARC des réſiſtances totales qui y doit toûjours paſſer dans quelque hypothêſe que ce ſoit.

COROLLAIRE III.

FIG. III. Si preſentement on ſuppoſe les viteſſes primitives TV (v) décroître en raiſon des tems TC qui reſteroient à écouler juſqu'à leur entiére extinction dans un milieu ſans réſiſtance ni action ; la Courbe FVC dégénerant encore en une ligne droite inclinée en C de 45. deg. ſur AC, en faiſant $AC = AF$: Si l'on appelle AF ou AC, c ; & le reſte comme ci-deſſus, l'on aura pour lors TV (v) $= TC$ ($c-t$), & $dv = -dt$. Donc ici (*Corol.* 1.) $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{-dt-du}{z}$; ce qui ne différe de la Regle du Corol. 2. qu'en ce que le ſecond dt eſt ici négatif de poſitif qu'il étoit-là.

COROLLAIRE IV.

Il ſuit auſſi de cette hypothêſe du Corol. 3. premierement que la Courbe HUC des viteſſes reſtantes n'y doit jamais paſſer par A, mais au contraire y avoir toûjours $AH = AF$ (c) ; puiſque TV en AF, rend $AH = TU$ (*hyp.*) $= RV = AF$. Secondement que ſi du point N, où la Courbe ARC rencontre la droite FC, on fait NM parallele à FA, & qui rencontre l'axe AC en M, la Courbe HUC des viteſſes reſtantes paſſera toûjours par ce point M ; puiſque TV en MN, y rend RV (TU) $= 0$.

COROLLAIRE V.

FIG. IV. Enfin ſi l'on ſuppoſe que les viteſſes primitives TV (v) croiſſent encore comme le tems AT (t) ainſi que dans le Corol. 2. mais qu'elles commencent ici par une viteſſe finie AF, & non-plus à zero comme dans ce Corol. 2.

qu'en faisant FC parallele à AC, & qui rencontre EV en X, les parties XV de ces viteſſes ſoient les primitives de ce même Corol. 2. & que leurs TX ſoient conſtans; la Courbe FVC dégènerant encore ici en une ligne droite inclinée de 45. deg. ſur FC en F, comme elle l'eſt ſur AC en A dans ce Corol. 2. Fig. 2. & rendant par-là $XV = FX = AT = t$; ſi l'on appelle ici AF ou TX, b; l'on y aura $v = b + t$, & encore $dv = dt$: ce qui y donnera encore (*Corol.* 1.) la Regle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt - du}{z}$ du Corol. 2. pour celui-ci.

COROLLAIRE VI.

Il ſuit delà que la Courbe HUC des viteſſes actuelles ou reſtantes malgré les réſiſtances du milieu, doit toûjours avoir ici $AH = AF$ (b); puiſque RV en AF, rend $AH = UT$ (*hyp.*) $= RV = AF$. Ainſi cette Courbe HUC ne doit ici paſſer par A que lorſque AF (b) $= 0$, qui eſt le cas du Corol. 2. qu'on voit par-là ſe déduire encore de celui-ci.

La Regle générale du Corol. 1. *donnera de même que dans les Corol.* 2. 3. *&* 5. *la Regle particuliére des réſiſtances des milieux dans toute autre hypothèſe que les leurs des mouvemens primitivement variés. Ainſi n'y ayant plus de difficulté que dans les intégrations requiſes par ces nouvelles hypothèſes, les trois des Corol.* 2. 3. *&* 5. *nous ſuffiront, ces intégrations n'étant point du reſſort de cette Regle générale.*

LEMME II.

Toutes choſes demeurant les mêmes que dans le Lemme précédent, les aires ATUH, ARVF, *que la ſuppoſition qu'on y fait de* TU = RV, *rend égales entr'elles, ſeront par tout proportionelles chacune aux eſpaces parcourus pendant les tems* AT *correſpondans en vertu des viteſſes reſtantes* TU *ou* RV. FIG. I. II. III. IV.

Cela eſt auſſi démontré dans les Mem. de 1707. pag. 226. & 386. ayant ici comme là $ATUH = ARVF = \int u dt$; & cela parceque les eſpaces parcourus ſont toûjours en-

tr'eux comme les ſommes des viteſſes (u) employées à les parcourir.

COROLLAIRE.

Donc chaque eſpace parcouru pendant chaque tems AT (t) avec les viteſſes reſtantes TU (u) dont il s'agit ici, doit toûjours être à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems dans un milieu ſans réſiſtance ni action, comme $ARVF$ ou $ATUH$ eſt à $ATVF$, c'eſt à dire que ces eſpaces contemporains ſont toûjours entr'eux comme ces aires correſpondantes.

La Courbe ARC *s'appellera encore ici* (*comme dans les Mem. de* 1707. *pag.* 388.) Courbe des réſiſtances totales, *ou* des viteſſes perduës; *FVC*, Courbe des viteſſes primitives; *HUC*, Courbe des viteſſes reſtantes; *&* *KEC*, Courbe des réſiſtances inſtantanées; *parceque ces réſiſtances inſtantanées ſont exprimées par les ordonnées* ET, *comme leurs ſommes ou les totales le ſont par les ordonnées* TR *de la Courbe* ARC.

PROBLÊME I.

FIG. V. *Trouver les Courbes* ARC *des réſiſtances totales ou des viteſſes perduës*; HUC *des viteſſes actuelles ou reſtantes*; *&c. dans l'hypothêſe*; 1°. *Des réſiſtances inſtantanées en raiſon de ces viteſſes actuelles*; 2°. *Des viteſſes primitives en raiſon des tems écoulés depuis le commencement du mouvement, ainſi que dans l'hypothêſe de Galilée ſur la peſanteur des corps qui tomberoient en lignes droites dans un milieu qui ne réſiſteroit ni aideroit à leur mouvement.*

SOLUTION.

Suivant le Lem. 1. & ſes Corol. 1. & 2. la premiere de ces deux hypothêſes-ci donnera TE (z) $= UT = RV$ (u) $= TV - TR$ ($v-r$); & la ſeconde, TV (v) $= AT$ (t): d'où réſulte $dv = dt$, & $t - r = v - r = u = z$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de z dans la Regle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt-du}{z}$ du Corol, 2. de ce Lem. 1. l'on aura ici

$\frac{dt}{a} = \frac{dr}{t-r}$ pour la Courbe *ARC*, & $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ pour la Courbe *HVC*. Quant à *FVC*, son équation supposée $t = v$, fait voir qu'elle doit dégénerer en une ligne droite inclinée en *A* de 45. deg. sur *AC*, ainsi que dans le Corol. 2. du Lem. 1.

Pour construire presentement les deux Courbes *HVC*, *ARC*, il faut considérer que la derniére équation $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ de la premiére *HVC* de ces Courbes, donnant $udt = adt - adu$, ou $adu = adt - udt$, donne $\frac{du}{a-u} = \frac{dt}{a}$ pour l'équation de cette Courbe *HVC* des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances supposées. Ce qui fait voir que cette même Courbe *HVC* doit être ici une logarithmique dont l'asymptote *BC* sera parallele à *AC*, & distante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaire sur ces deux paralleles; laquelle *AB* (a) sera aussi égale à la soûtangente de cette logarithmique. Car si l'on prolonge *TV* jusqu'à la rencontre de *BC* en *G*, & qu'on appelle *GV*, x; l'on aura $x = GV = GT - VT$ (*hyp.*) $= a - u$, & $-dx = du$; lesquelles valeurs de $a-u$, du, substituées dans la précédente équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$, la changeront en $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{x}$ qui est une équation à une logarithmique qui aura *BC* pour asymptote, & sa soûtangente $= a$ (*AB*). Donc la Courbe *HVC* exprimée par l'équation $\frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$, est cette logarithmique elle-même. *Ce qu'il falloit premiérement trouver.*

Cette Courbe *HVC* des vitesses restantes, étant ainsi trouvée, il n'y aura qu'à prendre par tout $VR = TV$ correspondante, puisque (*Lem.* 1.) $VT = RV$; & la Courbe *ARC* qui passera par tous les points *R* ainsi trouvés, sera ici la Courbe des résistances totales, ou des vitesses perduës, exprimée par l'équation $\frac{dr}{t-r} = \frac{dt}{a}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Cela étant, il eſt manifeſte que la Courbe *HUC* des viteſſes reſtantes, paſſera par *A* (ainſi qu'on l'a remarqué dans le Corol. 2. du Lem. 1.) en faiſant un angle de 45. deg. avec chacune des droites *AB*, *AC*; puiſque (*hyp.*) la droite *AB* perpendiculaire ſur *AC*, eſt égale à la ſoûtangente au point *A* (comme en tout autre) de cette logarithmique *AUC*.

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe *ARC* des réſiſtances totales, ou des viteſſes perduës, elle ſera touchée en *A* par l'axe *AC*, vers lequel elle tournera ſa convexité; puiſque ſon équation $\frac{dr}{t-r}=\frac{dt}{a}$, qui ſe trouve avoir $t=o=r$ en *A*, donnant là $t-r=o$, donneroit auſſi $dr=o$, ou dt infinie par raport à dr en ce même point *A*; & que les dr croiſſant avec les $t-r$ (u ou *TU*), croiſſent auſſi avec les t (*AT*).

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dr}{t-r}=\frac{dt}{a}$ de la Courbe *ARC*, donnera auſſi $adr=tdt-rdt$, ou $rdt=tdt-adr$; & (en intégrant) $\int rdt=\frac{1}{2}tt-ar+q$ pour la valeur de l'aire *ATR* de cette Courbe. Mais le cas de $ATR=o$, rendant auſſi $t=o$, & $r=o$, réduit cette intégrale à $o=q$. Donc cette intégrale ſera préciſément $ATR=\frac{1}{2}tt-ar$ (à cauſe de $r=t-u$) $=\frac{1}{2}tt-at+au$.

COROLLAIRE IV.

Suivant le Lem. 2. les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* (t), ſont entr'eux comme les aires correſpondantes *ATU* ou *ARV*. Mais l'équation $\frac{dt-du}{u}=\frac{dt}{a}$ de la Courbe *AUC*, donnant $adt-adu=udt$, donne auſſi (en intégrant) $at-au=\int udt=ATU$. Ce qui réſulte encore de ce que le Lem. 1. donnant $UT=RV$, donne pareillement $ATU=ARV=ATV-ATR$ $=$

$= \frac{1}{2}tt - ATR$ (*Corol.* 3.) $= \frac{1}{2}tt - \frac{1}{2}tt + at - au = at - au$. Donc les eſpaces parcourus pendant les tems AT, ſeront ici entr'eux comme les grandeurs $at - au$, ou (à cauſe de a conſtante) comme les grandeurs $t - u$ ($TV - VR$) correſpondantes, c'eſt à dire, comme les ordonnées correſpondantes TR de la Courbe ARC des réſiſtances totales, ou des viteſſes perduës exprimées par ces ordonnées TR de même que les réſiſtances totales qui leur ſont proportionelles; & par conſéquent auſſi entr'eux comme ces réſiſtances totales, ou comme ces viteſſes perduës des primitives TV pendant ces tems AT.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait la tangente ASC au point A de la logarithmique AUC, dont l'aſymptote BC, & les ordonnées TU prolongées vers P, ſoient rencontrées en S, P, par cette tangente; les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT, ſeront auſſi entr'eux comme les PU correſpondantes. Car la Solution donnant $BS = BA = a$, la reſſemblance des triangles ABS, PTA, donnera auſſi $TP = AT = t$; & par conſéquent $PU = t - u$. Donc (*Corol.* 4.) les eſpaces parcourus pendant les tems AT, ſeront ici entr'eux comme les PU correſpondantes. Auſſi les PU ſont-elles ici égales aux TR correſpondantes; puiſque $TP = AT = TV$, & (*Solut.*) $TU = RV$. D'où l'on voit que les réſiſtances totales ou les viteſſes perduës pendant les tems AT, ſeront encore ici comme les PU correſpondantes. FIG. VI.

COROLLAIRE VI.

Il eſt preſentement aiſé de comparer ce que la peſanteur conſtante d'un corps grave à la maniére de Galilée, lui feroit parcourir ici d'eſpace pendant un tems quelconque AT malgré les réſiſtances ſuppoſées, avec ce qu'elle lui en feroit parcourir en pareil tems dans un milieu ſans réſiſtance ni action: Car la ſomme des viteſſes qu'auroit ce corps pendant ce tems dans le milieu réſiſtant, étant (*Corol. du Lem.* 2.) à la ſomme de ce qu'il en auroit pen-

dant le même tems dans le milieu ſans réſiſtance : : *ATU*. *ATV*. (*Corol.* 4.) : : $at - au. \frac{1}{2}tt$: : $t - u. \frac{tt}{2a}$: : *PU*. *TQ*. en prenant par tout $TQ = \frac{tt}{2a} = \frac{TV \times TV}{2TG}$, c'eſt à dire, *TQ* par tout égale à la moitié d'une troiſiéme proportionelle aux lignes *GT*, *TV*; il ſuit du Lem. 2. que ce que ce corps parcouroit ici d'eſpace pendant le tems quelconque *AT* en tombant dans le milieu des réſiſtances ſuppoſées, ſeroit par tout à ce qu'il en parcouroit pendant le même tems dans le milieu ſans réſiſtance : : *PU*. *TQ*. Et de ce que par tout $TQ = \frac{tt}{2a} = \frac{TV \times TV}{2GT} = \frac{AT \times AT}{2AB}$, il ſuit auſſi que la Courbe *AQC* qui paſſera par tous les points *Q* ainſi trouvés, ſera une parabole ordinaire touchée par la droite *ATC* en ſon ſommet *A* où elle aura 2*GT* ou 2*AB* pour ſon parametre.

COROLLAIRE VII.

Puiſque (*Cor.* 5.) les *PU* ſont égales aux *TR* correſpondantes, il eſt viſible que les aires *AUP* le ſont auſſi aux correſpondantes *ATR*, de même que les *ATU* le ſont aux correſpondantes *ARV*. Ce qui ſe prouve encore en ce que *ATP* = *ATV*, auſſi-bien que *ATU* = *ARV*.

COROLLAIRE VIII.

On a vû dans les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. Prob. 1. qu'en prenant *AB* pour une viteſſe primitivement uniforme, la preſente hypothêſe des réſiſtances en raiſon des viteſſes reſtantes, rendroit les eſpaces parcourus pendant les tems *AT* en vertu des reſtantes de cette primitive, (ainſi retardée) en raiſon des ordonnées correſpondantes interieures *TU* de la logarithmique *AUC*. Donc (*Corol.* 4. & 5.) en prenant *AB* à *TV* comme la premiere de ces viteſſes primitivement uniformes ſeroit à celle des primitivement variées, qui ſans la réſiſtance du milieu ſeroit ici aquiſe à la fin du tems *AT* quelconque; l'eſpace parcouru pendant ce tems *AT* de

cette viteſſe primitivement uniforme ainſi retardée, ſera par tout ici au parcouru pendant le même tems de la viteſſe primitivement accelerée à la maniere de Galilée, & pareillement retardée en raiſon des reſtantes : : *TU*. *TR* : : *TU*. *PU*.

COROLLAIRE IX.

Puiſque (*Solut.*) *BC* eſt l'aſymptote de la Courbe *AUC* des viteſſes reſtantes effectives de ce Problême-ci, ces viteſſes *TU* (*u*) reſtantes de primitivement accelerées en raiſon des tems écoulés, augmenteroient ſans jamais arriver à l'égalité par la réſiſtance du milieu, c'eſt à dire, ſans jamais devenir uniformes, quoiqu'elles ne puiſſent jamais devenir plus grandes que la finie *AB* (*a*), & qu'elles approchent toûjours de ſa valeur, ne pouvant l'égaler qu'aprés un tems infini *AC*: de ſorte que cette plus grande viteſſe *AB* (*a*) en ſera le terme d'accroiſſement, ou (pour parler comme M. Hughens) la *viteſſe terminale*.

COROLLAIRE X.

Le complément de ces viteſſes juſque-là, c'eſt à dire, les differences *GU* dont elles ſont ſurpaſſées par cette plus grande *AB* de toutes, étant exprimées par les ordonnées exterieures *GU* de la Courbe *AUC*, que la Solution a fait voir être ici une logarithmique dont *BC* eſt l'aſymptote, & la ſoûtangente *BS*=*AB*; ſi l'on prend ces complémens ou differences pour des nombres, les tems *AT* ou *BG* en ſeront comme les logarithmes en prenant *AB* pour l'unité.

COROLLAIRE XI.

De ce que (*Corol.* 5.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems *AT*, ſont par tout entr'eux comme les *PU* correſpondantes, leſquelles deviennent infinies avec les *AT*, ſans que les viteſſes *TU* puiſſent jamais (*Corol.* 9.) devenir plus grandes que la finie *TG* ou *AB*; il ſuit que l'eſpace ici parcouru pendant un tems infini, ſeroit pareille-

ment infini, quoique la viteſſe acquiſe pendant ce tems ne fût que finie.

Tout cela s'accorde avec tout ce que M. Leibnitz en a démontré à ſa maniére dans les Actes de Leipſik de 1689. pag. 41. & 42. art. 2. Voici de même tout ce que M. Newton en a auſſi démontré à la ſienne dans le Liv. 2. Sect. 2. Prop. 3. de ſes princ. Math. de la Phil. Nat. pag. 238. &c.

COROLLAIRE XII.

FIG. VII. Soit preſentement CB prolongée vers K; & entre les aſymptotes AB, BK, l'hyperbole équilatere QDK, laquelle ſoit rencontrée en D par VD parallele à CK, de même que AB & ſa parallele QZ en L, M. Il eſt manifeſte (*Solut.*) que les AL ſeront non-ſeulement entr'elles comme les viteſſes reſtantes TV (u) à la fin des tems AT (t); mais encore comme les réſiſtances inſtantanées (dr) ſuppoſées ici proportionelles à ces viteſſes. Et ſi l'on prend $a-u$, y, pour les coordonnées aſymptotiques BL, LD, de l'hyperbole QDK, laquelle ait $AQ=b$, $LD=y$, outre $AB=a$, $AL=u$; & dont par conſéquent l'équation ſoit $\overline{a-u}\times y=ab$, ou $a-u=\frac{ab}{y}$, ou bien auſſi $u=a-\frac{ab}{y}=\frac{ay-ab}{y}$: la Solution donnant $\frac{dt}{a}=\frac{du}{a-u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dt}{a}=\frac{ydu}{ab}$, ou $dt=\frac{ydu}{b}$; & conſéquemment $t=\int\frac{ydu}{b}=\frac{QALD}{AQ}$: c'eſt à dire que les tems écoulés AT (t) du mouvement acceleré malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici en raiſon des aires hyperboliques correſpondantes $QALD$.

COROLLAIRE XIII.

Puiſque (*Corol.* 12.) $u=\frac{ay-ab}{y}$, & $dt=\frac{ydu}{b}$; l'on aura de plus ici $udt=\frac{aydu-abdu}{b}$, & conſéquemment $\int udt=\frac{a}{b}\times\int ydu-\frac{a}{b}\times bu=\frac{a}{b}\times QALD-\frac{a}{b}\times QALM=$

$=\frac{a}{b}\times QMD$: c'eſt à dire (Lem. 2. la fraction $\frac{a}{b}$ étant conſtante) que les eſpaces parcourus pendant les tems écoulés $\frac{QALD}{AQ}$ (*t*) en vertu des viteſſes aquiſes *AL* ou *TU* (*u*) malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici entr'eux comme les trilignes hyperboliques *QMD* correſpondans.

COROLLAIRE XIV.

On voit delà que ſi le mouvement ſe faiſoit ici en vertu d'une peſanteur conſtante, laquelle dans un milieu ſans réſiſtance donneroit au mobile des viteſſes primitives accelerées en raiſon des tems écoulés depuis le commencement des chutes, ainſi qu'on le penſe d'ordinaire avec Galilée, les eſpaces qu'une telle peſanteur feroit parcourir à ce mobile pendant les tems *AT* ou (*Corol.* 12.) $\frac{QALD}{AQ}$ dans un milieu qui à chaque inſtant lui reſteroit en raiſon de ſes viteſſes actuelles ou reſtantes *TU* ou *AL*, feroient toûjours entr'eux comme les trilignes hyperboliques *QMD* correſpondans.

COROLLAIRE XV.

Puiſque (*Corol.* 12.) les aires hyperboliques *QALD* ſont ici comme les tems *AT* (*t*) pendant leſquels s'aquiérent les viteſſes *AL* ou *TU*; & que (*Corol.* 13.) les eſpaces parcourus pendant ces tems en vertu de ces viteſſes, ſont comme les trilignes hyperboliques *QMD*, leſquels deviennent infinis avec les aires *QALD* correſpondantes, ſans que les viteſſes *AL* puiſſent jamais devenir plus grandes que la finie *AB*; il ſuit encore delà (ainſi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 11.) que l'eſpace ici parcouru pendant un tems infini, ſeroit pareillement infini, quoique la viteſſe aquiſe pendant ce tems ne fût que finie.

SCHOLIE.

Puiſque la premiere des deux hypothêſes de ce Problême-ci donne *TE* (*z*) $=$ *UT* (*u*), il eſt manifeſte (*Solut.*) FIG. V.

que la Courbe *KEC* des résistances instantanées, doit être ici la même logarithmique *AVC* que la Courbe *HVC* des vitesses restantes, & se confondre avec elle; puisque $\frac{dt}{a} = \frac{dz}{a-z}$ est ici l'équation de cette Courbe *KEC*, de même que (*Solut.*) $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ l'est de la Courbe *HVC*.

REMARQUE I.

Puisque dv exprime ici l'accroissement instantanée de vitesse qu'une pesanteur constante libre & sans résistance, produiroit à chaque instant dans le corps grave; & du, ce que la différence ou excés de cette force sur chaque résistance instantanée dr, lui donneroit aussi d'accroissement de vitesse à chaque instant malgré cette résistance; il est manifeste que ces augmentations dv, du, de vitesse doivent toûjours être ici proportionelles à la pesanteur, & à sa différence ou excés sur chaque résistance instantanée, les effets l'étant toûjours à leurs causes. Donc dv, du, dr, seront ici entr'elles comme cette pesanteur, cette différence, & cette résistance.

REMARQUE II.

Il est aussi à remarquer que la Solution précédente avec ses hypothêses, donnant $dt = dv = dr + du$, & $\frac{dr}{u} = \frac{dt-du}{u} = \frac{dt}{a}$, cela seul donnera ici,

1°. $\frac{dr}{u} = \frac{dt}{a} = \frac{dv}{a}$: c'est à dire (*Remarq.* 1.) que la vitesse (u) restante à chaque instant, sera toûjours à la plus grande (a) de tout ce qu'il y en a ici de possibles suivant le Corol. 9. comme la résistance (dr) qui s'y oppose, ou comme ce qu'elle en diminuë pendant cet instant, sera à la pesanteur du mobile.

2°. Cette équation $\frac{dr}{u} = \frac{dv}{a}$ (*hyp.*) $= \frac{dr+du}{a}$ donnant $adr = udr + udu$, ou $adr - udr = udu$, donnera aussi $dr.\ du :: u.\ a-u$, c'est à dire (*Remarq.* 1.) que la vitesse

(u) de chaque instant, est ici à l'excés dont elle est surpassée par la plus grande (a) de tout ce qu'il y en a ici de possibles, comme la résistance (dr) du milieu en cet instant est à l'excés (du) dont elle est surpassée par la pesanteur du mobile.

3°. L'équation $\frac{dt-du}{u}=\frac{dt}{a}$ donnant $adt-adu=udt$, ou $adu=adt-udt$ (à cause que l'hypothêse donne $dt=dv$) $=adv-udv$, l'on aura pareillement ici $dv.du::a.a-u.$ c'est à dire (*Remarq.* 1.) que la plus grande (a) des vitesses ici possibles, sera toûjours ici à l'excés dont elle surpassera celle (u) de chaque instant, comme la pesanteur du mobile à la différence dont elle surpassera la résistance du milieu en cet instant.

4°. On voit de tout cela, & de la Remarq. 1. que si l'on prend p pour cette pesanteur (dv) du mobile, & e pour l'excés (du) dont elle surpassera chaque résistance instantanée (dr) du milieu, le nombre premier donnera $dr=\frac{up}{a}$; le second, $dr=\frac{eu}{a-u}$; & le troisiéme $e=\frac{ap-up}{a}$. De sorte que de ces cinq choses: *La résistance du milieu en quelque instant que ce soit, la pesanteur constante du corps qui y tombe malgré cette résistance, l'excés dont cette pesanteur surpasse cette résistance, la vitesse de ce corps en cet instant, & la plus grande vitesse qu'il puisse jamais aquerir en vertu de sa pesanteur malgré cette même résistance*: de ces cinq choses, dis-je, trois étant données, l'on aura toûjours les deux autres.

Voilà pour les mouvemens commencés à zero, & primitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses actuelles aquises ou restantes à chaque instant. Voici presentement pour ceux qui commencés par une vitesse quelconque, seroient aussi primitivement accelerés en raison des tems écoulés, dans des milieux qui leur résisteroient de même en raison des vitesses actuelles restantes, ou des sommes faites de la premiere & des aquises à chaque instant.

PROBLÊME II.

Fig. VIII. *Trouver les Courbes* ARC *des résistances totales ou des vitesses perduës ;* HUC *des vitesses restantes ou actuelles ; &c. 1°. Dans l'hypothèse des résistances en raison des vitesses actuelles ; & 2°. Des vitesses primitives en raison des sommes faites d'une constante quelconque augmentée d'autres qui, comme dans le Prob. 1. croîtroient en raison des tems écoulés depuis le commencement du mouvement, ainsi qu'il arriveroit dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur, si d'une force quelconque différente de la pesanteur constante d'un corps, on le jettoit verticalement de haut en bas dans un milieu sans résistance ni action.*

SOLUTION.

Suivant le Lem. 1. & ses Corol. 1. & 5. la premiere de ces hypothêses (les noms demeurant encore les mêmes ici que là) donnera $TE\ (z) = UT = RV\ (u) = TV - TR\ (v-r)$; & la seconde, $TV\ (v) = TX + XV = AF + FX\ (b+t)$: d'où résulte $dv = dt$, & $b+t-r = v-r = u = z$. Donc en substituant cette valeur de z dans la Regle $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z} = \frac{dt-du}{z}$ du Corol. 5. de ce Lem. 1. l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ pour la Courbe ARC, & (ainsi que dans la Solut. du Prob. 1.) $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ pour la Courbe HUC. Quant à FVC, son équation $t = v - b$ fait voir qu'elle doit dégénerer ici en une ligne droite inclinée en F de 45. deg. sur FC, ainsi que dans le Corol. 5. du Lem. 1. en prenant $XV = FX$, & avoir ici comme là son origine F distante de A de la valeur de $AF\ (b)$.

Pour construire presentement les deux Courbes HUC, ARC, il faut considerer que la derniere équation $\frac{dt}{a} = \frac{dt-du}{u}$ de la premiere HUC de ces Courbes, donnera aussi $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ pour l'équation de cette Courbe HUC des vitesses actuelles ou restantes malgré les résistances

ſiſtances ſuppoſées, ainſi que dans la Solut. du Prob. 1. Ce qui fait voir qu'ici comme là, cette Courbe doit être une logarithmique d'une aſymptote *BC* parallele à *AC*, & diſtante d'elle de la valeur de $AB = a$ perpendiculaire ſur ces deux paralleles, laquelle *AB* (a) ſera auſſi égale à la soûtangente de cette logarithmique ; mais avec cette différence que dans la Solut. du Prob. 1. cette logarithmique paſſoit par *A*, & qu'ici elle doit paſſer par un point *H* de *AB* (prolongée où beſoin ſera du côté de *B*) lequel donne $AH = AF$ (b), ainſi qu'on l'a vû dans le Corol. 6. du Lem. 1. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HVC* des viteſſes actuelles reſtantes des primitives, étant ainſi trouvée, il n'y a qu'à prendre par tout $VR = TV$ correſpondante, puiſque (*Lem.* 1.) $VT = RV$; & la Courbe *ARC* qui paſſera par tous les points *R* ainſi trouvés, ſera ici la Courbe des réſiſtances totales, ou des viteſſes perduës, exprimée par l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Puiſque *TV* (u) en *AH* (b), y change l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de la Courbe *HVC* en $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-b}$, il eſt manifeſte que cette Courbe doit rencontrer *AB* en *H* ſous un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément : : a. $a-b$: : *AB*. *BH*. c'eſt à dire, comme la soûtangente de cette Courbe eſt à ſon ordonnée *BH*.

COROLLAIRE II.

Pour la Courbe *ARC*, elle doit rencontrer ſon axe *AC* en *A* ſous un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément : : b. a : : *AF* ou *AH*. *AB*. Puiſque *TR* (r) en *A*, rendant $r = o$, & $t = o$, l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ s'y réduit à $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b}$. Et les dr croiſſant ou décroiſſant ici avec les $b+t-r$ (u ou *TV*), cette Courbe *ARC* tournera ſa

convexité ou ſa concavité en même ſens ou du même côté que la logarithmique *HUC* tournera la ſienne.

COROLLAIRE III.

Cette équation $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{b+t-r}$ donne auſſi $bdt + tdt - rdt = adr$, ou $rdt = bdt + tdt - adr$; & en intégrant, $\int rdt$ $(ATR) = bt + \frac{1}{2}tt - ar$: de ſorte qu'ayant le trapeſe $ATVF = \frac{AF+TV}{2} \times AT = \frac{2AF+XV}{2} \times AT = AF \times AT + \frac{1}{2}XV \times AT = AF \times AT + \frac{1}{2}FX \times AT = bt + \frac{1}{2}tt$, l'on aura auſſi $ARVF$ $(ATVF - ATR) = ar$ (la Solution donnant $b + t - u = r$) $= ab + at - au$.

COROLLAIRE IV.

La logarithmique *HUC* fait voir que lorſque *AH* (b) eſt moindre que *AB* (a), les viteſſes *TU* (u) croiſſent toûjours juſqu'à ſon aſymptote *BC*; & que lorſque *AH* eſt plus grande que *AB*, ces viteſſes *TU* décroiſſent toûjours juſqu'à la même aſymptote *BC*, à laquelle elles n'arriveront de part & d'autre qu'aprés un tems infini *AT* (t): qu'alors *TU* (u) $=$ *AB* (a) réduiſant à $\frac{dt}{a} = \frac{du}{o}$ l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ de cette logarithmique repetée de part & d'autre de *BC*, les accroiſſemens ou décroiſſemens du de ces viteſſes ſe trouveront nuls; & qu'ainſi aprés cela, ſi le mouvement continuoit, ce ſeroit d'une viteſſe conſtante $=$ *AB* (a) qui le rendroit uniforme. Auſſi ce cas de $u = a$ changeant l'équation $v - r = u$ trouvée dans la Solution, en $v - r = a$, donneroit-il alors $dv - dr = o$, ou $dv = dr$, c'eſt à dire (*Remarq.* 1. *ſur le Prob.* 1.) la peſanteur du mobile égale à la réſiſtance du milieu ſuppoſé.

COROLLAIRE V.

D'où il ſuit auſſi que ſi la viteſſe *AH* (b) de projection, ſe trouvoit égale à la terminale *AB* (a) du corps jetté

verticalement de haut en bas, c'eſt à dire (*Corol.* 9. *du Prob.* 1.) à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de ſa peſanteur conſtante dans le milieu ſuppoſé ; le mouvement de ce corps ſeroit uniforme à l'infini dés le premier inſtant de ſa chute : puiſque ce cas de $u\ (b) = a$ dés ce premier inſtant, qui rend dés-lors (comme dans le Corol. 4.) la réſiſtance du milieu égale à la peſanteur du mobile, rendant ce corps par leur équilibre comme s'il n'avoit alors aucune peſanteur ni le milieu aucune réſiſtance, rendroit auſſi la viteſſe de projection hors d'état d'être augmentée ni retardée, la peſanteur devant l'emporter ſur la réſiſtance pour le premier, & la réſiſtance ſur la peſanteur pour le ſecond, ce que leur égalité une fois arrivée ne permet plus.

COROLLAIRE VI.

Cette égalité de la peſanteur conſtante du mobile avec la réſiſtance du milieu ſuppoſé, rendant (*Remarq.* 1. *ſur le Prob.* 1.) $dr = dv = dt$, fait voir auſſi qu'alors la Courbe *ARC* des réſiſtances dégénere en une ligne droite parallele à *FVC*, & donne par-là $AF = RV$ (*Solut.*) $= TU$: de ſorte que le Cor. 6. du Lem. 1. donnant auſſi $AF = AH$ (*hyp.*) $= AB$, on retrouve encore ici $TU\ (u) = AB\ (a)$ conformément au précédent Corol. 5. c'eſt à dire (comme dans ce Corol. 5.) que dés que la viteſſe d'un corps jetté verticalement de haut en bas, ſera égale à ſa terminale, le mouvement en ſera uniforme pour toûjours aprés cela. Par conſéquent lorſque la viteſſe *AF* ou *AH* de projection verticale de haut en bas, ſera égale à la terminale *AB* du corps ainſi jetté, la logarithmique *HVC* dégénerera en une ligne droite confonduë avec ſon aſymptote *BC*.

COROLLAIRE VII.

Mais ſi la force ou viteſſe *AH* (*b*) de projection étoit nulle, enſorte que ce corps n'eût plus que ſa peſanteur pour deſcendre, ainſi que dans le Prob. 1. le point *H* ſe

trouvant alors en A, l'arc logarithmique HUC seroit non-seulement le même, mais aussi dans la même position que dans ce Prob. 1. D'où l'on voit par son Corol. 9. que AB (a) égale (*Constr.*) à la soûtangente de cette logarithmique, est effectivement la vitesse terminale de ce corps, & que par ce moyen le Prob. 1. ne seroit qu'un cas de celui-ci, lequel par conséquent donneroit aussi tous les Corollaires qu'on a tirés de celui-là, en faisant ainsi AH (b) $=o$ dans tout ce qu'on voit ici & dans la suite jusqu'au Prob. 3.

COROLLAIRE VIII.

Quant aux espaces ici parcourus pendant les tems AT (t), l'équation $\frac{dt}{a}=\frac{du}{a-u}$ de la logarithmique HUC, trouvée dans la Solution, donnant $adt-udt=adu$, ou $udt=adt-adu$; l'on aura ici (en intégrant) $\int udt$ ($ATUH$) $=at-au+q$. Mais le cas de $ATUH=o$, qui rend TU (u) $=AH$ (b), AT (t) $=o$, réduisant cette intégrale à $o=-ab+q$, donne $q=ab$. Donc cette intégrale complette sera $ATUH=at-au+ab$. Par conséquent suivant le Lem. 2. les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici entr'eux comme les grandeurs $ab+at-au$, ou (à cause de a constante) comme les $b+t-u$ correspondantes, c'est à dire, comme les correspondantes $AH+AT-TU$, ou (*Constr.*) $TX+XV-RV$, ou bien aussi TR. Ce qui résulte encore de ce que le Lem. 1. donnant par tout $UT=RV$, donne pareillement $ATUH=ARVF$ (*Corol.* 3.) $=ab+at-au$ (la Solution donnant $b+t-u=r$) $=ar=AB\times TR=GT\times TR$: D'où l'on voit encore que ces espaces parcourus pendant les tems AT, doivent être entr'eux comme les ordonnées correspondantes TR de la Courbe ARC des résistances totales ou des vitesses perduës exprimées par ces ordonnées TR comme le sont les résistances totales qui leur sont proportionelles; & par conséquent aussi entr'eux comme ces résistances totales, ou comme ces vitesses per-

duës des primitives pendant ces tems AT, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 1.

COROLLAIRE IX.

Toutes choses demeurant les mêmes que ci-dessus depuis AC du côté de la logarithmique HVC, si du point H on y fait la droite HPC inclinée de 45. deg. sur HDC parallele à AC, & qui rencontre en P l'ordonnée TV prolongée jusque-là, laquelle soit aussi rencontrée en D par HDC; cette addition donnant $PD = HD = AT$, & $TD = AH$, l'on aura ici $PV = PD + DT - TV = AT + AH - TV$. Mais le précédent Corol. 8. fait voir que les espaces ici parcourus pendant les tems AT, sont entr'eux comme les grandeurs $AT + AH - TV$ correspondantes. Donc ils sont aussi entr'eux comme les correspondantes PV, lesquelles on voit (*Corol.* 8.) devoir être égales aux TR qui leur répondent dans la Fig. 8. FIG. IX. X.

COROLLAIRE X.

Delà il est manifeste qu'aprés un tems infini l'espace ici parcouru pendant ce tems, doit être infini; puisque lorsque ce tems AT est infini, PV l'est aussi. Cela se tire encore immédiatement de l'expression $b + t - u$ proportionnelle aussi (*Corol.* 8.) aux espaces ici parcourus, laquelle est infinie lorsque t (AT) l'est; puisqu'alors la Solution donne u (TV) $= a$ (AB) finie.

COROLLAIRE XI.

Ces espaces ainsi trouvés (*Corol.* 8. 9. 10.) par le moyen de la logarithmique HVC, & même les tems pendant lesquels ils ont été parcourus, se trouveront encore par le moyen d'une hyperbole équilatére quelconque LQO entre les asymptotes orthogonales BH, BO prise sur CB prolongée vers O: laquelle hyperbole rencontrée en L, Q, par HL, VQ, paralleles à CO, ait LM, QD, paralleles à HB, lesquelles rencontrent BO en M, D, & dont la premiere LM rencontre de plus VQ en N, laquelle rencontre aussi HB en S. FIG. XI.

Car si outre les noms précédens de $AB = a$, $AH = b$, TU ou $AS = u$, & par conséquent de GU ou de $BS = a - u$, & de BH ou $ML = a - b$, on suppose de plus ici $HL = c$, & $SQ = y$; l'équation $BS \times SQ = BH \times HL$, c'est à dire en termes analytiques, $\overline{a-u} \times y = \overline{a-b} \times c$, ou $a - u = \frac{ac - bc}{y}$, ou bien aussi $u = a - \frac{ac - bc}{y} = \frac{ay - ac + bc}{y}$, se trouvant être celle de l'hyperbole LQO, l'on aura,

1°. $\frac{ydu}{ac - bc} = \frac{du}{a - u}$ (*Solut.*) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{aydu}{ac - bc}$ (soit $m = \frac{ac - bc}{a}$) $= \frac{ydu}{m}$; & conséquemment (en intégrant) $t = \int \frac{ydu}{m} = \frac{LHSQ}{m}$: c'est à dire, à cause de m constante, que les tems t (AT) du mouvement supposé seront ici entr'eux comme les aires hyperboliques $LHSQ$ correspondantes.

2°. Puisque (*nomb.* 1.) $dt = \frac{ydu}{m}$, & que l'équation asymptotique de l'hyperbole LQO vient aussi de donner $u = \frac{ay - ac + bc}{y}$; l'on aura pareillement ici $udt = \frac{aydu - acdu + bcdu}{m}$, dont l'intégrale est $\int udt$ ($ATUH$) $= \frac{a}{m} \times \int ydu - \frac{acu}{m} + \frac{bcu}{m} + q = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} HL \times TU + \frac{b}{m} HL \times TU + q$. Mais le cas de $ATUH = 0$, qui rendant aussi $LHSQ = 0$, & $TU = AH$, réduit cette intégrale à $0 = -\frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times AH + q$, donne $q = \frac{a}{m} HL \times AH - \frac{b}{m} \times HL \times AH$. Donc cette intégrale complette est $ATUH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times HL \times TU + \frac{a}{m} \times HL \times AH + \frac{b}{m} \times HL \times TU - \frac{b}{m} \times HL \times AH = \frac{a}{m} \times LHSQ - \frac{a}{m} \times LHSN + \frac{b}{m} \times LHSN = \frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$. Donc aussi (*Lem.* 2.) les espaces ici parcourus pendant les tems AT ou (*nomb.* 1.) $LHSQ$, sont entr'eux comme les grandeurs $\frac{a}{m} \times LNQ + \frac{b}{m} \times LHSN$

correſpondantes, ou (à cauſe de m conſtante) comme les correſpondantes $a \times LNQ + b \times LHSN$, ou $AB \times LNQ + AH \times LHSN$.

COROLLAIRE XII.

Delà il ſuit encore ce qu'on a déja vû dans le Corol. 10. ſçavoir qu'aprés un tems infini l'eſpace ici parçouru pendant ce tems, doit encore être infini; puiſque lorſque le tems (*Corol.* 11. *nomb.* 1.) $LHSQ$ devient $= OLHBO$ infini, l'eſpace (*Corol.* 11. *nomb.* 2.) $AB \times LNQ + AH \times LHSN$ devient auſſi $= AB \times OLMO + AH \times LHBM$ infini à cauſe que $OLMO$ l'eſt alors.

SCHOLIE.

On voit ici comme dans le Schol. du Prob. 1. que ſuivant l'hypothêſe de TE $(z) = TU$ (u) qu'on y fait de part & d'autre, la Courbe KEC des réſiſtances inſtantanées, doit encore être ici la même que celle HUC des viteſſes actuelles ou reſtantes malgré les réſiſtances ſuppoſées, & ſe confondre avec elle en un ſeul & même arc logarithmique placé comme elle par raport à l'aſymptote BC: cette Courbe KEC ayant encore ici $\frac{dt}{a} = \frac{dz}{a-z}$ pour ſon équation, comme HUC à $\frac{dt}{a} = \frac{du}{a-u}$ pour la ſienne; & la plus petite des z (TE) doit être égale à b (AH), de même que la plus petite u (TU) l'eſt à cette même b (AH). FIG. VIII.

On ne s'arrètera point ici à chercher les raports de la peſanteur du mobile aux réſiſtances inſtantanées du milieu, &c. La maniére dont on les a trouvés dans la ſeconde des deux Remarques faites ſur le Prob. 1. montrant aſſez comment on peut auſſi les trouver ici. Le Corol. 7. du preſent Probl. 2. fait auſſi voir aſſez comment le Prob. 1. s'en pourroit déduire avec tous ſes Corollaires. Ainſi en voilà, ce me ſemble, aſſez pour ce qui concerne les mouvemens primitivement accelerés en raiſon des tems écoulés dans des milieux qui leur réſiſteroient à chaque inſtant en raiſon de leurs viteſſes actuelles. Voyons donc preſentement

ce qui devroit arriver dans de pareils milieux aux mouvemens primitivement retardés en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction si le milieu ne faisoit aucune résistance.

PROBLÊME III.

FIG. XII. *Trouver les Courbes* ARC *des résistances totales, ou des vitesses perduës;* HUC *des vitesses restantes; &c. dans l'hypothêse, 1°. Des résistances instantanées en raison des vitesses restantes à chaque instant; & 2°. Des vitesses primitives retardées en raison des tems qui resteroient à écouler jusqu'à leur entière extinction si le milieu ne faisoit point de résistance, ainsi qu'il arriveroit aux corps de pesanteurs constantes qui y seroient jettés verticalement de bas en haut.*

SOLUTION.

Suivant les noms assignés dans le Corol. 1. du Lem. 1. la premiere de ces hypothêses donnera encore ici $z=u$ comme dans les Solutions des deux Problêmes précédens. Et suivant le Corol. 3. de ce Lem. 1. la seconde donnera $\frac{dt}{a}=\frac{-dt-du}{z}$. Donc ces deux conditions ensemble donneront ici $\frac{dt}{a}=\frac{-dt-du}{u}$, ou $udt=-adt-adu$; d'où résulte $udt+adt=-adu$, ou $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+u}$ pour l'équation de la Courbe *HUC* des vitesses restantes *TU* (u), laquelle on voit devoir être ici une logarithmique d'une soûtangente $=a$, sur une asymptote *BC* parallele à *AC*, & distante d'elle de la valeur de $AB=a$, ayant son ordonnée $HB=AB+AF=a+c$ en appellant ici *AF* ou *AC*, c; comme dans le Corol. 3. du Lem. 1. D'où résulte encore $AH=AF=c$, ainsi que dans le Corol. 4. de ce Lem. *Ce qu'il falloit premierement trouver.*

Cette Courbe *HUC* des vitesses restantes *TU* (u) étant ainsi trouvée, il n'y a plus qu'à prendre par tout $UR=TV$ sur *UD* ($u+a$); & la ligne *ARC* qui passera par tous les points *R* ainsi trouvés, sera pareillement ici la Courbe des

des résistances totales TR (r), ou des vitesses perduës pendant les tems écoulés AT (t). Car puisque les vitesses perduës à la fin de ces tems sont égales aux différences $TV - TU$ dont les primitives TV surpassent les restantes TU, & que les résistances totales sont comme les vitesses perduës qu'elles ont détruites; ces résistances totales (r) seront aussi $= TV - TU$ (à cause de $VR = TV$) $= VR - TU = TR$; & par conséquent la Courbe ARC construite comme ci-dessus, sera celle de ces résistances totales.

Pour en trouver presentement l'équation, il suffit de remarquer que la précédente $TV - TU = TR$, donnant $TV(v) - TR(r) = TU(u)$, ou $u = v - r$; & le Corol. 3. du Lem. 1. donnant $v = c - t$: l'on aura $u = c - t - r$, & $du = -dt - dr$. Donc en substituant ces valeurs de u, du, dans la précédente équation logarithmique $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{dt+dr}{a+c-t-r}$, ou $adt + cdt - tdt - rdt = adt + adr$, c'est à dire $cdt - tdt - rdt = adr$; d'où résulte $\frac{dt}{dr} = \frac{a}{c-t-r}$ pour l'équation de la Courbe ARC des résistances totales, ou des vitesses perduës, construite comme ci-dessus. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

COROLLAIRE I.

Si du point N dans lequel la Courbe ARC rencontre la droite FC, on fait NM perpendiculaire en M sur AC; la logarithmique HUC passera par ce point M, ainsi qu'on l'a vû dans le Corol. 4. du Lem. 1. Donc les vitesses doivent ici s'éteindre tout à fait en M à la fin du tems AM.

COROLLAIRE II.

De plus cette logarithmique HUC coupera la droite AC en M sous un angle AMH ou CMC de 45. deg. puisque son équation $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ s'y réduit à $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a}$, TU (u) y étant nulle suivant le Corol. 1.

COROLLAIRE III.

De plus encore TV (u) en AH (c), y rendant auſſi $u=c$, l'équation précédente $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+u}$ s'y changera en $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+c}$; ce qui fait voir que la rencontre de la logarithmique HVC en H avec ſon ordonnée HB, s'y fera ſous un angle AHM dont le ſinus ſera à celui de ſon complément : : $a.a+c$: : $AB.BH$.

COROLLAIRE IV.

Pour ce qui eſt de la Courbe ARC, ayant par tout (*Solut.*) $r=v-u$ (*Lem.* 1. *Corol.* 3.) $=c-t-u$; la ſubſtitution de cette valeur de r dans l'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{c-t-r}$ de cette Courbe, changera cette équation en $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{u}=\frac{DS}{TV}$ en faiſant VS tangente en V de la logarithmique HVC, & qui rencontre ſon aſymptote BC en S. Ce qui fait voir,

1°. Que les ordonnées TR (r) de la Courbe ARC, ſeront par tout aux ſoûtangentes (ſur AC) de ſes tangentes en R : : TV. DS. c'eſt à dire, comme les TV correſpondantes ſont aux ſoûtangentes DS de la logarithmique HVC, pareillement correſpondantes ſur ſon aſymptote BC.

2°. Que TV en AH, lui devenant égale, la Courbe ARC doit faire en A avec AC, un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complément : : AH. DS : : AH. AB.

3°. Que TV en M, devenant $=o$, la précédente équation $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{TV}$ doit s'y changer en $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{o}$, c'eſt à dire, y avoir dt infinie par raport à dr, & y rendre par conſéquent la tangente en N de la Courbe ARC, parallele à ſon axe AC.

4°. Que TV diminuant toûjours depuis AH juſqu'en M, & augmentant enſuite toûjours négativement depuis M vers C; dr doit auſſi toûjours diminuer depuis A juſqu'en N, & augmenter enſuite depuis N vers C dans l'é-

quation précédente $\frac{dt}{dr}=\frac{DS}{TV}$ de la Courbe *ARC*, dont les *TR* (r) augmentent à meſure que les *TV* (u) correſpondantes diminuënt, & réciproquement. D'où l'on voit que cette Courbe *ARC* doit avoir ici ſa concavité toûjours tournée vers ſon axe *AC*, s'en éloigner depuis *A* juſqu'en *N*, & s'en rapprocher depuis *N* vers *C*. Mais le ſurplus *NC* de cette Courbe eſt ici inutile, de même que le ſurplus *MC* de la logarithmique *HUC*, les viteſſes u (*TU*) n'y pouvant devenir négatives, ni renaître aprés s'être anéanties en *M*; puiſqu'il ne s'agit ici que de viteſſes retardées.

5°. L'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{c-t-r}$ (*Solut.*) de cette Courbe *ARC*, donnant $cdt-tdt-rdt=adr$, ou $cdt-tdt-adr=rdt$, il eſt viſible que $\int rdt=ct-\frac{1}{2}tt-ar$: c'eſt à dire que ſon aire *ATR* ($\int rdt$) $=\frac{2ct-tt-2ar}{2}$.

6°. L'équation $\frac{dt}{dr}=\frac{a}{u}$ trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, donnant $udt=adr$, il eſt pareillement viſible que $\int udt=ar=DS\times TR$: c'eſt à dire que l'aire *ATUH* ($\int udt$) de la Courbe *HUC*, ſera ici $=DS\times TR$; & (à cauſe de $DS=a$ conſtante) que les aires *ATUH* ſeront entr'elles comme les ordonnées correſpondantes *TR* de la Courbe *ARC*, c'eſt à dire auſſi (*Solut.*) comme les réſiſtances totales, ou comme les viteſſes perduës à la fin des tems *AT* correſpondans.

7°. Puiſque les viteſſes ici retardées, dont la premiere c eſt la plus grande, y donnent (*nomb.* 6.) $ATUH=DS\times TR=ar$; & que dans la Fig. 6. du Prob. 1. des mouvemens accelerés, dont a eſt la plus grande & la derniere des viteſſes poſſibles, le Corol. 4. de ce Prob. 1. donne pareillement $ATV=at-au=ar$ (*Fig.* 6.) $=BS\times TR$: il eſt manifeſte que ſi a eſt la même de part & d'autre, c'eſt à dire, ſi les ſoûtangentes *DS* (*Fig.* 12.) & *BS* (*Fig.* 6.) y ſont égales, enſorte que les logarithmiques *HVC* y ſoient la même de part & d'autre dans des poſitions différentes; ces aires *ATUH* (*Fig.* 12.) & *ATU* (*Fig.* 6.) FIG. VI. XII.

qui sont également de chaque part comme les résistances totales *TR*, ou comme les vitesses perduës qui leur répondent, seront entr'elles comme ces résistances totales ou vitesses perduës correspondantes d'une part seroient aux correspondantes de l'autre.

COROLLAIRE V.

FIG. XII. Puisque les vitesses restantes *TU* (*u*) s'anéantissent (*Corol.* 1.) en *M* à la fin du tems *AM*, au lieu que les primitives *TV* (*v*) ne l'auroient été (*hyp.*) qu'en *C* à la fin du tems *AC* sans la résistance du milieu ; la durée du mouvement permis par cette résistance du milieu, doit être ici à ce qu'il auroit duré sans elle : : *AM*. *AC*. De sorte que *MC* est ici la quantité dont cette résistance fait moins durer le mouvement qu'il n'auroit duré sans elle.

COROLLAIRE VI.

Il suit du nomb. 4. du Corol. 4. que les résistances instantanées du milieu où se fait le mouvement en question, doivent diminuer depuis *A* jusqu'en *M*, c'est à dire (*Corol.* 1.) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entiére extinction des vitesses ; puisque suivant ce nomb. 4. du Corol. 4. les *dr* diminuënt toûjours depuis *A* jusqu'en *N*, & que suivant le Lem. 1. ces résistances instantanées sont proportionelles à ces *dr*.

COROLLAIRE VII.

Quant aux espaces parcourus nonobstant ces résistances pendant les tems *AT* (*t*), le Lem. 2. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires correspondantes *ATUH* de la Courbe *HUC* des vitesses actuelles ou restantes *TU* (*u*) en vertu desquelles ils sont parcourus. Mais l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dt-du}{u}$ trouvée d'abord (*Solut.*) pour celle de cette Courbe *HUC*, donnant $udt = -adt - adu$, l'on aura (en intégrant) $\int udt$ (*ATUH*) $= -at - au + q$; & le cas de *TU* (*u*) en *AH* (*c*) rendant

$ATVH = o$, $t = o$, & $u = c$, réduit cette intégrale à $o = -ac + q$, & rend par là $q = ac$: de sorte que cette intégrale complette se trouve être $ATVH = ac - at - au$. Donc les espaces parcourus pendant les tems AT (t), seront ici comme les grandeurs correspondantes $ac - at - au$, ou (à cause de a constante) comme les correspondantes $c - t - u$, c'est à dire suivant les noms des Corol. 1. & 3. du Lem. 1. comme les correspondantes $AH - AT - TV$, ou (en faisant GZ parallele à AC par le point V, & qui rencontre les droites AH, HC, en G, Z) comme les correspondantes $HG - AT$, ou bien aussi comme les $HG - GV$, c'est à dire, comme les VZ correspondantes, à cause que AH (*Lem.* 1.) $= AC$, rend $HG = GZ$.

COROLLAIRE VIII.

Puisque (*Corol.* 7.) l'aire $ATVH = ac - at - au$, & que le Corol. 1. donne u (TV) $= o$ en M, l'on aura aussi l'aire entiere $AMH = ac - at = ac - a \times AM$. Donc (*Corol.* 7.) les espaces parcourus pendant les tems AT (t) seront ici à l'espace entier parcouru pendant tout le tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses : : $ac - at - au. ac - a \times AM$: : $c - t - u. c - AM$: : $HG - AT. HA - AM$ (les Corol. 4. & 3. du Lem. 1. donnant $HA = AF = AC$) : : $HG - AT. AC - AM$ (à cause de $AT = GV$, & de $HG = GZ$) : : $VZ. MC$.

COROLLAIRE IX.

Puisque le Corol. 3. du Lem. 1. donne $TV = c - t$, ou $AF + TV = c + c - t = 2c - t$; ou bien aussi le trapeze $ATVF$ $\left(\frac{AF + TV}{2} \times AT\right) = \frac{2ct - tt}{2}$; & que le Corol. 7. de ce Problême-ci donne pareillement $ATVH = ac - at - au$: l'on aura ici $ATVH. ATVF$: : $ac - at - au. \frac{2ct - tt}{2}$: : $2ac - 2at - 2au. 2ct - tt$. Mais on voit par le Lem. 2. que l'espace ici parcouru pendant quelque tems AT (t) que ce soit, nonobstant les résistances supposées,

ſeroit à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems ſans elles, c'eſt à dire, dans un milieu ſans réſiſtance, ou en vertu du mouvement primitivement ſuppoſé :: $ATUH. ATVF$. Donc le premier de ces eſpaces ſeroit auſſi au ſecond :: $2ac-2at-2au. 2ct-tt :: 2ac-2at-2au. cc-cc+2ct-tt :: 2ac-2at-2au. cc-\overline{c-t}^2$ (à cauſe de $c-t=TC, c-u=HA-UT, c=AC, a=DS$) :: $2DS\times\overline{TC-TU}. AC\times AC-TC\times TC :: 2DS\times\overline{HG-AT}. AC\times AC-TC\times TC :: 2DS\times UZ. AC\times AC-TC\times TC$.

COROLLAIRE X.

Par conſéquent T en M, rendant $AT=AM$, $TC=MC$, $UZ=MC$, $HG=HA=AF=AC$, & $TU=o$; l'on aura pareillement tout l'eſpace parcouru pendant le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems ſans elles en vertu du mouvement primitivement ſuppoſé :: $2DS\times MC. AC\times AC-MC\times MC$.

COROLLAIRE XI.

Donc en cas d'eſpaces parcourus juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes de part & d'autre, les durées entiéres juſque-là des mouvemens qui y ſeroient employés, étant (*hyp.*) AC pour le parcouru en vertu des viteſſes primitives TV ſuppoſées comme dans un milieu ſans réſiſtance ni action, & (*Corol.* 1.) AM pour le parcouru en vertu des viteſſes TU reſtantes de ces primitives malgré les réſiſtances ſuppoſées; le changement qui ſe feroit alors de AM en AC pour le premier cas, & qui rendroit par-là $MC=o$ dans le ſecond terme du raport trouvé dans le précédent Corol. 10. pendant que le reſte demeureroit le même ici que là; donneroit ici tout l'eſpace parcouru juſqu'à l'entiére extinction des viteſſes pendant le tems AM nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, à tout ce qui en auroit été parcouru juſqu'à une pareille extinction de viteſſes dans un milieu ſans réſiſtance pendant le tems AC

$:: 2DS \times MC. AC \times AC :: MC. \frac{AC \times AC}{2DS}$. D'où l'on voit que si l'on prend HX (sur HA) $= \frac{AC \times AC}{2DS}$ (*Solut.*) $= \frac{AH \times AH}{2AB}$, c'est à dire, HX égale à la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes AB, AH; le premier de ces espaces sera au second $:: MC. HX$.

COROLLAIRE XII.

Il suit delà que si $AH = AB$, c'est à dire que si la vitesse de projection de bas en haut étoit égale à la terminale du corps jetté, en prenant AB (suivant le Corol. 9. du Prob. 1.) pour cette vitesse terminale; ayant alors $HX \left(\frac{AH \times AH}{2AB}\right) = \frac{AB \times AB}{2AB} = \frac{1}{2} AB$, la hauteur à laquelle ce corps ainsi jetté monteroit dans le milieu résistant, seroit à celle où il monteroit dans le milieu sans résistance $:: MC. \frac{1}{2} AB$ (les Solutions des Probl. 1. & 3. donnant $DS = AB$) $:: MC. \frac{1}{2} DS$. D'où l'on voit que la soûtangente DS de la logarithmique HUC doit être ici double de la hauteur à laquelle la vitesse terminale peut faire monter le corps sans résistance du milieu, ainsi que M. Hughens l'a dit sur la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, pag. 173.

COROLLAIRE XIII.

Puisque (*Corol.* 7.) l'aire $ATUH = ac - at - au$, l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant le tems AT (t) en vertu des vitesses restantes TU (u), sera aussi (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à la premiere AH (c) de ces vitesses restantes $:: ac - at - au. ct$ (à cause de $a = DS$, $c = AC = AH$, $t = AT$, $u = TU$) $:: DS \times \overline{TC - TU}. AC \times AT :: DS \times \overline{HG - AT}. AC \times AT :: DS \times UZ. AC \times AT$. De sorte que T en M, rendant $AT = AM$, $TC = MC$, $UZ = MC$, $HG = HA = AC$, & $TU = o$; l'espace ici parcouru nonobstant les résistances supposées pendant tout le tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses par ces résistances, sera pareillement à ce qui

en auroit été parcouru pendant le même tems, d'une viteſſe uniforme égale à la premiere AH de celles-là : : $DS \times MC$. $AC \times AM$: : MC. $\frac{AC \times AM}{DS}$ (la Solution donnant $AC = AF$, $DS = AB$) : : MC. $\frac{AF \times AM}{AB}$ (les paralleles BM, FQ, donnant $AB . AM :: AF . AQ = \frac{AF \times AM}{AB}$) : : MC. AQ.

COROLLAIRE XIV.

Les raports des eſpaces trouvés dans les ſix derniers Corol. 7. 8. 9. 10. 11. 12. par le moyen de l'équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dt - du}{u}$ de la Solution, peuvent encore ſe trouver par le moyen du nomb. 6. du Corol. 4. Car,

1°. Ce nomb. 6. donnant l'aire $ATVH = DS \times TR$, le Lem. 2. donnant auſſi les eſpaces ici parcourus pendant les tems AT, en raiſon de ces aires $ATVH$ correſpondantes; ces mêmes eſpaces parcourus (*hyp.*) de viteſſes retardées & primitivement & par les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici entr'eux comme les produits correſpondans $DS \times TR$, ou ſimplement (à cauſe de DS conſtante) comme les ordonnées correſpondantes TR de la Courbe ARC des réſiſtances totales, c'eſt à dire, comme les réſiſtances totales ou comme les viteſſes perduës à la fin des tems AT correſpondans, ainſi que dans le Corol. 4. du Prob. 1. & dans le Corol. 8. du Prob. 2. des mouvemens accelerés nonobſtant ces réſiſtances, & conformément au nomb. 7. du Corol. 4. du preſent Prob. 3.

2°. De ſorte que dans ces trois Problêmes des mouvemens primitivement accelerés & retardés ſuivant les raiſons qu'on y ſuppoſe, les eſpaces parcourus ſont également comme les réſiſtances totales du milieu ſuppoſé, ou comme les viteſſes perduës pendant les tems employés à parcourir ces eſpaces.

3°. Le précédent nomb. 1. fait auſſi voir que les eſpaces qui y ſont parcourus pendant les tems AT nonobſtant les réſiſtances ſuppoſées, ſeront ici à l'eſpace entier parcouru

parcouru de même pendant le tems AM nonobstant ces mêmes résistances, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses en $M :: DS \times TR. DS \times MN :: TR. MN.$

4°. Ces espaces ici parcourus pendant les tems AT nonobstant les résistances supposées, seroient pareillement à ce qui en auroit été parcouru pendant le même tems sans elles, c'est à dire, en vertu des vitesses primitives TV dans un milieu sans résistance ni action :: $DS \times TR. ATVF :: DS \times TR. \frac{AF \times AC - TV \times TC}{2} :: 2DS \times TR. AC \times AC - TC \times TC.$

5°. Par conséquent (en prenant $AT = AM$) tout l'espace ici parcouru pendant tout le tems AM nonobstant les résistances supposées, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction des vitesses par ces résistances, seroit à ce qui en auroit été parcouru sans elles pendant le même tems $AM :: 2DS \times MN. AC \times AC - MC \times MC.$

6°. Le premier de ces espaces ici parcouru pendant le tems AM nonobstant les résistances supposées, seroit (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru sans elles pendant tout le tems AC en vertu des vitesses primitives supposées TV: c'est à dire, jusqu'à l'entiére extinction des vitesses de part & d'autre :: $AMH. ACF$ (*nomb.* 1.) :: $DS \times MN. \frac{AC \times AF}{2}$ (*Lem.* 1. *Corol.* 3.) :: $DS \times MN. \frac{AC \times AC}{2}$ :: $MN. \frac{AC \times AC}{2DS}$ (la Solution donnant $AB = DS$, & les Corol. 3. 4. du Lem. 1. donnant aussi $AC = AF = AH$) :: $MN. \frac{AH \times AH}{2AB} :: MN$ ou $MC. HX.$ en prenant HX égale à la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes AB, AH, ainsi que dans le Corol. 11.

7°. La même chose peut se tirer encore du nomb. 5. en considérant que AM ici changée en AC pour le mouvement qui se feroit dans un milieu sans résistance, rendroit $MC = o$ pour ce mouvement dans le second terme du raport trouvé dans ce nomb. 5. Puisque ce nomb. 5. donne-

roit alors le premier de ces espaces au second :: $2DS \times MN$. $AC \times AC$ :: $MN . \frac{AC \times AC}{2DS}$ :: $MN . \frac{AH \times AH}{2AB}$ :: $MC . HX$. Toutes choses demeurant les mêmes ici que dans le précédent nomb. 6.

8°. L'espace ici parcouru pendant le tems *AT* nonobstant les résistances supposées, sera ici (*Lem.* 2.) à ce qui en auroit été parcouru en pareil tems d'une vitesse uniforme égale à la premiere *AF* ou *AH* :: $DS \times TR . AH \times AT$. D'où l'on voit qu'à la fin du tems *AM*, le premier de ces espaces parcouru de vitesses qui (*Corol.* 1.) s'éteignent tout à fait en *M* par les résistances supposées, seroit au second parcouru d'une vitesse (*hyp.*) uniforme égale à la premiere *AH* de celles-là :: $DS \times MN . AH \times AM$ :: $MN . \frac{AH \times AM}{DS}$ (*Solut. & Corol.* 3. 4. *du Lem.* 1.) :: $MC . \frac{AF \times AM}{AB}$ :: $MC . AQ$, en tirant les paralleles *BM*, *FQ*, ainsi que dans le Corol. 13.

COROLLAIRE XV.

Si presentement sur l'asymptote *AC* on suppose par le point *H* une logarithmique *HYC* d'ordonnées $TY = y$, & d'une même soûtangente (a) que la précédente *HVC*, dont elle soit par conséquent une portion d'une autre position qu'elle, on verra par les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. que si au lieu d'y prendre la premiere vitesse $= a$, on l'y eût prise $= c$, l'on y auroit eu l'espace parcouru pendant un tems quelconque *AT* (t), en vertu des vitesses (y) restantes de cette primitivement uniforme (c) égale à la premiere *AH* des précédentes, & retardée en raison de ces restantes, comme $ac - ay$. On vient de voir aussi dans le Cor. 7. que l'espace ici parcouru pendant le même tems *AT* (t) en vertu des vitesses *TU* (u) restantes des primitivement retardées *TV* (v) de ce Problême-ci, dont la plus grande *AF* est aussi (*Corol.* 3. 4. *du Lem.* 1.) $= c = AH$, & que les résistances du milieu retardent encore (*hyp.*) en raison des vitesses restantes, est comme

$ac - at - au$. Donc le premier de ces eſpaces ſera ici au ſecond :: $ac - ay$. $ac - at - au$ :: $c - y$. $c - t - u$ (en faiſant YL parallele à AC, & qui rencontre AH en L, & HC en l) :: HL. $HG - GV$ :: HL. VZ :: Ll. VZ.

Donc auſſi (en prolongeant NM juſqu'à la logarithmique HYC en O, d'où ſoit OP parallele à AC, & qui rencontre AH en P, & HC en p) ce qui ſe parcouroit d'eſpace de la premiere maniere, c'eſt à dire, en vertu des viteſſes reſtantes TY (y) pendant le tems AM, ſeroit à ce qui s'en parcouroit de la ſeconde, c'eſt à dire, en vertu des viteſſes reſtantes TU (u) pendant le même tems AM :: HP. $HA - AM$ (à cauſe de $HA = AF = AC$) :: HP. MC :: HP. MN :: Pp. MC :: Pp. MN.

COROLLAIRE XVI.

Ce raport d'eſpaces ſe peut encore trouver autrement. Car on vient de voir (*Corol.* 15.) ſuivant les Mem. de 1707. pag. 391. & 392. Corol. 2. du Prob. 1. que les eſpaces parcourus comme dans le précédent Corol. 15. pendant les tems AT en vertu des viteſſes TY (y) reſtantes de la primitivement uniforme AH (c) qu'on y ſuppoſe, ſont comme les grandeurs $ac - ay$ correſpondantes, c'eſt à dire (à cauſe de a conſtante) comme les $c - y$ ou comme les HL correſpondantes; & dans le penultiéme Corol. 14. nomb. 1. que les eſpaces auſſi parcourus pendant les mêmes tems AT en vertu des viteſſes TU (u) reſtantes des primitivement retardées TV (u) ſuppoſées dans ce Problême-ci, ſont auſſi comme les TR correſpondantes. Donc l'eſpace parcouru des premieres viteſſes (y) pendant un tems AT quelconque, eſt à l'eſpace parcouru en vertu des ſecondes (u) pendant le même tems AT :: HL. TR. c'eſt à dire, ſuivant les Corollaires qu'on vient de citer, que les eſpaces parcourus avec de telles viteſſes pendant un même tems quelconque, ſont toûjours ici entr'eux comme les réſiſtances totales qui leur répondent, ou comme les viteſſes perduës & éteintes par ces réſiſtances. Donc en prenant AM pour le tems AT, en conce-

vant ces espaces continués ou parcourus jusqu'à la fin du tems *AM*; cette égalité de *AT*=*AM*, rendant *HL*=*HP*, & *TR*=*MN*, le premier de ces espaces parcourus l'un & l'autre (chacun à sa maniére supposée) pendant le tems *AM*, sera au second : : *HP*. *MN* : : *Pp*. *MC*. ainsi que dans le précédent Corol. 15.

COROLLAIRE XVII.

Ce raport & celui qui le précéde, peuvent encore se déduire du premier qu'on a trouvé entre les mêmes espaces dans le précédent Corol. 15. dans lequel le premier de ces espaces s'est trouvé être au second : : *c*—*y*. *c*—*t*—*u* : : *HL*.*TC*—*TU* : : *HL*. *TV*—*TU* : : *HL*. *TV*—*RV* : : *HL*. *TR*. comme ci-dessus. Ce qui donne encore aussi le premier de ces espaces au second : : *HP*. *MN*. lorsque *AM* est le tems commun employé à parcourir chacun d'eux, ainsi qu'on le vient de voir dans les Corol. 15. & 16.

COROLLAIRE XVIII.

Si presentement on imagine un corps d'une pesanteur constante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu sans résistance ni action, lui donneroit des vitesses lesquelles seroient entr'elles comme les tems écoulés ou employés à les aquerir, & qui en remontant par la même ligne en vertu d'une force de projection de bas en haut, ne lui laisseroit de vitesses qu'en raison des tems à écouler jusqu'à leur entiere extinction; que dans l'un & dans l'autre de ces mouvemens il soit retardé par des résistances du milieu lesquelles soient comme les vitesses actuelles restantes ou acquises; & que sa vitesse de projection soit à sa terminale, c'est à dire (*Corol.* 9. *du Probl.* 1.) à la plus grande qu'il pût aquerir en tombant dans ce milieu en vertu de sa pesanteur : : *AH*. *AB* (*Solut.*) : : *c*. *a*. quel que soit ce raport.

FIG. XIII.

Cela supposé, si au lieu de la tangente *VS* (*Fig.* 12) de la logarithmique *HVC*, on lui en fait une en *M* (*Fig.* 13.) laquelle soit *MSC*, qui rencontre aussi *BC* en *S*; qu'on

prenne AM pour le tems de l'ascension de ce corps jusqu'à l'entiére extinction de sa vitesse de projection, & $M\theta$ pour tel autre tems qu'on voudra de sa chute prise depuis son commencement M; qu'on fasse $\theta\delta$ parallele à HB, & qui rencontre en v, π, δ, la logarithmique HVC, sa tangente MSC, & son asymptote BC; & qu'enfin on prolonge MN jusqu'à la rencontre de BC en X: le Corol. 7. du present Prob. 3. donnera l'aire $ATUH = ac - at - au = XS \times \overline{HG - GV} = XS \times VZ$; & le Corol. 4. du Prob. 1. donnera aussi l'aire $M\theta v = at - au = XS \times \overline{M\theta - \theta v} = XS \times \overline{\theta\pi - \theta v} = XS \times v\pi$, en prenant encore ici comme là, $\theta v = u$, & $M\theta = t$ sur MC prolongée vers θ, dont le point M est le commencement du tems de la chute supposée. Donc TV, θv, étant ici (*Solut. des Prob.* 3. & 1.) les vitesses actuelles ou restantes à la fin des tems AT, $M\theta$, l'on y aura (*Lem.* 2.) l'espace parcouru en montant pendant le tems AT en vertu de la vitesse de projection, au parcouru pendant le tems $M\theta$ en tombant suivant la même ligne droite d'ascension ou suivant une parallele, en vertu de la pesanteur du mobile :: $XS \times VZ$. $XS \times v\pi$ :: VZ. $v\pi$. Donc aussi l'espace parcouru en montant pendant les tems AM, c'est à dire (*Corol.* 1.) jusqu'à l'entiére extinction de la vitesse de projection, sera ici à l'espace parcouru en tombant pendant un tems quelconque $M\theta$ en vertu de la pesanteur du mobile :: MC. $v\pi$.

COROLLAIRE XIX.

Cela & le reste trouvé jusqu'ici par le moyen de la logarithmique HVC, se peut aussi trouver par le moyen de l'hyperbole. Pour le voir soit l'asymptote CB de cette logarithmique HVC, prolongée vers K; & entre les asymptotes orthogonales BH, BK, soit l'hyperbole équilatere PQK, laquelle soit rencontrée en E, Q, par VG, MA, prolongées jusqu'à elle, & en P par HP parallele aussi à BK; par le point Q soit NZ parallele à HB, & qui rencontre en N, F, les ordonnées HP, GE, prolongées aussi jusqu'à elle, en rencontrant de même BK en Z. FIG. XIV.

Cela fait, il suit de la Solution que si l'on prend encore AH (c) pour la premiere ou la plus grande viteſſe du mobile au commencement de ſon retardement par les réſiſtances ſuppoſées, les parties AG (u) de cette ligne, & par conſéquent auſſi les rectangles $QAGF$ dont elles ſont les baſes, ſeront ici non-ſeulement comme les viteſſes reſtantes TV (u) à la fin des tems AT (t) ; mais encore comme les réſiſtances inſtantanées (dr) qu'on ſuppoſe ici proportionelles à ces viteſſes.

COROLLAIRE XX.

Si l'on prend preſentement $a+u$, y, pour les coordonnées BG, GE, de l'hyperbole PQK, laquelle ait ici $AB=a$, $AQ=b$, $AH=c$, $AG=u$, $GE=y$; & par conſéquent $\overline{a+u}\times y=ab$, ou $\overline{a+u}=\frac{ab}{y}$, ou bien auſſi $u=\frac{ab}{y}-a=\frac{ab-ay}{y}$ pour ſon équation : la Solution donnant $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{a+u}$, l'on aura pareillement ici $\frac{dt}{a}=\frac{-ydu}{ab}$, ou $dt=\frac{-ydu}{b}$; & conſéquemment (en intégrant) $t=-\int\frac{ydu}{b}+q=-\frac{QAGE}{AQ}+q$. Mais le cas de t (AT) $=o$, rendant $QAGE=QAHP$, réduit la précédente intégrale à $o=-\frac{QAHP}{AQ}+q$, d'où réſulte $q=\frac{QAHP}{AQ}$. Donc cette intégrale juſte & préciſe ſera $t=\frac{QAHP-QAGE}{AQ}=\frac{PHGE}{AQ}$. Par conſéquent les tems écoulés (t) du mouvement ici retardé & primitivement & par les réſiſtances ſuppoſées, ſeront entr'eux en raiſon des aires hyperboliques $PHGE$ correſpondantes.

COROLLAIRE XXI.

Puiſque (*Corol.* 20.) $u=\frac{ab-ay}{y}$, & $dt=\frac{-ydu}{b}$; l'on aura pareillement ici $udt=\frac{-abdu+aydu}{b}$; & conſéquemment (en intégrant) $\int udt=-\frac{a}{b}\times bu+\frac{a}{b}\times\int ydu+$

$+q = -\frac{a}{b} \times QAGF + \frac{a}{b} \times QAGE + q = -\frac{a}{b} \times EQF + q$: De ſorte que le cas de $\int u\,dt\,(ATVH) = o$, rendant $EQF = PQN$, & réduiſant ainſi la précédente intégrale à $o = -\frac{a}{b} \times PQN + q$, d'où réſulte $q = \frac{a}{b} \times PQN$; cette intégrale préciſe ſera $\int u\,dt = \frac{a}{b} \times PQN - \frac{a}{b} \times EQF = \frac{a}{b} \times PEFN$. Donc (*Lem.* 2.) la fraction $\frac{a}{b}$ étant conſtante, les eſpaces ici parcourus pendant les tems écoulés $\frac{PHGE}{AQ}$ (t) en vertu des viteſſes (*Corol.* 20.) reſtantes AG ou TV (u) malgré les réſiſtances ſuppoſées, ſeront entr'eux comme les aires hyperboliques $PEFN$ correſpondantes.

COROLLAIRE XXII.

Si l'on imagine encore comme dans le Corol. 18. un corps de peſanteur conſtante qui, en tombant en ligne droite dans un milieu ſans réſiſtance, lui donneroit des viteſſes qui ſeroient comme les tems écoulés depuis le commencement de ſa chute; & en remontant par la même ligne dans ce milieu en vertu de quelque reflexion ou d'une force de projection de bas en haut, ne lui en laiſſeroit qu'en raiſon des tems à écouler juſqu'à leur entiére extinction : Que l'un & l'autre de ces mouvemens ſoient faits dans un milieu réſiſtant en raiſon de leurs viteſſes actuelles aquiſes ou reſtantes; & que la viteſſe de reflexion ou de projection de bas en haut du mobile, ſoit à ſa terminale, c'eſt à dire (*Corol.* 9. *Prob.* 1.) à la plus grande qu'il pût jamais aquerir dans ce milieu : : AH (c). AB (a). FIG. XV.

Soit encore l'hyperbole équilatere PQK entre les aſymptotes orthogonales BH, BK, & rencontrée encore auſſi en P, Q, par HP, AQ, paralleles à BK. De l'origine A, ſoient deux indéterminées quelconques AG, AL, priſes ſur les déterminées AH (c), AB (a); & aprés avoir fait les ordonnées GE, LD, qui rencontrent l'hyperbole en E, D, ſoit NZ parallele à HB par le point Q, & qui ſoit

rencontrée en *N*, *F*, *M*, *Z*, par les paralleles *HP*, *GE*, *LD*, *BK*.

Il suit des deux derniers Corol. 20. 21. & des Corol. 12. 13. du Prob. 1. que si l'on prend l'aire hyperbolique *PHGE* pour le tems ou la durée de l'ascension verticale du mobile, & *QALD* pour le tems ou la durée de sa chute par la même ligne; les espaces qu'il parcourra pendant ces tems nonobstant les résistances supposées du milieu à traverser, seront entr'eux comme les aires *PEFN*, *DQM*, correspondantes: de maniere que ce qu'il en parcourra en montant pendant les tems *PHGE*, sera à ce qu'il en parcourra en descendant pendant le tems *QALD*: : *PEFN*. *DQM*. Et si l'on suppose l'ascension faite jusqu'à l'entiére extinction de la vitesse de projection *AH* pendant le tems *PHAQ*; l'espace parcouru en montant jusqu'à cette entiere extinction à fin de ce tems *PHAQ*, sera au parcouru en descendant pendant le tems *QALD*: : *PQN*. *DQM*. De sorte que si l'on prend *LB*. *AB*: : *AB*. *HB*. les tems *PHAQ* & *QALD* se trouvant alors égaux, l'on aura aussi *PQN* & *DQM* pour des espaces parcourus en tems égaux; le premier *PQN* pour le parcouru en montant jusqu'à l'entière extinction de sa vitesse de projection *AH* de bas en haut, & le second *DQM* pour le parcouru en descendant pendant le même tems. Et si l'on prend $DQM = PQN$, ainsi qu'il arrive lorsque $PHLD = HLMN$, ces espaces seront alors égaux; & les aires *PHAQ*, *QALD*, alors inégales, exprimeront les tems employés à les parcourir.

Tout cela s'accorde avec ce que M. Newton en a démontré à sa maniére dans ses Princ. Math, Liv, 2. Sect. 1. Prop. 3. pag. 238. &c,

SCHOLIE.

FIG. XII. Puisque la premiére des deux conditions de ce Problême-ci donne $z = u$, & que sa Solution donne $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{a+u}$ pour l'équation de la Courbe *HUC* des vitesses restantes, qu'on voit dans cette Solution être une logarithmique;

que; l'on aura pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-dz}{a+z}$ pour l'équation de la Courbe *KEC* des résistances instantanées, laquelle par conséquent sera encore cette logarithmique elle-même : c'est à dire que les Courbes *HUC* des vitesses restantes, & *KEC* des résistances instantanées se confondront ici (de même que dans les Prob. 1. & 2.) en une seule & même logarithmique d'une soûtangente $=a$, d'une ordonnée *HB* ou $KB = a + c$, & donc *BC* (perpendiculaire en *B* sur *KF*) sera l'asymptote.

REMARQUE I.

Les équations construites par le moyen de la logarithmique dans les Mem. de 1707. pag. 382. &c. se construiront aussi par le moyen de l'hyperbole, en y employant une Analyse à peu prés semblable à celle qui vient de servir à construire celle du Prob. 1. dans ses Corol. 12. 13. celle du Prob. 2. dans son Corol. 11. & celle du Prob. 3. dans ses Corol. 20. & 21.

REMARQUE II.

Quant aux raports de la pesanteur du mobile aux résistances instantanées du milieu, &c. trouvés ci-dessus pour le Prob. 1. dans la seconde des deux Remarques qui le suivent, cette Remarque faisant assez voir comment on les pourroit aussi trouver ici (*Prob.* 3.) nous n'y en remarquerons qu'un dont nous aurons besoin dans la recherche des Courbes de projection : sçavoir, que la vitesse (u) restante de la verticale (c) de bas en haut à chaque instant, sera toûjours ici à la plus grande (a) que le mobile puisse aquerir (*Cor.* 9. *du Prob.* 1.) en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé, comme la résistance que fait ce milieu à cette vitesse restante de bas en haut, est à la pesanteur constante de ce mobile. En effet les hypothêses du present Prob. 3. donnant $z = u$, & $dv = -dt$ suivant le Corol. 3. du Lem. 1. dans l'équation generale $\frac{dt}{a} = \frac{dr}{z}$ du Corol. 1. de ce Lemme; cette équation générale se

réduit ici à $\frac{-dv}{a} = \frac{dr}{u}$: ce qui suivant la Remarq. 1. sur le Prob. 1. donne le raport précédent.

Ce seroit ici le lieu de démontrer tout ce que M. Hughens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur *dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des vitesses actuelles des corps mûs, comme l'est ci-dessus tout ce que M. Newton, M. Leibnitz, & M. Wallis en ont démontré à leurs maniéres; mais ce sera pour un autre Memoire, celui-ci étant déja assez long. Aprés cela nous démontrerons, & en plusieurs maniéres, les Courbes de projection de cette hypothèse pour passer ensuite à d'autres.*

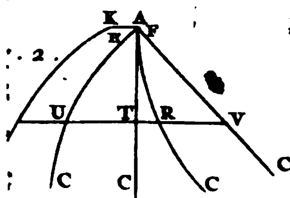
DESCRIPTION D'UN NOUVEAU BAROMETRE

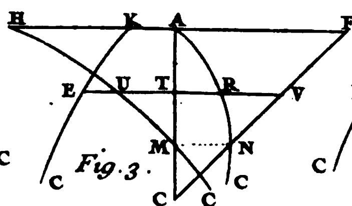
Pour connoître exactement la pesanteur de l'air, avec quelques remarques sur les Barometres ordinaires.

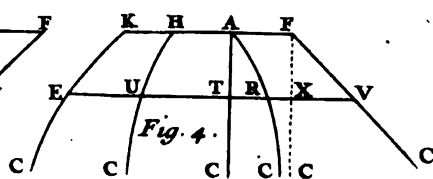
PAR M. DE LA HIRE.

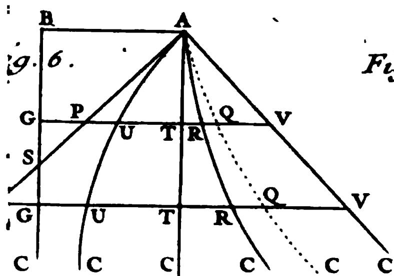
1708. 21. Mars. DAns les recherches de Physique on a tres-souvent besoin de connoître exactement la pesanteur de l'air, telle qu'elle est en un certain tems dans quelque lieu, & on ne peut le sçavoir assûrément que par le moyen des Barometres. Mais dans les Barometres simples dont on se sert ordinairement & qui paroissent les plus justes, on ne sçauroit connoître bien exactement cette pesanteur, à cause du peu de hauteur de Mercure qui répond à une grande hauteur d'air.

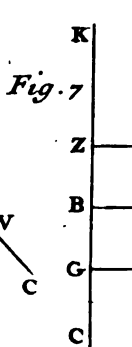
Car pour ce qui est de la chaleur qui dilate l'air ou du froid qui le resserre, ce ne sont que des accidens particuliers dans quelque espace particulier sur la surface de la terre, lesquels n'augmentent ou ne diminuënt pas l'effet

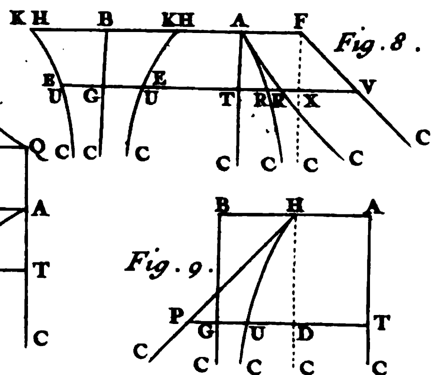

. 2 .
K A
E F
U T R V
C C C C

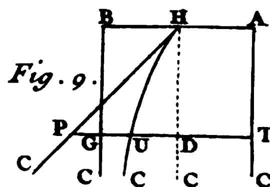

H K A F
E U T R V
M N
Fig. 3.
C C C C C

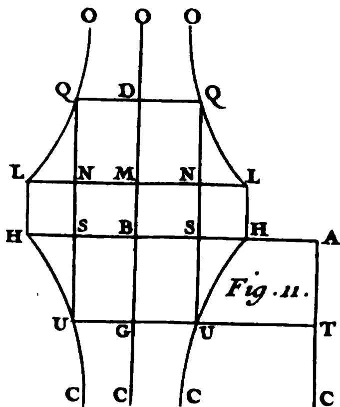

K H A F
E U T R X V
Fig. 4.
C C C C C C

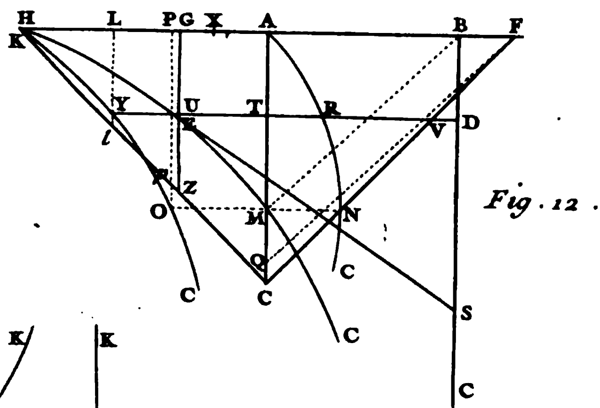

B A
g. 6.
G P Q V
U T R
S
Q V
G U T R
C C C C C C

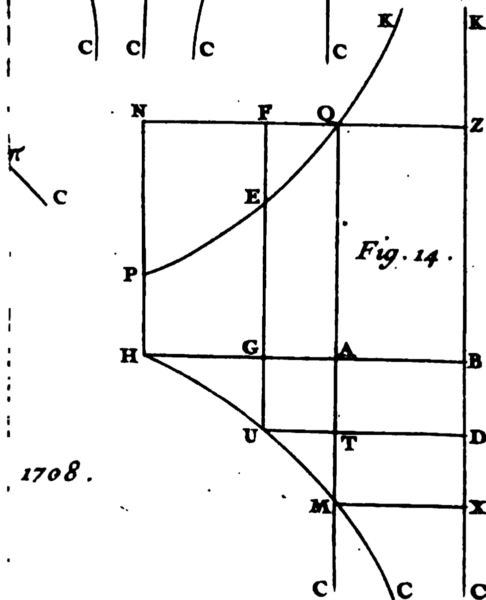

Fig. 7
K K
D
Z M Q
B L A
G U T
C C C


K H B KH A F
Fig. 8.
E
U G U T R R X V
C C C C C C C C C

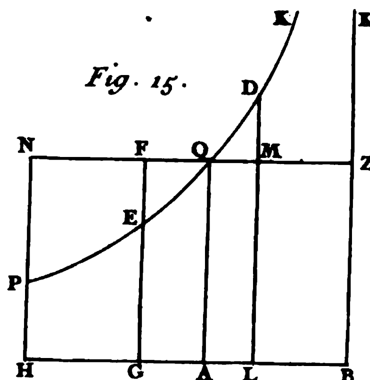

B H A
Fig. 9.
P
G U D T
C C C C C

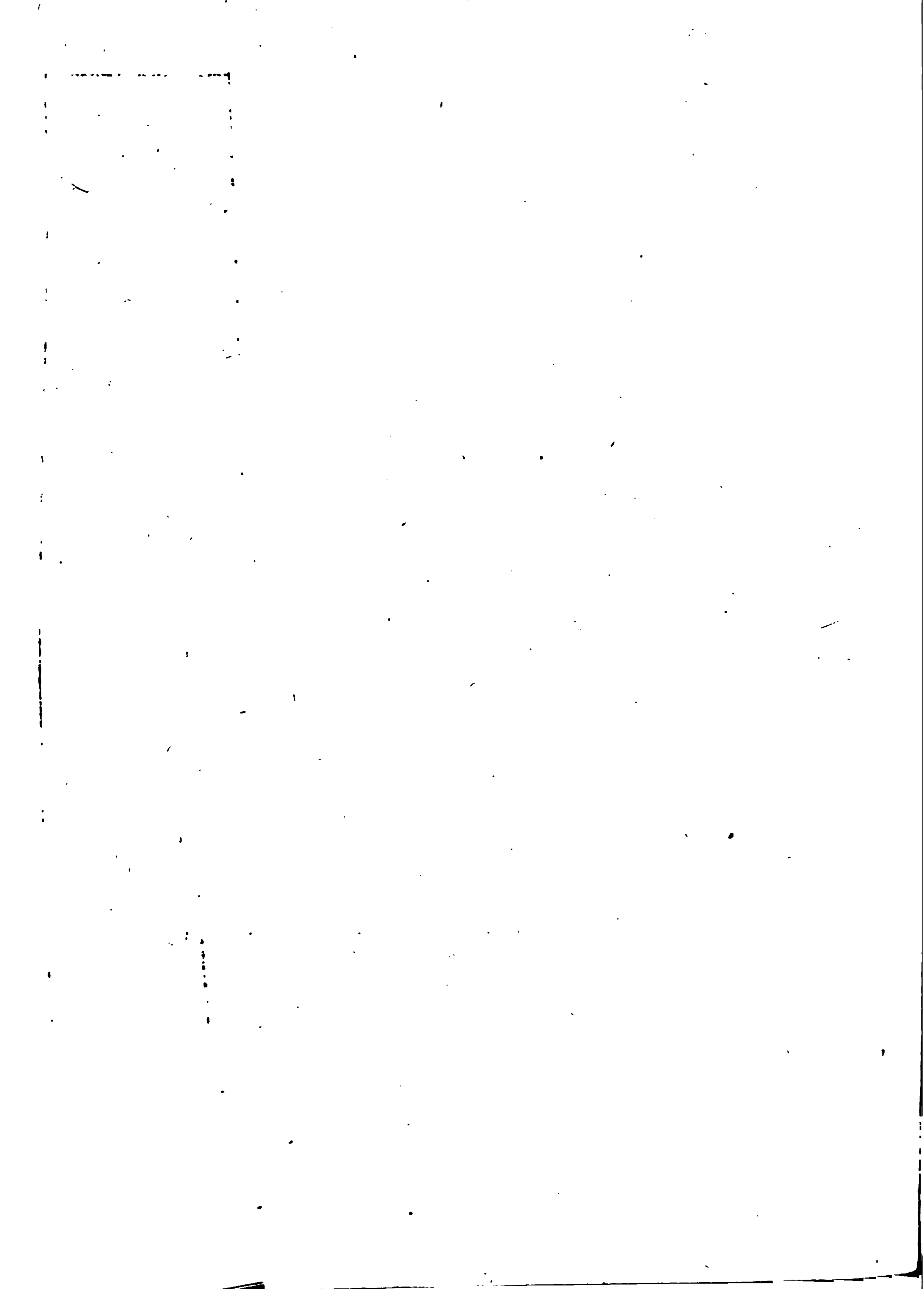

O O O
Q D Q
L N M N L
H S B S H A
Fig. 11.
U G U T
C C C C


H L PG X A B F
K
Y U T R
V D
l
Z
O M N
Fig. 12.
Q
C C C
S
C
C


K K
N F Q Z
E
Fig. 14.
P
H G A B
U T D
M X
C C C

1708.


K K
Fig. 15.
D
N F Q M Z
E
P
H G A L B



de la pesanteur de toute la masse de l'air, comme on peut le démontrer par ce qui suit.

Soit la phiole *A* avec le tuyau recourbé *BD* qui y est attaché par le dessous en *B*; & soit aussi le petit tuyau capillaire *EF* qui y est attaché par le dessus. Si l'on verse du Mercure par l'ouverture *D* du tuyau *DB*, il entrera dans la phiole, & il s'y mettra à même hauteur que dans le tuyau *BD*, l'air pouvant sortir par le tuyau *EF*, & quand il y en aura un peu dans la phiole, on scellera l'extrémité du petit tuyau. FIGURE I.

Maintenant si l'on plonge la phiole *A* dans de l'eau tiede ou un peu chaude, l'air qui y est renfermé s'y dilatera, & le mercure montera dans le tuyau *BD*, comme en *G* par la force des ressorts de l'air dilaté, & il descendra un peu comme à la hauteur *HH* dans la phiole, ensorte que cette dilatation lui fera soûtenir une hauteur de Mercure *HG*; & si quelque corps étoit renfermé dans l'air de la phiole, il seroit alors dans un air plus rare qu'il n'étoit auparavant, & cependant ce corps sera plus comprimé qu'il n'étoit; car il le sera au-delà de ce qu'il étoit dans l'air libre, par la pesanteur d'une colonne de Mercure égale à *HG*, puisque cet air dilaté fait le même effort de tous côtés qu'il fait pour soûtenir la colonne de Mercure *HG*, & cela suivant les loix des corps liquides, & il emprunte cet effort des parois de la phiole; mais si cet air plus rare étoit seulement dans quelque espace libre autour de la terre, il faudroit le considerer comme étant renfermé dans un air moins rare qui l'environne, & dont il emprunteroit son effort, lequel ne pourroit être qu'égal à celui de l'air qui est aux côtés & au dessus, & dans ce cas les corps renfermés dans cet air plus rare ne seroient pas plus comprimés que s'ils étoient à la même hauteur dans l'air moins rare.

Mais pour connoître exactement le poids de l'air dans un certain lieu & dans un certain temps par le moyen du Barometre, on en a inventé plusieurs qui donnent des differences bien plus sensibles que le Barometre simple;

mais il me ſemble qu'il n'y en avoit point de plus commode ni de plus juſte que celui de M. Hugens qu'on appelle ordinairement le Barometre double, peut-être à cauſe des deux tuyaux & des deux boëtes ou phioles qui le compoſent. M. Hugens en donna la deſcription dans le Journal des Sçavans de l'année 1672. comme il ſuit:

FIG. II. » Ce Barometre eſt compoſé de deux boëtes cylindri-
» ques de verre *A* & *B* d'égale groſſeur ou diametre de 14
» à 15 lignes, & d'un pouce de haut. Ces boëtes ſont join-
» tes par un tuyau *ER* de même matiere, & de deux lignes
» de diametre par l'interieur. Ce tuyau eſt recourbé par le
» bas en *R*, où il ſe joint à la boëte *B*. Au deſſus de cette
» boëte il s'éleve un autre tuyau *CD*, dont le diametre in-
» terieur ne doit être qu'un peu plus d'une ligne.

» Il doit y avoir entre le milieu de la boëte *A* & de la
» boëte *B* environ 27 pouces ½.

» On emplit d'abord la boëte *A* & le tuyau *ER* avec du
» mercure en le tenant panché, & ayant fait ſortir tout
» l'air qui y étoit renfermé avec le mercure, on le redreſſe
» pour le mettre dans la ſituation verticale où il doit de-
» meurer, la boëte *A* étant en haut & la boëte *B* étant
» embas. Alors le mercure doit demeurer dans la boëte *A*
» vers ſon milieu, comme auſſi dans la boëte *B*, & entre les
» deux ſurfaces du mercure dans les deux boëtes il y aura
» la même difference de hauteur que dans les Barometres
» ſimples, ce qui montre la peſanteur de l'air par rapport
» au mercure ſuſpendu dans la boëte *A* au deſſus de celui
» de la boëte *B*.

» Enſuite on verſe par le tuyau *D* de l'eau commune,
» dans laquelle on aura mêlé un ſixiéme d'eau forte pour
» l'empêcher de geler en hyver, ou quelqu'autre liqueur
» laquelle ſoit teinte de quelque couleur; & l'on en verſe
» juſqu'à ce que la boëte d'embas *B* ſoit tout à fait remplie,
» & que l'eau monte dans le tuyau à peu prés vers ſon mi-
» lieu en *G*, ſuppoſant la peſanteur de l'air moyenne.

Aprés cette conſtruction M. Hugens ajoûte que pour trouver combien les differences marquées par ce Baro-

metre, seront plus grandes que celles que peut faire le Barometre commun, il y a une regle generale, qui est, « que la proportion des differences de ce nouveau Baro- « metre à celles du Barometre commun, est comme qua- « torze fois le quarré du diametre des boëtes, à une fois ce « même quarré plus vingt-huit fois le quarré du diametre « du tuyau qui contient l'eau. Mais comme M. Hugens ne dit rien davantage de cette regle, & qu'il y a quelques remarques à y faire, j'en donneray icy la démonstration.

Premierement il est évident que lorsque le mercure est à la hauteur A dans la boëte A, & en B dans la boëte B, & l'eau en G dans le tuyau CD, la hauteur BG d'eau qu'on suppose peser seulement la quatorziéme partie de celle du mercure, pese sur le mercure en B comme du mercure égal en hauteur à un quatorziéme de BG. C'est pourquoy si l'on prend la hauteur BF au dessus de B laquelle soit la quatorziéme partie de la hauteur BG de l'eau, on aura la hauteur F comme si le mercure étoit dans la boëte B à la hauteur F, & qu'il n'y eût point d'eau: Ainsi la hauteur AF representera la veritable hauteur du mercure pesant autant que toute la hauteur de l'atmosphere qui pese sur G.

Ce sera la même chose pour toute autre hauteur de l'eau au dessus du mercure de la boëte B, comme si l'eau se trouvoit élevée en M, & le mercure en L dans la boëte A, & en H dans la boëte B; alors la veritable pesanteur de l'atmosphere seroit representée par la hauteur HL du mercure dans les deux boëtes moins la hauteur HI égale à la quatorziéme partie de la hauteur HM, & cette hauteur de mercure seroit LI.

Maintenant pour déterminer le rapport qu'il y a entre la difference des deux hauteurs de mercure AF & LI qui répondent aux hauteurs de l'eau en G & en M, & la difference des hauteurs de l'eau GM.

Soit le diametre de la boëte A ou B égales entr'elles $=a$, & le diametre du tuyau $CD=d$; on aura donc $AF=BA-\frac{BG}{14}$.

Par la même raison on aura $LI = LH - \frac{HM}{14}$.

Mais la quantité d'eau qui étoit contenuë dans la boëte B depuis la hauteur BB jusqu'en HH, a occupé la hauteur GM dans le tuyau ; c'est-pourquoy comme le quarré du diametre de la boëte B est au quarré du diametre du tuyau CD, ainsi la hauteur GM est à la hauteur BH, ce qui est $aa : dd :: GM : BH = \frac{ddGM}{aa}$ = aussi à AL.

Mais LH sera $= BA - 2AL$, ce qui est $BA - \frac{2ddGM}{aa}$.

Donc la difference entre AF & LI sera $BA - \frac{BG}{14} - BA + \frac{2ddGM}{aa} + \frac{HM}{14}$, ce qui se réduit à $\frac{2ddGM}{aa} - \frac{BG}{14} + \frac{HM}{14}$. Mais $HM - BG = GM - BH$, ou bien $= GM - \frac{ddGM}{aa}$.

Donc enfin $\frac{2ddGM}{aa} + \frac{GMaa - ddGM}{14aa}$, ou bien réduisant $\frac{27ddGM + aaGM}{14aa}$ = à la hauteur du mercure, representant la difference de pesanteur de l'atmosphere quand l'eau est en G & ensuite en M.

Mais le rapport de GM hauteur de l'eau, à cette hauteur de mercure qui lui répond, sera

$GM : \frac{27ddGM + aaGM}{14aa}$, ou bien $14aa : 27dd + aa$.

La regle de M. Hugens donne $14aa : aa + 28dd$.

Mais M. Hugens dit qu'il compare le changement de la hauteur de l'eau GM dans le tuyau CD au changement de la hauteur du mercure dans le Barometre simple. Et voicy comme il faut le déterminer.

FIG. III. Si l'on suppose dans le Barometre simple que la boëte B soit de même grosseur que celles du Barometre double, & que le tuyau CD soit aussi de même grosseur dans l'un & dans l'autre ; car si ces tuyaux & ces boëtes n'étoient pas de même grosseur, on ne pourroit pas en faire une comparaison constante. C'est-pourquoy dans cette supposition si le mercure est d'abord en G dans le tuyau & en BB dans la boëte, & qu'ensuite dans une autre pesan-

teur de l'air il descende dans le tuyau jusqu'en NN, & qu'il remonte dans la boëte jusqu'en OO, on aura la difference des hauteurs GB, NO pour la vraïe difference du mercure, qui répond aux deux hauteurs de l'atmosphere dans ces deux états du mercure, ce qui est $GN + BO$.

Mais on trouve la hauteur BO dans les suppositions précedentes, en faisant $aa : dd :: GN : BO = \frac{GNdd}{aa}$. Ainsi le vrai changement de pesanteur de l'atmosphere sera à l'apparent GN, comme $GN + \frac{GNdd}{aa}$ à GN, ou bien comme $GNaa + GNdd$ à $GNaa$, ou bien enfin comme $aa + dd$ à aa.

Et pour rapporter le vrai changement de pesanteur de l'atmosphere à l'apparent du Barometre double au simple, on fera $aa + dd : aa :: aa + 27dd : \frac{a^4 + 27aadd}{aa + dd}$.

On aura donc $14aa : \frac{a^4 + 27aadd}{aa + dd}$, ou bien $14aa + 14dd : aa + 27dd$ pour le raport de changement du Barometre double au simple, ce qui est encore plus éloigné de la regle de M. Hugens, que si l'on supposoit qu'il eût comparé les changemens de l'eau de son Barometre au veritable changement de l'atmosphere dans le Barometre simple, ce qu'il paroît avoir entendu.

Mais comme le rapport que nous avons trouvé entre la hauteur de l'eau dans le tuyau du Barometre double, & la vraie hauteur du mercure qui represente la pesanteur de l'atmosphere, ne renferme que les grosseurs de la boëte & du tuyau, il s'ensuit que ce rapport sera le même pour toutes les differentes hauteurs de l'eau dans le même Barometre, supposant les diametres des boëtes & du tuyau parfaitement égaux dans toute leur hauteur.

Ce Barometre double est fort commode dans l'usage, en ce qu'il donne les changemens de pesanteur de l'atmosphere bien plus sensiblement que les simples; & si on le construit suivant les dimensions & de la maniere que le propose M. Hugens, il sera environ 12 fois plus sensible que le simple. Cependant on doit remarquer que l'e-

tes *B* & *A*, mais il montera dans *A* quand il descendra dans *B* & au contraire.

Dans les changemens de hauteur de mercure ou de pesanteur d'air, il est évident que la liqueur inferieure *GB* agira comme dans le Barometre double, mais par les loix suivantes.

Soit dans une pesanteur de l'atmosphere le mercure en *A* & en *B* dans ses boëtes, la liqueur inferieure en *G* & la superieure en *K* dans sa boëte. Il est évident par les suppositions que si l'on prend *BF* égale à un quatorziéme de *BK*, une hauteur de mercure *AF* sera celle qui répond à la pesanteur de l'atmosphere qui pese sur *K*.

Mais ensuite si l'atmosphere devient plus legere, & que la liqueur inferieure monte de *G* en *M*, la liqueur *K* montera en *N*, & elle s'élevera de la hauteur *KN* qu'on déterminera en faisant dans les suppositions précedentes $aa : dd :: GM : KN = \frac{GMdd}{aa}$, & cette hauteur *KN* est égale à l'élevation *BH* du mercure dans la boëte *B*, & à sa descente *AL* dans la boëte *A*.

Maintenant si l'on prend *HI* égale à *BF* égale à $\frac{1}{14}$ de *HN*, la pesanteur de l'atmosphere sera representée par la hauteur *LI* du mercure, & les pesanteurs de l'atmosphere dans ces deux états de la liqueur en *G* & en *M*, seront representées par les hauteurs de mercure *AF* & *LI*.

Mais puisque *HI* est égale à *BF*, aussi *FI* est égale à *BH* égale à *LA*; donc la difference des differentes hauteurs du mercure *AF*, *LI*, est égale à $2BH = \frac{2GMdd}{aa}$ qui répond au changement de la hauteur apparente *GM* de la liqueur.

Donc enfin on aura le raport *GM* difference apparente : $\frac{2GMdd}{aa}$ hauteur du mercure qui represente le changement de la hauteur de l'atmosphere, ce qui est aussi $aaGM : 2GMdd$, ou bien $aa : 2dd$.

La simplicité de ce raport nous fait voir que la cons-

truction de ce Barometre est fort facile pour lui faire faire tel effet qu'on voudra: Par exemple, si l'on veut que le tuyau *CD* ait son diametre interieur de 1 ligne, ce qui suffit à cause que ce petit tuyau sera toûjours plein de liqueur, mais ce n'est pas de même quand il y a de l'air sur la liqueur, on aura pour son quarré 1, ce qui doit être égal dans le raport trouvé cy-devant, à dd; & par consequent $2 = 2dd$. Et si l'on veut que ce Barometre montre les changemens de l'atmosphere 40 fois plus sensiblement que le mercure ne les montreroit par ses differentes hauteurs vraïes, & non-pas apparentes comme dans le Barometre simple où il faut faire une correction, on multipliera 2 par 40, ce qui donne 80 pour le terme aa, dont la racine quarrée est 9 lignes un peu moins $= a$, qui doit être le diametre des boëtes *ABK*, car on a $40 : 1 :: aa : 2dd$ ou 2 seulement. Mais alors il faudra que la hauteur du tuyau *CD* soit de 80 pouces, afin que la liqueur inferieure du tuyau y ait un mouvement qui réponde à 3 pouces de mercure pour le changement de hauteur de l'atmosphere, & que la distance entre le milieu des boëtes *A*, *B* soit de 30 pouces $\frac{1}{2}$.

Mais si l'on veut que les changemens de pesanteur de l'atmosphere n'y soient pas plus sensibles que dans celui de M. Hugens qui est environ de 12 pouces pour un pouce de mercure, on aura 24 pour aa, dont la racine est à peu prés 5 lignes qui sera le diametre des boëtes; & alors il n'y aura dans mon Barometre que la neuviéme partie environ du mercure de celui de M. Hugens, ce qui lui donnera encore une facilité pour le transporter, surtout si l'on bouche le haut de la boëte *K* pour arrêter en quelque façon les vibrations du mercure & des liqueurs; & la distance entre le milieu des boëtes ne sera que de 28 $\frac{1}{2}$ pouces.

On voit par cette construction que quelques changemens qui puissent arriver à la pesanteur de l'atmosphere, le mercure de ce Barometre agira toûjours comme celui d'un Barometre simple, qui seroit un seul tube d'égale

grosseur dans sa longue branche & dans celle qui seroit recourbée par le bas, & dont les differentes élevations dans la longue branche & les abbaissemens dans l'autre seroient semblables, & qui n'y feroient que de la moitié de la difference des Barométres simples & ordinaires, supposant que la boëte d'embas de ces Barometres simples fût tres grosse par raport au tuyau montant, afin qu'il n'y eût point de correction sensible pour les changemens de hauteur du mercure dans la boëte. On a fait quelques-uns de ces Barometres avec un simple tuyau recourbé pour y appliquer un cadran avec une aiguille.

On pourra se servir de mon Barometre comme du Barometre simple, en colant sur la boëte d'enhaut & sur celle du bas, une petite bande de papier divisée en demi-lignes, qui marqueront les lignes entieres de la hauteur du mercure qui répond à la pesanteur de l'atmosphere, ensorte qu'on pourra toûjours comparer le vrai changement de l'atmosphere à celui qui sera marqué par la liqueur inferieure. Et au lieu de diviser la hauteur du tuyau *CD* en parties à volonté qui n'ont aucun raport à la pesanteur de l'atmosphere, comme on fait ordinairement, on le divisera en parties qui representeront les hauteurs de l'atmosphere en lignes de mercure, ce qui se pourra faire facilement par les regles précedentes & par l'experience.

Par exemple, ayant trouvé que la difference de la hauteur du mercure dans les boëtes *A* & *B* lorsque l'atmosphere est legere & l'air au moyen état de chaleur, est de 29 pouces 2 lignes; & connoissant le raport de la pesanteur du mercure à celle de chacune des deux liqueurs, & aussi leur raport de pesanteur au mercure suivant leur hauteur, laquelle soit de 2 pouces 2 lignes, on les ôtera des 29 pouces 2 lignes, & le reste sera 27 pouces pour la veritable hauteur du mercure qui marque la pesanteur de l'atmosphere dans cet état & au tems de l'observation. C'est pourquoy on écrira vis à vis du point *M* où se trouve la liqueur inferieure dans son tuyau, cette hauteur de

27 pouces ; & l'on placera aussi sur les boëtes *A* & *B* les deux petites bandes de papier divisées en demi-lignes, ensorte que leur division qui sera à la hauteur du mercure soit marquée de 27 pouces.

Si l'on n'a point d'égard aux changemens de volume des liqueurs & du mercure dans le froid & dans le chaud par raport à l'état moyen, ni aux differentes hauteurs de la liqueur inferieure qui est un peu plus pesante que l'autre, il est évident que le mercure descendra ou montera dans ses boëtes suivant ce que j'en ay dit cy-devant : car les liqueurs qu'on suppose à tres peu prés de poids égal, chargeront toûjours également le mercure de la boëte inferieure. Il ne faudroit donc plus que connoître le mouvement de la liqueur inferieure dans son tuyau par raport au mouvement du mercure dans ses boëtes, ce qui est facile par la regle, puisque ce doit être comme le quarré du diametre des boëtes au double quarré de celui du tuyau. Mais comme il n'est pas aisé de sçavoir ce diametre exactement, quand même on supposeroit que ce seroit des cylindres parfaits, on operera plus justement par experience, si aprés la premiere observation où l'atmosphere étoit legere, on en fait une autre quand elle sera pesante, l'air étant à peu prés dans le même état de chaleur : car on aura sur les divisions des boëtes la hauteur du mercure qui répond à la pesanteur de l'atmosphere, & supposant qu'elle soit d'un pouce, c'est à dire de demi-pouce sur chaque boëte, on marquera la hauteur de la liqueur comme en *Z* à 28 pouces ; & l'on divisera l'espace *MZ* dans le nombre des lignes qui ont été observées pour ces deux points *M* & *Z* qui est icy 12, & l'on continuëra ces mêmes divisions au-dessus de *M* & au-dessous de *Z*, ce qui est facile à entendre. On suppose que le tuyau & les boëtes sont d'égale grosseur dans leur longueur, sinon il faudroit pour une plus grande justesse avoir par experience d'autres points de hauteur de la liqueur dans differentes pesanteurs de l'atmosphere.

On voit par ce qui vient d'être expliqué pour la divi-

ſion, que ſi l'on connoît la veritable hauteur du mercure qui répond dans un tems comme celui qui eſt marqué cy-deſſus, à la peſanteur de l'atmoſphere, il n'y aura d'abord qu'à mettre les petites bandes de papier ſur les boëtes *A* & *B*, & qui y marquent cette hauteur vis à vis la ſuperficie du mercure, & marquer auſſi la même hauteur à côté du tuyau *CD* vis à vis la ſuperficie de la liqueur inferieure, & l'on n'aura que faire de ſçavoir le raport de peſanteur des liqueurs à celle du mercure, & le reſte ſe fera de même.

On obſervera que l'eau ſeconde faite avec un ſixiéme d'eau-forte, eſt au mercure en peſanteur ſuivant les obſervations de M. Homberg comme 1 à 12 à peu prés, ce qui eſt auſſi le raport de l'huile de tartre qu'on met dans les Barometres doubles, comme je l'ay trouvé par l'examen que j'en ay fait; ce qui change un peu les raports que j'ay donnés pour les Barometres doubles, car on aura $12aa$ à $23dd+aa$, au lieu de $14aa$ à $27dd+aa$.

Il ne me reſte donc plus qu'à examiner ce qui doit arriver à mon Barometre par la dilatation & condenſation des liqueurs & du mercure dans le grand froid & dans le grand chaud. Par l'experience que j'ay propoſée cy-deſſus où j'ay pris l'état moyen de la chaleur de l'air, on a trouvé des diviſions dont on pourroit ſe contenter ſi l'on ne demandoit pas une grande exactitude, & d'autant plus que n'y ayant que peu de mercure & peu de liqueur dans les boëtes de ce Barometre, le changement de chaud & de froid au-delà de l'état moyen n'y peut pas apporter une grande difference; cependant on pourra tracer deux lignes paralleles à *MZ* d'un côté & d'autre de *MZ* & tout proche, & y marquer auſſi par experience dans le grand chaud & dans le grand froid les diviſions qui répondront aux hauteurs du mercure des boëtes, & faire auſſi la même choſe pour les diviſions des boëtes; car pour les conſtitutions differentes de l'air entre les extrêmes & le milieu, il ne ſera pas difficile d'en juger.

Enfin on pourra mettre pour la liqueur inferieure de

l'huile de tartre, comme celle des Barometres doubles; & pour la superieure, de l'esprit de vin ou de l'huile de petrole, ce que je crois plus à propos que de mettre de l'esprit de vin au-dessous & de l'huile de petrole au-dessus, à cause que l'huile de tartre change moins de volume que l'esprit de vin par le chaud & par le froid; cependant l'esprit de vin est plus approchant de la pesanteur de l'huile de petrole que de celle de l'huile de tartre. Mais il faudra faire une marque sur la boëte *KN* où est la liqueur superieure dans une certaine disposition de l'air & de l'atmosphere, pour reconnoître dans la suite du tems combien cette liqueur sera diminuée par l'évaporation, & pour y en remettre autant qu'il y en avoit d'abord : mais on peut boucher legerement l'ouverture de cette boëte, ce qui n'empêchera pas l'air d'agir sur la liqueur; & même on peut appliquer un petit tuyau délié au-dessus de cette ouverture, ce qui conservera la liqueur plus long-tems.

Je ne me flatte pas d'avoir prévû tout ce qui peut arriver à cette nouvelle construction de Barometre; car je suis persuadé que l'experience enseignera plusieurs choses qu'il faudra y changer, & qui pourront y être avantageuses.



EXTRAIT DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES ET PHYSIQUES

Faites en Sardaigne & à Malte par le P. Feüillée Mathematicien du Roy.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 31. Mars. LEs vents contraires ayant obligé le Vaiſſeau où s'étoit embarqué le P. Feüillée pour aller aux Indes Occidentales de relâcher en Sardaigne & delà à Malte pour ſe radouber, il a profité de cette occaſion pour y faire diverſes Obſervations Aſtronomiques & Phyſiques qu'il a envoyé à M. le Comte de Pontchartrain.

Il s'eſt ſervi pour obſerver les hauteurs du Soleil & des étoiles d'un quart de cercle d'un pied de rayon diviſé de deux en deux minutes par M. Chapotot, & il s'eſt pourvû avant ſon départ de tous les Inſtrumens neceſſaires pour les Obſervations Aſtronomiques & Phyſiques qu'il a deſſein de faire dans ſes voyages.

Avant ſon départ de Marſeille il plongea un Aræometre ou peſe-liqueur dans l'eau de la mer, enſorte que ſon extremité étoit horizontale avec la ſuperficie de l'eau, & il trouva qu'il peſoit alors 2 onces 3 dragmes 56 grains $\frac{1}{2}$.

Ayant été obligé de relâcher à Toulon, il y fit l'experience de l'Aræometre de la même maniere qu'il avoit fait à Marſeille, qu'il trouva peſer 2 onc. 3 drag. 57 grains.

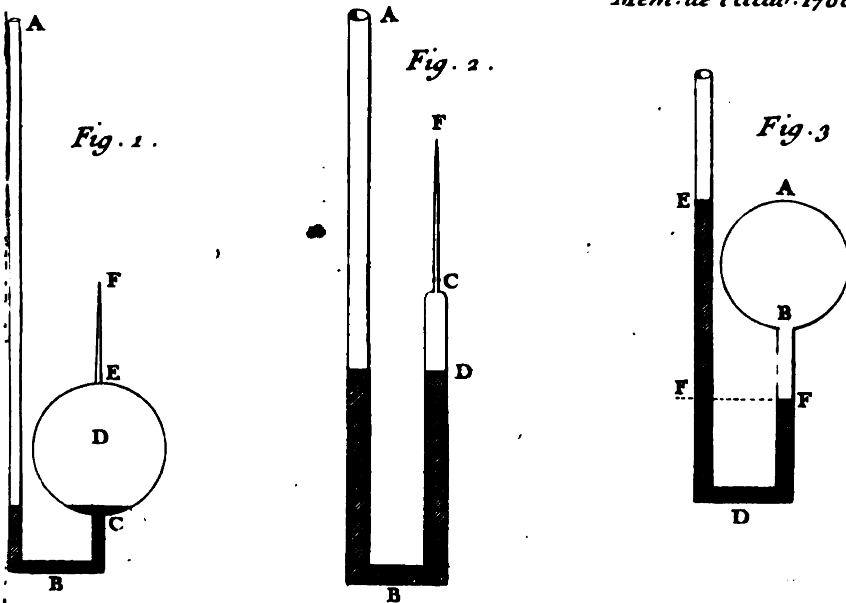
Le 28 Decembre étant à la hauteur de Minorque, un vent furieux d'Eſt les démâta de leurs mâts de Miſaine & de Beaupré, ce qui les obligea de relâcher à l'Iſle de S. Pierre qui eſt à l'Occident de la Sardaigne vers la partie Meridionale de cette Iſle.

Obſervation

1708. Pl 9. pag. 168.

Fig. 2 · Fig. 3 · Fig. 4

Mem. de l'Acad. 1708 pag 288



Observation de la hauteur du Pole de l'Isle de S. Pierre.

Le 4 Janvier 1708.

Hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil par un quart de cercle.	28ᵈ 19′ 50″
Refraction moins la parallaxe.	1 40
Donc hauteur corrigée du bord ſuperieur.	28 18 10
Demi diametre du Soleil.	16 20
Donc hauteur du centre.	28 1 50
Declinaiſon meridionale.	22 49 2
Donc hauteur de l'Equateur.	50 50 52
Et hauteur du Pole.	39 9 8

Cette Obſervation a été faite au milieu de l'Iſle de S. Pierre, qui à ce qu'il rapporte a environ trois lieuës de long, & eſt fort étroite. Cette Iſle ne produit que des Arbriſſeaux, & il ne paroît pas qu'on l'ait cultivée depuis long-temps. Le P. Feüillée y vit les ruïnes d'une ancienne Egliſe où il y avoit une inſcription en Grec, dont les caracteres étoient preſque tous effacés par l'injure des temps.

La latitude que les Cartes les plus modernes donnent à cette Iſle eſt de 34ᵈ 4′ plus meridionale de 20 minutes que celle qui a été déterminée par le P. Feüillée.

Le 16 Janvier.

A la Rade de Cagliari il obſerva la hauteur du mercure dans le Barometre de 27 pouc. 8 lig. $\frac{2}{3}$.

Le Ciel étoit couvert, & les vents étoient au Nord Nord-Oüeſt.

Le même jour à midy la hauteur du Barometre fut obſervée à Paris dans la Tour Occidentale qui eſt au niveau de la grande Salle de l'Obſervatoire de 27 pouc. 8 lig.

Le Ciel etoit ſerein, & les vents à l'Oüeſt.

L'Aræometre plongé dans l'eau de la mer peſoit 2 onces 3 dragmes 58 grains.

Le 18 Janvier.

A ſix lieuës des côtes de la Sicile, ayant obſervé que l'eau de la mer étoit trouble, il plongea dans cette eau l'Aræometre qu'il trouva peſer 2 onc. 3 drag. 58 grains ½.

Obſervations pour la hauteur du Pole de Malte.

Le 21 Janvier 1708 hauteur meridienne de Rigel dans le pied d'Orion.	45ᵈ	31′	30″
Refraction.			58
Donc hauteur corrigée.	45	30	32
Declinaiſon meridionale.	8	35	49
Donc hauteur de l'Equateur.	54	6	21
Et hauteur du Pole de Malte.	35	53	39
Le même jour hauteur meridienne de la luiſante de l'épaule d'Orion.	61	25	30
Refraction.			33
Donc hauteur corrigée.	61	24	57
Declinaiſon meridionale.	7	19	0
Donc hauteur de l'Equateur.	54	5	57
Et hauteur du Pole de Malte.	35	54	3
Le même jour hauteur meridienne de Sirius.	37	46	30
Refraction.		1	15
Donc hauteur corrigée.	37	45	15
Declinaiſon meridionale.	16	21	4
Donc hauteur de l'Equateur.	54	6	19
Et hauteur du Pole de Malte.	35	53	41
Le 22 Janvier hauteur meridienne de Rigel.	45	32	10
Le même jour hauteur meridienne de la luiſante de l'épaule d'Orion.	61	25	30
Le 30 hauteur meridienne de Sirius.	37	45	30
Le 31 hauteur meridienne de la luiſante de l'épaule d'Orion.	61	25	0
Le 1 Fevrier hauteur meridienne de Rigel.	45	32	30
Le 1 hauteur meridienne de Sirius.	37	46	15
Le 2 hauteur meridienne de Sirius.	37	46	15

Le 23 Janvier hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil. 34^d 46′ 50″

Le 24.	35 1 30
Le 26.	35 30 30
Le 27.	35 45 45
Le 29.	36 17 0
Le 6 Fevrier.	38 34 0
Le 14.	41 9 30
Le 15.	41 29 40.

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui réſulte des Obſervations du Soleil, l'on aura la hauteur du Pole de Malte de 35^d 54′ 0″, qui ne s'éloigne que de quelques ſecondes de celle qui réſulte des Obſervations des étoiles fixes.

M. Chazelles dans ſon voyage du Levant avoit déterminé la hauteur du Pole de Malte de 35^d 53′ 30″.

Obſervations des Satellites de Jupiter pour la longitude de Malte.

Le 22 Janvier à 1^h 7′ 44″ du matin Immerſion du 1. Satellite dans l'ombre de Jupiter.

0 18 56 à Paris par le calcul corrigé.

48 48 Difference des meridiens entre Paris & Malte, dont Malte eſt plus Oriental.

Le 14 Fevrier à 1^h 13′ 50″ du matin Immerſion du 1. Satellite dans l'ombre de Jupiter.

0 25 30 à Paris par le calcul corrigé par l'Obſervation précedente.

0 48 20 Difference des meridiens entre Paris & Malte.

En prenant un milieu entre ces differences, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Malte de 0^h 48′ 34″, qui convertis en degrés ſont 12^d 9′ 30″ à quelques ſecondes prés de celle qui réſultoit des Obſervations de M. Chazelles de 12^d 8′ 45″.

Observations de la variation de l'Aimant.

Le 24 Janvier le P. Feüillée ayant tracé une meridienne sur une pierre horizontale, y appliqua une grande boussole de bois dont l'éguille à 10 pouces & 9 lignes de longueur tres-vive, & il trouva la variation de l'Aimant de 10^d 25′ Nord-Oüest. Il la trouva de même avec une boussole de cuivre dont l'éguille n'a que quatre pouces de longueur.

Le 27 du même mois il traça une autre ligne meridienne sur la même pierre, & trouva la declinaison de l'Aimant de même que dans les Observations précedentes.

Observations du Barometre.

Le 23 Janvier à 9^h 30′ du matin la hauteur du mercure dans le Barometre fut trouvée de 27 pouces 11 lignes. Le Ciel étoit couvert de foibles nuages, & le vent Nord-Oüest.

Le même jour à midy la hauteur du Barometre fut observée à Paris de 27 pouces 6 lignes, le Ciel couvert, & le vent Sud-Oüest.

Le 28 à 10^h 30′ du matin la hauteur du Barometre fut observée de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, le vent au Sud, & foibles nuages.

Le même jour à midy hauteur du Barometre à Paris de 27 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, le tems étant serein, & l'air tranquille.

Le 10 Fevrier au matin le vent étant au Nord & le Ciel serein, il observa la hauteur du Barometre de 27 pouces 10 lignes.

Le même jour à Paris tranquille, la hauteur du Barometre fut observée à midy de 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$.

Observations de l'Aræometre.

L'Aræometre plongé dans l'eau de la mer pesoit 2 on-

ces 3 dragmes 57 grains. Ayant ensuite filtré par trois fois l'eau de la mer au travers d'un sable fait d'une pierre du païs, ensorte que cette eau perdit beaucoup de son goût amer & salé, il y plongea l'Aræometre qu'il trouva peser 2 onces 3 dragmes 58 grains ½.

Ayant plongé l'Aræometre dans l'eau de la Fontaine qui est au milieu de la ruë des Marchands, il pesoit 2 onces 3 dragmes 19 grains ½.

Il fit la même experience dans l'eau de la Cîterne qui est dans la maison de M. le Commandeur de l'Encelot, & il trouva que l'Aræometre pesoit 2 onces 3 drag. 19 grains.

Il paroît par ces Observations que le P. Feüillée ne neglige rien de ce qui peut être utile aux Sciences, ce qui fait connoître l'avantage que l'on retirera des Observations qu'il doit faire dans la suite de son voyage dans des païs dont l'on n'a jusqu'à present que tres-peu de connoissance.

REFLEXIONS

SUR LA VARIATION DE L'AIMANT,

Observée par le sieur Houssaye Capitaine Commandant le Vaisseau l'Aurore pendant la Campagne des Indes Orientales faite par l'Escadre des Vaisseaux commandée par M. le Baron de Pallieres en 1704 *&* 1705.

PAR M. CASSINI le fils.

MOnsieur Clairambaut Commissaire Ordonnateur de la Marine à l'Orient, a envoyé depuis peu à M. le Comte de Pontchartrain suivant les ordres qu'il en avoit reçû, un Memoire des Observations de la variation de l'Aimant qui ont été faites par le sieur Houssaye pendant la Campagne des Indes Orientales en 1704 & 1705. 1708. 25. Avril.

Cet Officier qui s'eſt acquis une grande experience dans la navigation dans les huit voyages qu'il a faits aux Indes Orientales, a rapporté non-ſeulement les Obſervations qu'il a faites dans ſon dernier voyage; mais il les a auſſi comparées à celles qu'il avoit fait dans les précedens en pluſieurs lieux, pour faire voir l'augmentation ou la diminution qui arrive par la ſuite des temps dans les variations de l'Aimant. Il a eu ſoin auſſi de marquer les Obſervations qu'il a faites à la vûë des Caps, Iſles & Côtes qui ſe ſont rencontrées dans ſa route, & il a averti qu'il s'étoit ſervi des Cartes réduites de Pitre Goos, où le premier meridien paſſe par le Pic de Tenerif.

Comme nous avions un exemplaire de la Carte des Indes Orientales de cet Auteur, cela nous a donné la commodité de comparer exactement ſes Obſervations avec les variations qui ſont marquées dans la Carte de M. Halley, ayant égard à la difference des longitudes qu'il y a entre ces deux Cartes.

Aux Côtes de France au départ du Port-Loüis la variation de l'Aimant fut obſervée de 5 degrés Nord-Oüeſt. Elle eſt marquée dans la Carte des variations de M. Halley de $6^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüeſt.

A 357^d de longitude & 22^d de latitude ſeptentrionale, on obſerva que la variation étoit nulle. Elle eſt marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $1^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüeſt.

A 353^d $45'$ de longitude & 16^d $30'$ de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $2^d \frac{1}{2}$ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans la Carte des variations de $3^d \frac{1}{2}$ Nord-Eſt.

A 354^d $0'$ de longitude & 18^d de latitude meridionale, la variation fut obſervée de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Eſt. Elle eſt marquée dans la Carte des variations de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Eſt.

Cette variation de $3^d \frac{1}{4}$ Nord-Eſt a continué juſqu'au 23e degré de latitude meridionale, la longitude étant la même de 354^d. Elle eſt marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $4^d \frac{3}{4}$ Nord-Eſt.

Le ſieur Houſſaye remarque que dans ces endroits l'on

a trouvé en 1682, 11 degrés de variation Nord-Est qui a diminué peu à peu, de sorte qu'elle n'excede pas à present 4 à 5 degrés.

La plus grande variation qu'il a trouvé du côté du Nord-Est dans cette Campagne a été de 6 degrés, la longitude étant de 357^d & la latitude meridionale de 28 degrés. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu moins de 5^d Nord-Est. Cette variation diminuë en faisant route vers l'Est, & passe ensuite au Nord-Oüest; de sorte qu'il y a à present 9 à 10^d de variation Nord-Oüest à la vûë du Cap de bonne Esperance, & de toute la côte d'Angolle jusqu'à Bengale située sur la côte Occidentale de l'Afrique à 12^d 30′ de latitude meridionale. Cette variation est marquée à peu prés de même dans la Carte de M. Halley. Dans cet endroit les lignes qui marquent les degrés de variation coupent presque perpendiculairement l'Equinoxial, & peuvent servir à trouver assez exactement la longitude du lieu où l'on a observé la variation.

Sur le banc des Aiguilles du côté de l'Oüest la variation fut observée de 12^d Nord-Oüest, & du côté de l'Est de ce banc de 13^d $\frac{1}{2}$ à 14^d. Cette variation est à peu prés de même que celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley. Le sieur Houssaye remarque qu'en l'année 1680 la variation n'étoit au Cap de bonne Esperance que de 7 à 7^d $\frac{1}{2}$ Nord-Oüest, & qu'elle a toûjours été depuis en augmentant de même que sur le banc des Aiguilles.

Dans tout le Canal de Mosambicq depuis les 25 dégrés de latitude meridionale aux environs de Basse d'Inde & à la vûë de la Baye de S. Augustin dans l'Isle de Madagascar, l'on y trouve 22 à 23 degrés de variation Nord-Oüest; l'on n'en trouvoit en 1682 que 18 à 19 degrés. La variation de l'Aimant est marquée dans la Carte de M. Halley pour l'année 1700 à Basse d'Inde de 20 $\frac{2}{3}$, & à la Baye de S. Augustin de 21^d $\frac{3}{4}$ un peu moins que celle que l'on a observée en 1704, ce qui doit arriver à cause de l'augmentation annuelle que l'on observe à cet endroit dans la variation de l'Aimant.

A la vûë de l'Isle de Jean de Noüa la variation fut observée de 22^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^d \frac{1}{3}$ Nord-Oüest.

A la vûë des Isles Mayotte, Amzuam & Moëly, la variation fut observée de 20^d 30′ Nord-Oüest. Il n'y en avoit autrefois que 18^d. Elle est marquée dans la Carte des variations d'environ 20^d Nord-Oüest.

Sous la ligne à 70^d de longitude la variation fut observée de 16^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $17^d \frac{2}{3}$ Nord-Oüest.

A 87^d de longitude & 15^d de latitude septentrionale la variation fut observée de 10^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 12^d Nord-Oüest.

A la vûë de Canara à 16^d 30′ de latitude septentrionale & tout le long de la côte de Malabar la variation fut observée de 6^d 30′ Nord Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations le long de cette côte d'environ 8^d Nord-Oüest.

Au Cap de Comorin la variation fut observée de 7^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $7^d \frac{2}{3}$ Nord-Oüest.

A la vûë & proche de la pointe de Galle en l'Isle de Ceilon la variation fut observée de $5^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $6 \frac{1}{2}$.

Prés de la côte de Coromandel la variation fut observée de 5^d Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations.

Aux Isles d'Andaman & de Nicobare la variation fut observée de 3^d Nord-Oüest, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations.

A la vûë de l'Isle Diego Rodrigue la variation fut observée de 16^d 30′ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 19^d Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Maurice la variation fut observée de 21^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $20^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A la vûë de l'Isle Bourbon la variation fut observée de

de $21^d \frac{1}{2}$ à 22^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de 21^d Nord-Oüest.

A 74^d de longitude & 25^d de latitude meridionale la variation fut observée de $23^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de $22^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

A $72^d 45'$ de longitude & $27^d 15'$ de latitude meridionale la variation fut observée de $24^d 30'$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations de prés de 23^d Nord-Oüest.

L'on a continué d'observer cette variation de même de $24^d 30'$ Nord-Oüest, jusqu'à $65^d 45'$ de longitude & $33^d 10'$ de latitude meridionale, où elle est marquée dans la Carte des variations de $23^d \frac{1}{2}$ Nord-Oüest.

L'on observa ensuite que la variation alloit toûjours en diminuant faisant route pour le banc des Aiguilles ou vers le milieu à 35^d 30 à 45 minutes de latitude, l'on trouve à present la variation de 13^d Nord-Oüest ; & à la vûë & dans la Baye du Cap de bonne Esperance, & comme l'on a dit cy-dessus le long de la côte d'Angole $9^d \frac{1}{2}$ à 10^d Nord-Oüest. Dans la Carte de M. Halley au milieu du banc des Aiguilles la variation y est marquée de 12^d, au Cap de bonne Esperance d'un peu plus de 10^d, & le long de la côte d'Angole de $9^d \frac{1}{2}$ à 10 degrés.

En faisant route pour l'Isle de Sainte Heleine la variation diminuë peu à peu, de sorte qu'à la vûë de cette Isle du côté de l'Est l'on y trouve 1^d ou $1^d \frac{1}{2}$ de variation Nord-Oüest. Dans la Carte des variations elle est marquée d'un peu plus de 1^d Nord-Oüest.

A l'Isle de l'Ascension il n'y a point de variation, ou au plus un degré Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations d'un tiers de degré Nord-Est.

Faisant route pour France en passant la ligne à 357 à 358 degrés de longitude, l'on ne trouve point de variation. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations de $\frac{1}{2}$ degré Nord-Est.

L'Aiguille commence à décliner vers le Nord-Oüest en approchant des Isles Açores, ou à la vûë des Isles Cor-

ve & Flore il y a 4^d à 4^d 30′ de variation Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte des variations à la vûë de ces Isles de $5^d \frac{1}{3}$ Nord-Oüest.

Si l'on approche de Terre-neuve la variation augmente jusqu'à 7 à 8 degrés, & enfin à la côte de Bretagne il y a 5 degrés de variation Nord-Oüest, de même qu'on l'a observé en partant du Port-Loüis.

Plusieurs de ces Observations s'accordent exactement à celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, & la plûpart n'en different que d'environ un degré ; ce qui doit paroître d'une assez grande précision, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a d'observer les variations sur mer avec beaucoup d'exactitude.

Cette difference peut venir aussi en partie de la variation annuelle que l'on observe dans la declinaison de l'Aiman, qui augmente dans des endroits & diminuë en d'autres, comme il paroît par ces Observations. Car à 354^d de longitude & 20^d de latitude meridionale la variation qui est Nord-Est a diminuë en 22 années depuis onze jusqu'à 5 degrés. Au Cap de bonne Esperance la variation Nord-Oüest y a augmenté en 24 ans de 2 à 3 degrés ; & dans le Canal de Mozambique prés de la Baye de S. Augustin, elle y a augmenté en 22 années de 4 à 5 degrés.

Les variations de l'Aiman & les changemens qui y arrivent n'étant fondez jusqu'à present que sur l'experience, l'on a besoin d'un grand nombre d'Observations faites exactement en divers lieux, & en des temps éloignez l'un de l'autre, pour établir dessus quelques regles certaines qui puissent dans la suite être utiles à la navigation.

Nous avons eu l'honneur de le representer à M. le Comte de Pontchartrain, qui a bien voulu donner des ordres aux Intendants & aux Commissaires Ordonnateurs de la Marine, de lui remettre les Memoires des Observations de la variation faites dans les voyages de long cours, pour les faire examiner à l'Academie.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 5 Avril 1708 au matin à l'Observatoire Royal.

PAR Mr DE LA HIRE.

LE Ciel fut fort broüillé pendant tout le tems que la Lune fut éclipsée sur nôtre horizon; cependant on ne laissoit pas d'appercevoir son disque assez clairement dans quelques momens. 1708. 15. Avril.

A 4^h la Lune paroissoit au travers de quelques nuages assez épois & comme cotonneux, & l'on y appercevoit la penombre du côté de l'Occident.

A 4^h 12′ le Ciel s'étant un peu éclairci, la penombre paroissoit assez forte, & occupoit environ le tiers du disque de la Lune, & sa partie la plus dense étoit entre les taches Aristarque & Heraclides.

A 4^h 22′ la penombre se voyoit encore plus forte, mais aussi-tôt des nuages épois couvrirent la Lune.

Vers 4^h 30′ on jugeoit par la Lunete que ce pouvoit être le commencement de l'Eclipse, mais les nuages & l'ombre qui n'étoit point terminée ne permettoit pas d'en faire une observation exacte.

A 4^h 34′ on estimoit par la Lunete qu'il pouvoit y avoir un doit éclipsé, mais on ne pouvoit pas prendre aucune mesure avec le Micrometre.

A 4^h 39′ la Lune paroissoit mediocrement, & l'on estimoit l'Eclipse de 1 doit $\frac{1}{2}$ sans en faire de mesure.

A 4^h 44′ on commença à se servir du Micrometre, & l'on trouva l'Eclipse de 2 doits 27′.

A 4^h 46′ $\frac{1}{2}$ la Lune paroissoit claire, & l'on mesura l'Eclipse de 2 doits 56′.

A 4^h 49′ $\frac{1}{2}$ l'Eclipse étoit de 3 doits 11′.

A 4^h 54′ $\frac{1}{2}$ la Lune étant fort nette & l'ombre bien ter-

minée, on trouva qu'elle étoit éclipsée de 3 doits 40′.

Dans ces dernieres observations l'ombre paroissoit fort noire, & l'on ne pouvoit pas appercevoir le bord de la Lune qui en étoit couvert.

A 5^h la Lune fut entierement cachée par les nuages qui étoient épois vers l'horizon, & on ne la vit plus ensuite.

On observa encore l'entrée de la tache Copernic dans l'ombre à $4^h\ 56'\frac{1}{2}$.

Et le commencement de Grimaldi dans l'ombre à $4^h\ 57'\frac{1}{2}$.

On avoit aussi observé le jour précedent le passage du premier bord de la Lune par le meridien à $11^h\ 47'\ 7''$, & la hauteur meridienne apparente du bord superieur de son disque étoit de $35^\circ\ 30'\ 0''$.

Le diametre de la Lune étoit de $31'\ 15''$ dans le tems des observations de l'Eclipse, & par consequent son diametre horizontal devoit être alors de $31'\ 9''$.

OBSERVATION

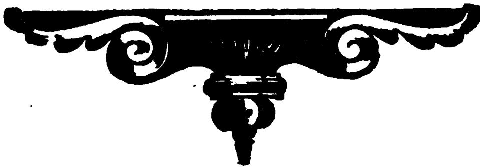
D'UN CERCLE LUMINEUX AUTOUR DU SOLEIL.

PAR M. DE LA HIRE.

1708. 25. Avril. LE 9e Avril de cette année 1708 à une heure aprés midy à l'Observatoire, on voyoit autour du Soleil un grand cercle ou anneau lumineux, & tres-parfait dans toutes ses parties. Le Soleil étoit au centre de ce cercle, dont le diametre étoit de 36 degrés, & sa largeur d'un degré & demi environ. Le bord interieur de cet anneau étoit assez bien terminé, & d'une couleur tirant sur le rouge; mais l'exterieur étoit blanc, & se noyoit avec le Ciel comme une penombre. Le Ciel qui paroissoit au de-

dans du cercle étoit obſcur, & principalement à l'endroit où le cercle le touchoit; mais ce qui étoit au dehors étoit beaucoup plus clair & plus blanc. Tout l'air étoit alors rempli d'un leger broüillard fort élevé. Il ne paroiſſoit point de parhelie ou faux Soleil ſur ce cercle, comme on en voit quelquefois ſur ces ſortes de cercles vers l'horizon au lever du Soleil, où il y en a deux diametralement opposés & à même hauteur que le Soleil; mais il eſt fort rare de voir de ces cercles dans le meridien, & encore plus d'y voir des parhelies comme j'en ay obſervé, & ſurtout lorſque le Soleil eſt fort élevé & que l'air eſt échaufé; auſſi l'on ne peut attribuer ce phenomene qu'à des particules de glace qui cauſent cette apparence par la refraction des rayons du Soleil; & comme ces cercles ont toûjours un même diametre, il faut neceſſairement que ces particules ſoient toûjours d'une même configuration.

Il n'eſt pas auſſi facile de rendre une raiſon phyſique bien convaincante de ces phenomenes, que de l'Arc-en-ciel dont nous connoiſſons la cauſe dans les petites gouttes de la pluïe, leſquelles ſont ſpheriques, & que nous imitons ſi parfaitement par le moyen d'une petite phiole pleine d'eau. Enfin on ne doit pas s'étonner ſi l'on trouve quelque difference dans les obſervations des diametres de ces cercles & dans ceux de l'Arc-en-ciel, puiſque dans celui-cy l'experience nous fait connoître que les differens degrés de chaleur de l'eau y apportent un changement conſiderable.



OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 5 Avril au matin de l'année 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1708. 5. Avril. LE soir du 4e Avril de cette année 1708, le Ciel étant serein, nous nous preparâmes à l'Observation de l'Eclipse de Lune qui arriva la même nuit, par celles du passage de la Lune & de ses taches par le fil horaire, & par les obliques qui se croisent à angles de 45 degrés au foyer de la Lunete posée sur la machine parallatique. Ces Observations servent à déterminer la situation des taches dans le disque apparent de la Lune pour ce jour-là, & cette détermination jointe à l'Observation du passage de l'ombre par ces mêmes taches au temps de l'Eclipse, sert à déterminer la grandeur de la Lune éclipsée. A $6^h 40'$, la Lune étant élevée de 5 degrés sur l'horizon, nous mesurâmes par le micrometre son diametre apparent, que nous trouvâmes de $30' 52''$ d'un grand cercle. Par l'heure du passage du diametre apparent de la Lune par le meridien qui se fit en $2' 9''$, son centre y arriva à $11^h 48' 5''$. Ce passage donne le diametre apparent de la Lune de $31' 0''$ toutes les réductions étant faites. Nous l'avons trouvé un peu plus grand par la hauteur meridienne apparente du bord septentrional, qui fut de $35^\circ 29' 45''$, & du bord meridional de $34^\circ 57' 45''$.

La même nuit à $4^h 7'$ du matin on commença de voir sur la Lune une penombre foible, ensuite la Lune s'est couverte & découverte differentes fois jusqu'à $4^h 26'$ que l'on voyoit la penombre fort dense au travers des nuages rares, ce qui fit douter du commencement de l'Eclipse. On en fut assuré à $4^h 30' \frac{1}{2}$ lorsque la Lune nous parut un peu éclipsée au travers des nuages rares.

A 4h 35′ La Lune qui étoit toûjours dans les nuages rares nous paroissoit éclipsée d'un doit.

4 43½ La grandeur de l'Eclipse mesurée par le micrometre étoit de 3 doits 8 minutes.

4 47 La Lune est éloignée de Grimaldi d'environ la plus grande longueur de cette tache, & éloignée de *Mare serenitatis* du petit diametre de Caspia.

4 48 50 L'ombre éloignée de Copernic & de Grimaldi de la largeur de ces taches.

4 51 50 La Lune étoit éclipsée de 3 doits 40′ étant mesurée par le micrometre. Cette Observation est exacte, le Ciel étant clair.

4 52 20 L'ombre touchoit presque Copernic & Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 3 doits 30′.

4 55 50 L'ombre au bord de Grimaldi & au bord de *Mare serenitatis*. Il fait assez clair.

4 58½ L'ombre est éloignée de la tache Hermes de la plus grande longueur de la tache Grimaldi. L'ombre a paru au milieu de Grimaldi, ce qui donne la grandeur de l'Eclipse de 4 doits. La Lune s'est couverte.

5 10 La Lune sort des nuages, mais on ne peut pas déterminer la quantité de l'Eclipse à cause du grand jour.

5 12 La Lune se couvre entierement dans les nuages qui sont prés de l'horizon.

M. Eisenschmid nous a communiqué l'Observation de la même Eclipse de Lune qui a été faite à Strasbourg par des personnes exercées dans les Observations.

A 4h 39′ 25″ Le commencement de la penombre.

45 10 La penombre plus dense.

47 0 La penombre fort dense.

48 41 Le commencement de l'Eclipse certain un peu au dessous de Galilée par une Lunete qui renverse.

A 4^h 52' 34" Ariſtarchus eſt dans l'ombre. Un peu aprés la Lune ſe couvre des nuages qui étoient proches de l'horizon.

La difference des meridiens entre Paris & Straſbourg étant ſuppoſée de 22', comme on l'a trouvée par la comparaiſon de diverſes Eclipſes de Lune & des Satellites de Jupiter faites de part & d'autre, & étant ôtée de l'heure du commencement obſervé à Straſbourg, on aura le commencement de l'Eclipſe à Paris à 4^h 26' 40", qui eſt auſſi à peu prés le temps que nous doutâmes du commencement de l'Eclipſe.

M. Manfredi nous a communiqué l'Obſervation de la même Eclipſe de Lune qu'il a faite avec M. Stancari dans l'Obſervatoire de M. le Comte Marſigli à Bologne, elle eſt la ſuivante.

A 17^h 1' 48" Commencement de l'Eclipſe, la Lune ſortant des nuages.
8 58 L'ombre à Ariſtarchus.
10 8 Tout Ariſtarchus dans l'ombre.
14 18 Plato.
15 38 Le milieu de Plato dans l'ombre. Peu de temps aprés la Lune ſe couche dans les montagnes.

Pour avoir le commencement de l'Eclipſe au meridien de Paris par l'Obſervation faite à Bologne, il faut ôter 37' difference des meridiens de 17^h 1' 48", & on aura 16^h 24' 48" commencement de l'Eclipſe à Paris à une minute & quelques ſecondes prés de nôtre détermination, qui eſt moyenne entre les Obſervations faites en differens lieux.



OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune faite par le P. Laval & M. Chazelles à Marseille le 5 Avril 1708.

Comparée à celles qui ont été faites à Paris & à Strasbourg.

PAR M. CASSINI le fils.

ON s'étoit préparé à faire cette Observation par les methodes ordinaires; mais le temps n'ayant pas été favorable, on ne pût observer que les phases suivantes. 1708. 12. May.

Le 5 Avril à 4h 36′ 52″ du matin l'Eclipse n'est pas encore commencée, mais il y a une grande penombre vers Aristarque. Nuages.

A 4h 40′ 22″ l'Eclipse est commencée. Aristarque sur le bord de l'ombre.

42 52 Aristarque ne paroît plus. Nuages.

52 8 Grimaldi loin de l'ombre d'environ trois fois son grand diametre, l'ombre couvre Plato & s'approche de Kepler.

5 1 23 Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre, & *Mare serenitatis* loin de l'ombre du grand diametre de Grimaldi.

2 50 La Lune entre dans les nuages épais, d'où elle n'est plus sortie.

Entre ces Observations il y en a deux dont les correspondantes ont été faites l'une à Paris & l'autre à Strasbourg par M. Eisenschmid, dont voici la comparaison.

A 4h 48′ 50″ A Paris l'ombre étoit éloignée de Copernic & de Grimaldi du diametre de ces taches.

5 1 23 A Marseille Grimaldi éloigné de l'ombre de son grand diametre.

A 5h 12′ 33″ Difference des meridiens entre Paris & Marseille.

4 52 34 A Strasbourg Aristarque dans l'ombre.

42 52 A Marseille Aristarque ne paroît plus.

9 42 Difference des meridiens entre Strasbourg & Marseille.

Cette difference étant ajoûtée à celle que l'on vient de trouver entre Paris & Marseille de 12′ 33″, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Strasbourg de 0h 22′ 15″, à quelques secondes prés de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

Si l'on retranche 12′ 33″ difference entre Paris & Marseille de 4h 40′ 22″ temps auquel l'Eclipse étoit commencée à Marseille, l'on aura le commencement de l'Eclipse à Paris avant 4h 27′ 50″.

Nous l'avions jugé à 4h 26′ 40″, ce qui fait voir l'accord de ces Observations entr'elles, quoiqu'elles ayent été faites de part & d'autre dans un temps peu serein.

PROBLEME D'ANATOMIE,

SCAVOIR:

Si pendant la grossesse il y a entre la femme & son fœtus une circulation de sang réciproque.

PAR M. MERY.

1708. 5. May. LEs sentimens des Anatomistes sont à present fort partagés sur cette question. Les uns prétendent que le sang de la femme ne passe point dans le fœtus, ni celui du fœtus dans la femme : Ceux-ci soûtiennent que l'en-

ſant ne reçoit de ſa mere pour ſa nourriture, que du chile qui lui eſt fourni par les glandes de la matrice.

Les autres au contraire, perſuadés qu'il y a un mouvement circulaire de ſang réciproque entre l'un & l'autre, croïent que l'enfant ne ſe nourrit que du ſang de ſa mere, que lui envoïent les arteres de la matrice par la veine ombilicale. Ceux-là nient abſolument qu'il y ait des glandes dans cette partie.

Avant que d'examiner ſi la matrice de la femme a ou n'a pas de glandes, & ſi l'enfant ne ſe nourrit que du chile ou du ſang de ſa mere, il eſt neceſſaire de bien s'aſſurer auparavant, s'il eſt vrai ou non, qu'il y ait entre l'un & l'autre une réciproque circulation de ſang; parceque cette connoiſſance acquiſe nous ſervira à reconnoître plus aiſément lequel de ces deux alimens la femme fournit au fœtus pendant tout le tems qu'il eſt renfermé dans ſon ſein. Je vais donc commencer par examiner ſi le ſang circule ou non dans l'un & dans l'autre réciproquement Pour faire cette recherche, je me ſervirai d'un évenement funeſte; mais heureuſement arrivé pour réſoudre certainement ce premier Problême.

Une femme âgée d'environ trente-cinq à quarante ans, retenuë par force à l'Hôpital general, fut amenée il y a quelque tems à l'Hôtel-Dieu pour y accoucher, étant fort prés de ſon terme, & joüiſſant d'une parfaite ſanté. Cette pauvre femme, qui craignoit qu'aprés ſes couches on ne vînt la reprendre pour la renfermer comme auparavant, entreprit de ſe ſauver de la Salle des accouchées qui eſt fort élevée.

Pour executer plus ſecretement ſon deſſein, elle attacha pendant la nuit à une fenêtre de cette Salle qui donne ſur la ruë de la Boucherie, une corde qu'elle avoit noüée d'eſpace en eſpace pour en deſcendre plus facilement. Mais comme elle avoit mal pris ſes meſures, la corde ſe trouva de beaucoup trop courte, de ſorte qu'étant au bout elle fut contrainte de ſe laiſſer cheoir ſur le pavé. En tombant elle ſe luxa une cuiſſe, ſe rompit l'au-

tre, & l'os rompu ſortant hors des chairs, fit à celle-ci une playe tres-conſiderable. En ce triſte état elle fut ramenée à l'Hôtel-Dieu, où elle expira demie-heure aprés.

Si-tôt qu'elle fut morte un Compagnon Chirurgien de cette ſainte Maiſon lui ouvrit d'abord le ventre, qu'il trouva rempli de ſept à huit pintes de ſang. Aprés l'avoir fait écouler, il ouvrit enſuite la matrice dans la vûë de ſauver ſon enfant; mais il s'apperçût auſſi-tôt qu'il étoit déja mort, & que tous les vaiſſeaux du cadavre de cette femme étoient entierement épuiſés de ſang. Il remarqua auſſi en même tems que le corps du placenta, de même que ſes membranes, étoient encore unies à toute la ſurface interieure de la matrice; ce qui avoit empêché le ſang de cette femme & celui de ſon fœtus de ſe répandre dans ſa capacité, comme il arrive lorſque le placenta ſe ſépare du fond de la matrice.

L'union de ces deux parties, & une ſi prodigieuſe quantité de ſang épanché dans le ventre de cette pauvre femme, me firent faire ſur le champ cette reflexion. La mere & l'enfant meurent en même tems par les grandes pertes de ſang qui leur arrivent, quand ces parties ſe deſuniſſent. Je n'ay donc, pour découvrir ſi le ſang circule de l'un dans l'autre réciproquement, qu'à voir, ſi les vaiſſeaux de cet enfant ſont vuides de ſang, comme ceux de ſa mere: car s'ils s'en trouvent pleins, il eſt certain que le ſang du fœtus ne paſſe pas dans les vaiſſeaux de la femme; que ſi au contraire je les rencontre vuides, il eſt évident qu'il y a eu une circulation réciproque de ſang de l'un dans l'autre.

Cette idée excita fortement ma curioſité, & pour la ſatisfaire j'examinai auſſi-tôt le petit cadavre de l'enfant. Dans cette recherche je ne découvris ſur tout ſon corps nulle bleſſure, ni aucune alteration; & paſſant du dehors au dedans, toutes les parties interieures me parurent auſſi ſaines que les exterieures. Enfin pouſſant mon examen plus loin, je trouvai les veines & les arteres de ce fœtus preſque, pour ne pas dire entierement, vuides de ſang.

Or comme il ne s'en étoit point épanché ni dans son ventre, ni dans sa poitrine, ni ailleurs, il est visible que les vaisseaux de sa mere s'étant ouverts par la chûte qu'elle fit, tout le sang de cet enfant s'étoit écoulé avec celui de sa mere dans la capacité du ventre de cette femme.

Et parceque le sang de cet enfant n'a pû prendre d'autre route que celle des arteres ombilicales & des veines de la matrice, pour se rendre dans le ventre de sa mere, il faut necessairement qu'il y ait eu pendant leur vie entre l'un & l'autre une circulation de sang réciproque. Il ne s'agit donc plus maintenant que d'expliquer la maniere dont elle s'est accomplie pendant tout le tems de la grossesse de cette femme. Les faits que je vais rapporter nous conduiront sûrement à cette explication.

J'ay fait voir à l'Academie Royale des Sciences le 23 Fevrier 1706, que la matrice d'une femme morte quatre heures aprés son accouchement n'avoit point de glandes, que sa surface interieure étoit sans membrane, que le placenta qui y étoit joint n'en avoit point dans sa surface exterieure, que les vaisseaux qui se terminoient à ces deux superficies y étoient manifestement ouverts, & que la substance de ces deux parties étoit charnuë & toute spongieuse, & par consequent facile à s'abreuver du sang que leurs vaisseaux répandoient de l'une dans l'autre réciproquement.

Voyez l'Histoire de l'Academie de 1706. pag. 22.

Ces faits verifiés dans plus de cinquante autres femmes à qui j'ay fait l'operation Cesarienne aprés leur mort, & étant certain que le sang de l'enfant, dont je viens de parler, n'ayant pû s'écouler dans le ventre de sa mere, qu'en prenant, comme j'ay dit, la route des veines de la matrice ouvertes dans sa surface interieure pour le recevoir, il est aisé de reconnoître que celui de ses arteres ouvertes aussi dans la même superficie, a dû pendant tout le séjour que cet enfant a fait dans le sein de sa mere, être versé dans les racines de la veine ombilicale pareillement ouvertes dans la surface exterieure du placenta,

pour lui donner paſſage par le canal de cette veine dans le corps de l'enfant, afin de remplir ſes vaiſſeaux qui ſe vuidoient continuellement dans ceux de ſa mere. Les quatre obſervations qui vont ſuivre cette explication, prouvent encore évidemment ce mouvement circulaire du ſang.

Premierement, on ſçait qu'aprés l'accouchement, le placenta & ſes membranes étant ſéparés du fond de la matrice, le ſang qui ſort des arteres de cette partie de la femme ne pouvant rentrer dans ſes veines, ſe répand dans ſa capacité, d'où il s'écoule enſuite au dehors par ſon canal. Il ne peut pas rentrer dans ſes veines, parceque leurs ouvertures étant dans ſa ſuperficie interieure, elles ne peuvent pas s'aboucher avec celles des arteres qui s'y terminent. Quand donc le placenta eſt uni à la matrice, le ſang qui ſort de ſes arteres doit rentrer dans les racines des veines du placenta, pendant que celui qui s'écoule des arteres ombilicales prend le chemin des veines de la matrice.

Secondement, l'on ſçait encore que ſi pendant la groſſeſſe le placenta abandonne le fond de cette partie avant que la femme entre en travail, la mere & l'enfant periſſent leurs vaiſſeaux épuiſés de ſang pour peu de tems que continuë ſon écoulement. Cet épuiſement ne pourroit pas ſe faire, ſi les ſurfaces par leſquelles la matrice & le placenta s'uniſſent étoient recouvertes de membranes, & s'il étoit vrai que le ſang des arteres de la matrice ouverte dans ſa ſurface interieure paſſât pendant la groſſeſſe dans ſes veines, & que celui qui eſt porté par les branches des arteres ombilicales à la ſuperficie exterieure du placenta rentrât dans les racines de la veine ombilicale.

Cependant la mere & l'enfant meurent leurs vaiſſeaux épuiſés de ſang par la ſéparation du placenta, quoique la femme n'entre point en travail. Il eſt donc évident que les branches des arteres de la matrice, qui ſe terminent à ſa ſurface interieure, ne s'abouchent point avec les racines de ſes veines qui en tirent leur origine. Il en eſt de

même des vaisseaux du placenta. Donc pendant que celui-ci demeure uni au-fond de la matrice, les arteres de celle-là doivent répandre leur sang dans la substance spongieuse du placenta, & les arteres ombilicales décharger le leur dans la substance porreuse de la matrice, pour être ensuite repris par leurs veines. Il est donc certainement vrai qu'il y a entre la femme & son fœtus une réciproque circulation de sang. Aussi est-ce pour cet effet que les surfaces par lesquelles ces deux parties sont jointes ensemble n'ont point de membranes, & que leur substance est toute spongieuse : delà vient qu'en pressant l'une & l'autre aprés leur séparation, le sang sort par leurs surfaces qui ne sont point recouvertes de membranes, & ne peut point s'échaper par celles qui en sont revêtuës.

Troisiémement. Mais lorsqu'au contraire le placenta étant encore uni à la matrice, une femme vient à mourir dans les efforts du travail, & que son fœtus perit en même tems par la compression du cordon ombilical ; alors les vaisseaux de la mere & de l'enfant se trouvent également remplis de sang. Le cordon du fœtus étoit libre dans la matrice de la femme dont je viens de rapporter la tragique histoire ; & l'un & l'autre étant morts, on a trouvé leurs veines & leurs arteres tout vuides ; parceque les vaisseaux de la mere s'étant rompus dans la chûte qu'elle fit, tout le sang des vaisseaux de son enfant s'étoit écoulé avec le sien dans la capacité du ventre de cette pauvre femme. Ces deux évenemens joints ensemble prouvent donc évidemment qu'il y a entre la femme & son fœtus un mouvement circulaire de sang réciproque.

Quatriémement. Enfin si le sang des arteres ombilicales ne passe point dans les veines de la matrice, ni celui des arteres de cette partie dans les veines du placenta, la respiration de la mere doit être absolument inutile pour entretenir la circulation du sang dans le corps de l'enfant. Cela étant, il faut necessairement que le fœtus de la femme ait en lui-même tout ce qui est necessaire pour faire circuler son sang dans tous ses vaisseaux ; il peut donc vivre

aprés la mort de la femme autant de tems dans la matrice sans recevoir de nourriture, qu'il pourroit faire étant hors de sa capacité sans prendre d'alimens. Cependant il arrive tout le contraire, l'enfant perit si-tôt que sa mere cesse de respirer, ou que le cordon ombilical du fœtus souffre une trop forte compression pendant la vie de la femme. Il faut donc necessairement convenir encore une fois, qu'il y a entre lui & elle une circulation réciproque d'air & de sang, & que l'enfant n'a point en lui-même, tant qu'il est renfermé dans le sein de sa mere, le premier principe qui donne le mouvement à son sang. La respiration de la femme est donc la premiere cause de la circulation du sang du fœtus, puisqu'il perit si-tôt qu'elle cesse de respirer; d'où je concluë que l'opinion contraire a toutes les apparences de fausseté.

Enfin s'il est vrai que la nature agit toûjours uniformément dans les mêmes operations, comme il y a lieu de le croire, il doit donc y avoir aussi dans tous les animaux vivipars entr'eux & leurs fœtus le même mouvement circulaire de sang.

SECOND PROBLEME.

Je vais maintenant examiner, si comme le prétendent les sectateurs de cette fausse opinion, le fœtus ne se nourrit que du chile que lui fournissent les glandes de la matrice, ou si au contraire il ne se nourrit que du sang qui passe des branches des arteres de cette partie dans les racines des veines du placenta.

Pour résoudre ce second Problême, il n'y auroit quasi qu'à voir la liqueur qui s'écoule de la matrice d'une femme aprés son accouchement. En effet, si tout le sang qui est porté à cette partie par les arteres rentre dans ses veines, de sorte qu'aucune portion de ce sang ne passe pendant la grossesse par la veine ombilicale dans le corps du fœtus, & qu'il soit bien vrai qu'il ne reçoive absolument que du chile des glandes de la matrice; n'est-il pas évident qu'aprés l'extraction du placenta il ne doit sortir de

la

la cavité de la matrice que du chile, & point du tout de ſang? Il ne s'en écoule au contraire que du ſang, & point de chile. Il eſt donc certain que l'opinion de ceux qui tiennent qu'il ne paſſe que du chile & point de ſang du corps de la femme dans celui du fœtus, eſt viſiblement fauſſe.

Car ſi elle étoit vraïe, les glandes de la matrice devant fournir immediatement avant la ſéparation du placenta, la même quantité de chile au fœtus, que les glandes des mamelles donnent de lait à l'enfant aprés l'accouchement de la femme; ces glandes de la matrice ne devroient-elles pas paroître, aprés la ſortie du placenta, auſſi gonflées de chile que le ſont de lait celles des mamelles de la femme? Cependant la difference eſt du tout au rien, & par conſequent infinie. Les glandes des mamelles ſont toutes prodigieuſement gonflées de lait, au contraire celles de la matrice ne ſont nullement abbreuvées de chile, & ne ſont pas même ſenſibles; auſſi ay-je fait voir que cette partie n'a point de glandes. Le fœtus ne peut donc pas être nourri du chile qu'elles lui fourniſſent; il eſt donc vrai qu'il ne ſe nourrit que du ſang de la femme, qui à la ſortie des branches des arteres qui aboutiſſent à la ſurface interieure de la matrice, ſe répand dans la ſubſtance ſpongieuſe du placenta, où il eſt repris par les racines de la veine ombilicale, qui le conduit dans la veine porte, d'où il s'écoule par le canal veineux de communication dans la veine cave inferieure, qui le décharge dans le cœur du fœtus.

D'ailleurs en ſuppoſant que la matrice de la femme ait des glandes, & que l'enfant ne reçoive de cette partie que du chile; tout l'appareil du placenta & de ſes vaiſſeaux ne paroîtra-t-il pas inutile, pour ne pas dire ridicule, à tout homme qui y fera une ſerieuſe reflexion; puiſqu'un vaiſſeau particulier ſortant de ces glandes, & d'une capacité beaucoup plus petite que celle de la veine ombilicale, auroit pû ſuffire pour conduire dans le corps de l'enfant tout le chile qu'elles ſeroient capables de lui fournir?

En effet, l'Anatomie ne nous montre-t-elle pas que le ſeul canal torachique de l'homme, quoique d'une capacité beaucoup moindre que celle de la veine ombilicale, ſuffit bien pour porter dans la veine ſoûclaviere tout le chile qui paſſe des inteſtins dans les veines lactées? Cependant la quantité de celui-ci eſt certainement de beaucoup plus grande que celle de l'autre. Il eſt donc évident que tout cet appareil du placenta & des vaiſſeaux ombilicaux ſeroit, ſi l'enfant ne reçoit point de ſang de ſa mere, inutile au tranſport d'une ſi petite quantité de chile, puiſqu'elle pouroit même paſſer par un tuyau plus étroit que le canal torachique.

Pour finir ce diſcours, je dirai donc que puiſqu'on ne découvre point de vaiſſeau particulier pour lui porter ce prétendu chile, ni de glandes à la matrice qui puiſſent le lui fournir, que l'opinion de ceux qui ſoûtiennent que l'enfant ne reçoit que du chile de ſa mere pendant tout le tems qu'il eſt renfermé dans ſon ſein, paroît fauſſe.

Au contraire le concours de toutes ces circonſtances, les ſurfaces par leſquelles la matrice & le placenta s'uniſſent ſans membrânes, les vaiſſeaux qui ſe terminent à l'une & à l'autre tous ouverts, & le ſang qui ſort ſeul par le canal de la matrice aprés l'accouchement de la femme, nous donnent une démonſtration ſenſible que l'enfant n'eſt nourri pendant la groſſeſſe que du ſang de ſa mere; d'où je puis inferer fort vrai-ſemblablement, que le fœtus de tous les animaux vivipars n'en reçoit pas d'autre nourriture, s'il eſt vrai que la nature agiſſe toûjours uniformément dans toutes leurs eſpeces, qui ont avec la femme une conformité eſſentielle.



OBSERVATION

De la Conjonction de Jupiter avec la Lune du 30 Avril 1708 faite en plein jour.

PAR M. CASSINI le fils.

LA Lune ne devant point éclipſer Jupiter dans cette conjonction qui devoit arriver en plein jour, nous nous étions contenté de la calculer ſans l'inſerer dans la Connoiſſance des Temps. 1708. 12. May.

Nous ne laiſſâmes pas de nous préparer à faire cette Obſervation; mais quelques nuages rares étant ſurvenus ſur les $3^h \frac{3}{4}$, qui étoit à peu prés le temps auquel elle devoit arriver, nous ne pûmes appercevoir Jupiter que ſûr les 4 heures avec une Lunete de 16 pieds, & nous fîmes les Obſervations ſuivantes.

Ayant placé une Lunete de 10 pieds montée ſur une machine parallactique, enſorte que le bord ſeptentrional de la Lune parcouroit par ſon mouvement un des fils qui ſe croiſent à angles de 45 degrés au foyer de cette Lunete,

à	4^h	$9'$	$19''$	Le bord précedent de la Lune paſſa au fil horaire.
	4	9	51	Jupiter au premier oblique.
	4	10	35	Jupiter au fil horaire.
à	4	17	41	Le bord précedent de la Lune au fil horaire.
	4	17	52	Jupiter au premier oblique.
	4	18	45	Jupiter au fil horaire.
	4	19	39	Jupiter au ſecond oblique.
à	4	21	54	Le bord précedent de la Lune au fil horaire.
	4	22	$50\frac{1}{2}$	Jupiter au fil horaire.
	4	23	49	Jupiter au ſecond oblique.
à	4	35	3	Le bord précedent de la Lune au fil horaire.
	4	35	36	Jupiter au fil horaire.
	4	36	48	Jupiter au ſecond oblique.

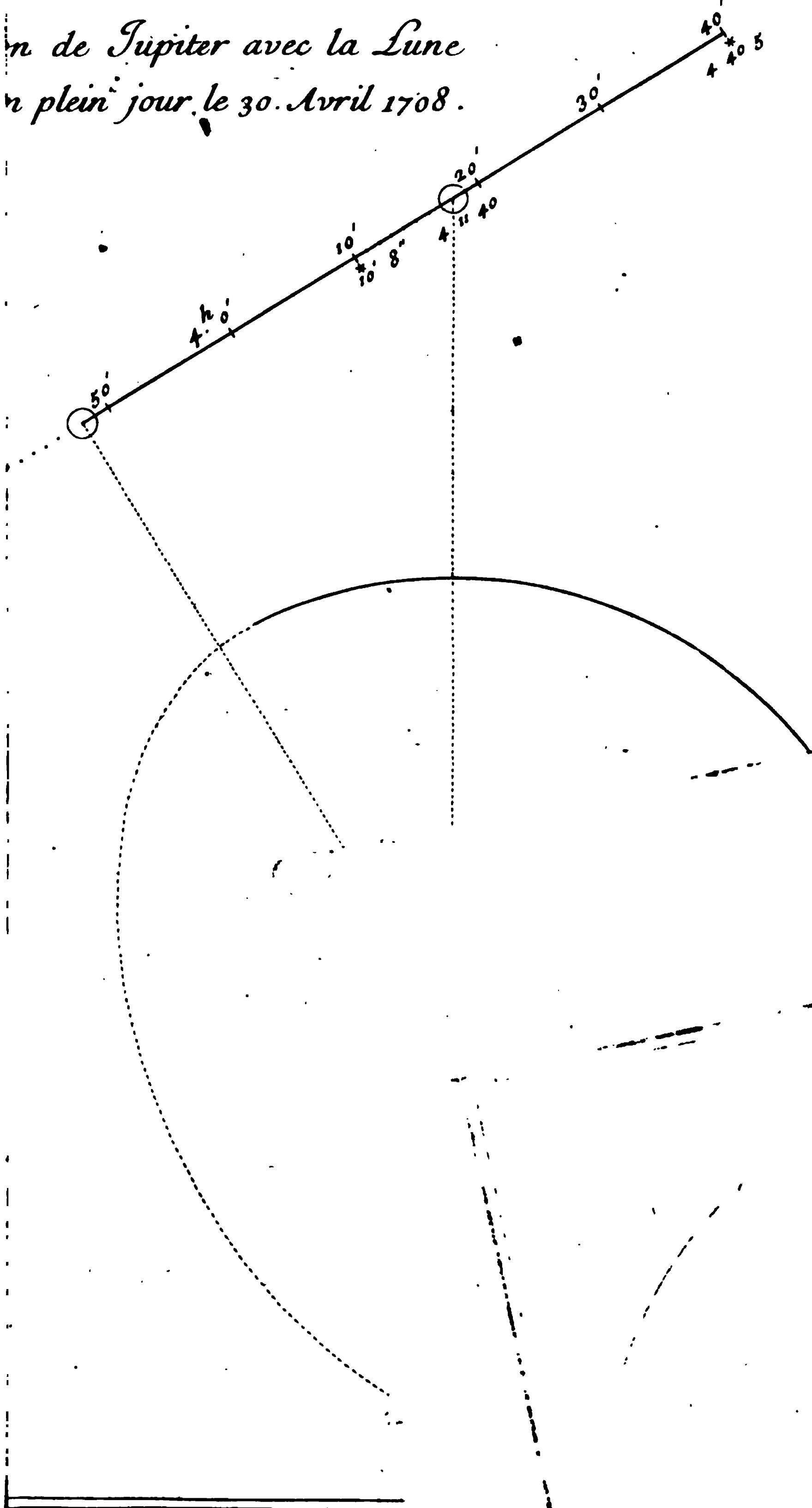
à 4^h	40′	5″	Le bord précedent de la Lune au fil horaire.
4	40	29	Jupiter au fil horaire.
4	41	35	Le bord précedent de la Lune sort.
4	41	45	Jupiter au second oblique.
4	41	58	Jupiter sort.
à 9^h	0′	5″	Passage de Jupiter par le meridien.
			Sa hauteur meridienne. $45^d\ 50'\ 30''$.
9	6	4	Le bord précedent de la Lune au meridien.
9	8	0	Le bord suivant qui manque au meridien.

Hauteur merid. du bord superieur de la Lune. $44^d\ 22'\ 20''$.
Hauteur meridienne du bord qui manque. $43^d\ 51'\ 0''$.

Ayant dressé par le moyen de ces Observations une figure où l'on a décrit la trace apparente de Jupiter à l'égard de la Lune, l'on trouva que la conjonction de ces deux Planetes en ascension droite est arrivée à $4^h\ 17'\ 40''$ qui est le temps de la seconde Observation. La declinaison de Jupiter à l'égard du bord septentrional de la Lune étant alors de 13′ 15″ de degré.

L'on trouve aussi que la conjonction veritable ou apparente a dû arriver à $3^h\ 48'$, Jupiter étant alors éloigné du bord septentrional de la Lune de 9 minutes & quelques secondes, ce qui s'accorde assez bien au calcul tiré de la Connoissance des Temps, suivant lequel nous avions trouvé que la conjonction devoit arriver à $3^h\ 44'$, & que Jupiter devoit passer à 9 minutes du bord septentrional de la Lune.




...n de Jupiter avec la Lune
...n plein jour le 30. Avril 1708.
40'
4 40 5
30'
20'
4 11 40
10'
10' 8"
4. h 0'
50'

MANIERE GENERALE

De trouver une infinité de Lignes courbes nouvelles, en faiſant parcourir une ligne quelconque donnée, par une des extremités d'une ligne droite donnée auſſi, & toûjours placée ſur un même point fixe.

PAR M. DE REAUMUR.

L'Examen d'une Courbe que M. Carré a donné dans les Memoires de 1705, décrite par l'une des extremités du diametre d'un cercle, pendant que l'autre parcourt ſa demi-circonference, me fit naître l'idée d'en chercher de nouvelles par une ſemblable voïe. Je fis pour cela gliſſer ſur differentes Lignes courbes, ou des portions de ces lignes lorſqu'elles ſont infinies, une des extremités d'une ligne droite priſe à volonté, & toûjours poſée ſur un point fixe du même plan, & je cherchay les Courbes décrites par l'autre extremité. Mais ne voyant pas même pour borne à cette recherche le nombre infini des Lignes courbes qui exiſtent, n'y en ayant aucune qui n'en puiſſe produire une infinité de differentes, en changeant la ſituation du point fixe; je crus qu'il falloit avoir recours à la Solution d'un Problême general, qui comprenant toutes les Courbes poſſibles, & les diverſes poſitions du point fixe imaginables, donneroit toûjours la nouvelle Courbe qu'on voudroit avoir. Voici, ce me ſemble, comme on peut le propoſer & le réſoudre. 1708. 19. May.

PROBLEME GENERAL.

Une ligne quelconque droite ou courbe, & un point fixe ſitué où l'on voudra étant donnés, ſi l'on conçoit qu'une des extremités d'une ligne droite donnée auſſi & placée ſur ce point parcourre la ligne donnée, ou une portion de cette ligne lorſqu'elle

est infinie, l'autre extremité de la ligne droite décrira pendant ce tems une Courbe dont il faut trouver l'équation.

FIG. I. SOLUTION. Soit *AMH* une ligne droite ou courbe donnée. Soit de plus *CB* une autre ligne droite donnée aussi. Soit enfin le point *F* pris pour point fixe. Si l'on fait parcourir par l'extremité *C* de la ligne *CB*, toûjours posée sur le point fixe *F* la ligne *AMH*, il est clair que pendant ce tems-là son autre extremité *B* décrira la Courbe *OND*. Si l'on veut s'imaginer la ligne *CB* dans une position quelconque *MFN*, & qu'on nomme la donnée *CB*, *MN*, m; les inconnuës *MF*, r; *FN*, z; il est évident qu'on aura toûjours $MN(m) - MF(r) = FM(z)$, c'est à dire $m - r = z$ pour équation generale de la Courbe *DNO*, quelle que soit la generatrice *AMH*, & qu'en substituant pour *MF* (r) sa valeur tirée de l'équation de la Courbe donnée *AMH*, on aura alors celle de l'engendrée *DNO*.

Si la generatrice *AMH* est geometrique, il est évident que la Courbe *DNO* le sera aussi, & il sera aisé d'avoir une équation qui exprime le raport de ses abscisses à ses appliquées, en menant par le point donné *F* une ligne droite *CFQ*, parallele ou perpendiculaire à la generatrice *AMH* si elle est droite, ou à son axe si elle est courbe. Car si on abaisse des points quelconques *M*, *N*, les perpendiculaires *MP*, *NQ*, sur la droite *CFQ*, on formera les triangles rectangles semblables *MPF*, *FNQ*, par le moyen desquels on pourra facilement chasser l'inconnuë qu'a donnée la generatrice *AMH*; & mettant pour *FN* sa valeur $\sqrt{FQ^2 + QN^2}$, on aura enfin une équation qui ne contiendra d'inconnuës que les abscisses *FQ*, & les appliquées *QN* de la Courbe *DNO*; ce qui va devenir clair par les Exemples.

EXEMPLE I.

FIG. II. Soit la ligne droite *AMT* donnée de position, le long de laquelle l'extremité *C* de la droite *BC* donnée de grandeur toûjours placée sur le point immobile *F* doit

glisser. Il faut trouver l'équation de la Courbe BNF décrite par l'extremité B, pendant que l'autre C parcourt CA. Si l'on conçoit que BC, d'abord perpendiculaire sur CA, soit arrivée dans une situation quelconque MN, & qu'aprés avoir tiré par le point donné F une parallele à AT indéfiniment prolongée de part & d'autre de F, on abaisse sur cette ligne les perpendiculaires MP, NQ, on formera les triangles rectangles semblables MPF, FNQ. Aprés quoy si on nomme les données BC (MN) a, FC (MP) b; les inconnuës FP (MC) x; FQ (KN), u; QN (FK) s; l'on aura $FM\,(r) = \sqrt{xx+bb}$, $FN\,(z) = \sqrt{uu+ss}$, & l'équation generale $m-r=z$ deviendra (en mettant pour m, r, z, leurs valeurs) $a-\sqrt{xx+bb} = \sqrt{uu+ss}$. Mais les triangles semblables FMP, FNQ, donneront $MP\,(b) : PF\,(x) :: NQ\,(s) : QF\,(u)$, d'où l'on tire $x = \frac{bu}{s}$; & mettant cette valeur d'x dans l'équation précedente, on aura $a - \frac{b}{s}\sqrt{uu+ss} = \sqrt{uu+ss}$, qui se réduit à celle-ci $\frac{as}{b+s} = \sqrt{uu+ss}$ pour équation de la Courbe BNF, qui ne contient d'autres inconnuës que les abscisses & les appliquées de cette Courbe.

1°. Si on fait dans cette équation $NQ\,(s) = o$, on aura aussi $FQ\,(u) = o$; & si l'on fait $FQ\,(u) = o$, on aura $s = o$, & $s = a - b = BF$. Ce qu'on voit aussi aisément par la generation de la Courbe.

2°. L'équation $\frac{as}{b+s} = \sqrt{uu+ss}$ donne cette proprieté de la Courbe a (BC). $\sqrt{uu+ss}$ (NF) :: $b+s$, (CK). s, FK.

3°. Si on fait u negative dans cette équation, c'est à dire, si on prend FQ de l'autre côté, elle reste toûjours la même; d'où on voit que cette Courbe a une autre branche BGF semblable à la premiere. Si l'on fait à present dans l'une & l'autre supposition d'u positive, ou negative, s, NQ negative, FC, b, la devient aussi necessairement, & l'équation sera $\frac{-as}{-b-s} = \sqrt{uu+ss}$, qui est

la même que la précedente, puiſqu'on a ſeulement changé tous les ſignes du numerateur & du dénominateur du premier membre; ce qui fait encore voir que la Courbe a deux autres branches de l'autre côté d'F par raport à B, FSI, FMI, ſemblables aux deux premieres, qui tous enſemble compoſent la Courbe entiere $FNBGFSIMF$.

4°. Il eſt viſible que la Courbe coupe ſon axe BI aux points B & I à angles droits; mais ceux qu'elle fait au point F avec PQ, ſont de 45 degrés lorſque $FC = AC$, (le point A eſt ſuppoſé le plus éloigné que BC puiſſe toucher); moindre que 45 degrés lorſque FC moindre que AC, & plus grand que 45 degrés lorſque FC plus grande que AC.

5°. Si on veut avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour expreſſion de la ſoûtangente $\frac{sdu}{ds}$; mais l'équation de la Courbe differentiée donne $ds = \frac{ssudu + bsudu}{buu - s^3}$, laquelle valeur de ds ſubſtituée, on a $\frac{sdu}{ds} = \frac{buu - s^3}{su + bu}$.

6°. Pour avoir les plus grandes appliquées de cette Courbe, ſi on fait dans l'équation differentielle $\frac{ds}{du} = \frac{ssu + bsu}{buu - s^3}$, $ds = o$, & $ds = \infty$, la premiere ſuppoſition donne $ssu + bsu = o$, d'où on tire $u = o$, laquelle ſubſtituée dans l'équation $\frac{as}{b + s} = \sqrt{uu + ss}$ la réduira à $as - bs = ss$, d'où réſulte $s = a - b = FB$, & $-s = -a + b = -FB = FI$ qui ſont les plus grandes hauteurs, & la ſeconde ſuppoſition rend $buu - s^3 = o$, & $uu = \frac{s^3}{b}$, $u = s\sqrt{\frac{s}{b}} = FQ$, & $-u$ (FP ou MC) $= -s\sqrt{\frac{s}{b}}$, laquelle ſubſtituée auſſi dans la précedente équation, on a s (FK) $= -b + \sqrt[3]{aab}$, & $-s$ (FC) $= b - \sqrt[3]{aab}$, qui donnent les plus grandes largeurs KN, KG, CM, CS.

7°. Pour connoître la grandeur de l'eſpace borné par cette Courbe, on peut concevoir la ligne MN dans une autre poſition mn infiniment proche de la premiere; aprés

aprés quoy si du centre F on décrit les petits arcs mR, NO, on aura les secteurs semblables FmR, FNO, & la somme des derniers est égale à l'espace renfermé par la branche BNF, & la droite BF pour l'avoir, Mm (Pp étant $= dx$) & $MR = \frac{xdx}{\sqrt{xx+bb}}$, on aura $mR = \sqrt{Mm^2 - MR^2}$ $= \frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}$, & les secteurs semblables donnent cette analogie FM $(\sqrt{xx+bb})$. FN $(a - \sqrt{xx+bb})$ :: mR $\left(\frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}\right)$. $NO = \frac{abdx - bdx\sqrt{xx+bb}}{xx+bb}$, & $FNO = NO \times \frac{1}{2}FN$ $= \frac{aabdx + bxxdx + b^3dx - 2abdx\sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$ (en supposant $b = \frac{1}{3}a$) $= \frac{9b^3dx + bxxdx + b^3dx - 6bbdx \times \sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb}$, l'integrale des deux termes $\frac{bxxdx + b^3dx}{2xx+2bb} = \frac{1}{2}bx$ pour avoir celle du premier $\frac{9b^3dx}{2\times\overline{xx+bb}}$, on décrira du centre F & du rayon $FN = \frac{3}{2}b$ le quart de cercle LNH, & $4FNO =$ à la quantité differentielle $\frac{9b^3dx}{2\times\overline{xx+bb}}$. Car à cause des secteurs semblables FmR, FNO, on aura FM $(\sqrt{xx+bb})$. FN $(\frac{3}{2}b)$ :: mR $\left(\frac{bdx}{\sqrt{xx+bb}}\right)$. $NO = \frac{3bbdx}{2xx+2bb}$, & le secteur $= NO \times \frac{1}{2}FN$ $= \frac{9b^3dx}{8\times\overline{xx+bb}}$. Ainsi quelque portion que FN renferme de la Courbe, le quadruple du secteur de cercle qu'elle formera sera l'integrale de $\frac{9b^3dx}{2\times\overline{xx+bb}}$, celle du dernier terme $\frac{-6bbdx\sqrt{xx+bb}}{2xx+2bb} = \frac{6bbdx}{2\sqrt{xx+bb}}$ dépend de la quadrature d'une hyperbole équilatere FVZ dont F est le sommet, C le centre, $FC = b$ le demi-axe, & PF (x) l'appliquée ; d'où l'on voit que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole, & que l'espace $FNnF =$ $4FHN + \frac{1}{2}bx - \int\frac{6bbdx}{2\sqrt{xx+bb}} = FMP + 4FNH - 6CFV$; & si on fait $x = 2b\sqrt{2} = AC$, & qu'on substituë cette valeur dans l'integrale précedente, on aura l'espace $FNnBF$ (qui est le quart de celui que renferme la Cour-

be $FNBGFSIMF) = 4FHL + AC \times \frac{1}{2}FC - 6CFZ$.

EXEMPLE II.

FIG. III. Soit donnée pour generatrice une parabole AMH, dont A est le sommet, AB l'axe, & dont l'équation $ax = yy$ (AP, x; PM, y). Si ayant pris un point fixe quelconque F sur l'axe de la parabole, ou sur cet axe prolongé par delà le sommet A l'on fait courir par l'extremité A d'une droite donnée AB toûjours placée sur le point fixe F la portion de parabole AMH, l'autre extremité B de la ligne AB décrira pendant ce tems une autre Courbe BNF. Pour avoir l'équation qui en exprime la nature, soit imaginée la ligne AB en MN, & des points M, N soient abaissées les perpendiculaires MP, NQ sur l'axe AB, ayant nommé les données AB, b; AF, q; les inconnuës FQ, u; QN, s; FN, $z = \sqrt{uu + ss}$, FP sera $= q \pm x$ ($AF \pm AP$), & par consequent FM (r) $= \sqrt{ax + qq \pm 2qx + xx}$, & l'équation generale $m - r = z$ se changera en $b - \sqrt{ax + qq \pm 2qx + xx} = \sqrt{uu + ss}$, qui est aussi une équation generale pour trouver la Courbe engendrée par la parabole en quelque endroit de l'axe que le point F soit donné. Si l'on veut que AF (q) $= \frac{1}{4}a$, c'est à dire que le point F soit le foyer de la parabole donnée, l'équation précedente deviendra en substituant pour q cette valeur $b - x - \frac{1}{4}a = \sqrt{uu + ss}$. Mais les triangles rectangles PMF, FNQ donneront cette analogie FQ (u). FN ($b - x - \frac{1}{4}a$) :: PF ($\frac{1}{4}a - x$). FM ($x + \frac{1}{4}a$), d'où on tire $x = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}u \pm \sqrt{\frac{1}{4}au - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{16}aa + \frac{1}{4}uu + \frac{1}{2}bu + \frac{1}{4}bb}$, laquelle substituée dans la derniere équation, on a enfin pour celle de la Courbe $BNTF$ aprés les réductions ordinaires.

$$\begin{aligned} s^4 + abss &= au^3 - abuu + \tfrac{1}{4}aauu. \\ -\tfrac{1}{4}aass & \\ -auss & \\ -bbss & \\ +uuss & \end{aligned}$$

1°. Si dans la 1re équation $b - x - \frac{1}{4}a = \sqrt{uu + ss} = z$,

on fait z $(FN) = o$, on aura $x = b - \frac{1}{4}a$, c'eſt à dire AI (FD étant priſe $= AB$) $= AB - AF$, mais $AI = AB - BI$, d'où il eſt évident en comparant ces deux valeurs d'AI que $BI = AF$; & ainſi ſi du point D le plus éloigné du foyer que la ligne AB puiſſe toucher on abaiſſe une perpendiculaire DI à l'axe, le point I ſera toûjours éloigné du point B où la Courbe va rencontrer ſon axe du quart du parametre.

2°. Si du centre F & du rayon FN on décrit un arc de cercle qui coupe l'axe AB en L, il ſera toûjours coupé de maniere que $BL = AP$; car $BL = BF - FN = BF - AB + AF + AP$ (en mettant pour FN ſa valeur $AB - AF - AP$), & par conſequent $BL = AP$, puiſque $BF + AF = AB$. *C. Q. F. D.*

3°. Si dans l'équation de la Courbe on fait NQ $(s) = o$, on a FQ $(u) = o$, & $FQ = FB$ $(b - \frac{1}{4}a)$; & ſi on fait u $(QF) = o$, on trouve s $(NQ) = o$ & $s = b - \frac{1}{4}a$ (FT), ce qui eſt viſible par la generation de la Courbe.

4°. Si dans la même équation on fait s (NQ) negative, elle ne reçoit pour cela aucun changement; ce qui fait voir que la Courbe a une autre branche qui eſt ſemblable & égale à la premiere, puiſqu'elle ſeroit engendrée par l'autre portion de la parabole ſemblable & égale à la donnée.

5°. Si on ſuppoſe la ligne donnée $AB =$ à l'axe de la parabole, c'eſt à dire infinie, tous les termes où b n'a qu'une dimenſion, ou qui ſont multipliés par a s'évanoüiront étant nuls par raport aux autres, & l'équation ſe réduira à $s^4 - bbss + uuss = o$, ou $bb = uu + ss$, qui eſt une équation au cercle dont le rayon eſt infini; ainſi la ligne engendrée ſeroit alors droite, ſa courbure étant infiniment petite.

6°. Si on veut que AB $(b) = a$, on aura en mettant pour b cette valeur

$$\begin{aligned} s^4 - \tfrac{1}{4}aass &= au^3 - \tfrac{1}{4}aauu. \\ - auss & \\ + uuss & \end{aligned}$$

7°. Si on differentie cette derniere équation, on trou-

vera $ds = \frac{3auudu - \frac{3}{2}aaudu - 2ssudu + assdu}{4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus}$; & ſubſtituant cette valeur de ds dans la formule generale des ſoûtangentes $\frac{sdu}{ds}$, on aura pour expreſſion de la ſoûtangente de cette Courbe $\frac{8s^4 - aass - 4auss + 4uuss}{6auu - 3aau - 4ssu + ass}$.

8°. Il eſt évident que cette Courbe coupe ſon axe au point B à angles droits, puiſque la parabole coupe de même le ſien au ſommet A. Mais l'angle qu'elle fait avec lui au point F dépend de la grandeur de FI, lorſque $FI = DI$ (D eſt le point le plus éloigné que la donnée puiſſe toucher) l'angle eſt de 45 degrés, lorſqu'elle eſt moindre que DI l'angle eſt plus grand que 45 degrés, & enfin lorſqu'elle eſt $= o$ l'angle eſt droit.

9°. Si dans l'équation differentielle $\frac{ds}{du} = \frac{3auu - \frac{3}{2}aau + ass - 2uss}{4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus}$ on fait $ds = o$, on aura $3auu - \frac{3}{2}aau + ass - 2uss = o$, ce qui donne $u = \frac{2ss}{3a}$, laquelle valeur d'u ſubſtituée dans l'équation donnera pour plus grande appliquée $\pm s$ (GK) $= a\sqrt{-\frac{9}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{3}}$, & u (FK) $= \frac{2ss}{3a}$ alors $= -\frac{3}{2}a + a\sqrt{3}$. Et ſi on fait $ds = \infty$, on trouvera $4s^3 - \frac{1}{2}aas - 2aus + 2uus = o$, ce qui donne s (NQ) $= o$, laquelle ſubſtituée dans l'équation, on a $u = \frac{3}{4}a -$ (FB) pour la plus grande des abſciſſes.

10°. Pour avoir l'eſpace renfermé par cette Courbe, ſi on ſuppoſe mn infiniment prés de MN, & que du centre F on décrive les arcs MV, nO, ils formeront les ſecteurs ſemblables FMV, FnO, & la ſomme des derniers eſt égale à l'eſpace renfermé par la Courbe. Pour l'avoir ſoient tirées mp parallele à MP & MR à AP, on aura $MV = Rm = \frac{adx}{2\sqrt{ax}}$. Car les triangles rectangles MRm, mVM, ont l'hypothenuſe Mm commune, & de plus les côtés MR, mV égaux, puiſque mV difference de MF ($\frac{3}{4}a + x$) $= dx = Pp = MR$, ainſi les deux autres côtés Rm, MV ſeront auſſi égaux. Mais les ſecteurs FMV, FnO donnent

cette analogie. FM ($\frac{3}{4}a + x$). FN ($\frac{3}{4}a - x$) :: MV $\left(\frac{adx}{2\sqrt{ax}}\right)$. $nO = \frac{3aadx - 4axdx}{a + 4x \times 2\sqrt{ax}}$, & $FnO = nO \times \frac{1}{2}FN$ $= \frac{9a^3dx - 24aaxdx + 16axxdx}{a + 4x \times 16\sqrt{ax}} =$ (en divisant par $a + 4x$) $\frac{axdx}{4\sqrt{ax}} - \frac{7aadx}{16\sqrt{ax}} + \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$ l'integrale des deux premiers termes $= \frac{1}{6}x\sqrt{ax} - \frac{7}{8}a\sqrt{ax}$. Pour avoir celle du dernier on décrira du centre F & du rayon $Fs = AB$ (a) un arc de ce cercle $sYyX$, & le secteur $FYy = \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$; car à cause des secteurs semblables FnO, FYy, on a FN ($\frac{3}{4}a - x$). FY (a) :: nO $\left(\frac{3aadx - 4axdx}{a + 4x \times 2\sqrt{ax}}\right)$. $Yy = \frac{2aadx}{a + 4x \times \sqrt{ax}}$, & partant $FYy = Yy \times \frac{1}{2}FY = \frac{a^3dx}{a + 4x\sqrt{ax}}$; mais la somme des secteurs semblables FnO, FYy étant necessairement renfermée dans l'angle XFs formé par l'axe AB & la droite FD prolongée, & MN étant en FD, x (AP) devenant $= \frac{3}{4}a$ (AI) (cette valeur substituée dans $\frac{1}{6}x - \frac{7}{8}a$ $\sqrt{ax}$) l'espace borné par FB & la Courbe $FTGNB$ sera $=$ au secteur $FsYyX - \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($\frac{3}{8}aa\sqrt{3}$); d'où on voit que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle. Mais l'espace $XFTGNBsYyX$ renfermé par le rayon FX, la Courbe $FTNB$, la droite Bs, & l'arc $sYyX$ est absolument quarrable, & il est $= \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($\frac{3}{8}aa\sqrt{3}$); car il est $= XFsYyX - XFsYyX + \frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$ ($-$ l'espace borné par la Courbe) & par consequent $=$ $\frac{3}{8}AB^2\sqrt{3}$. C. Q. F. D.

EXEMPLE III.

Soit donnée la demi-Ellipse AMB, & un point fixe quelconque F sur son grand axe AB prolongé, si l'on veut; si l'on fait parcourir par l'extremité A de l'axe AB la demi-Ellipse AMB dans le même tems, son autre extremité B décrira une Courbe FNH. Pour en avoir l'équation, si on nomme les données AB, $2b$; le petit axe $2c$; BF, q; les inconnuës BP, x; PM, $y = \frac{c}{b}\sqrt{2bx - xx}$, FIG. IV.

FN, z; FM, r; FP ($BP \pm BF$) $x \pm q$, on aura FM (r) $= \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx \pm 2bbqx + bbqq}}{b}$, & l'équation generale $m - r = z$ se changera $2b - \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx \pm 2bbqx + bbqq}}{b} = z$, qui est une autre équation generale pour les Courbes engendrées par des Ellipses, en quelque endroit de leur axe que le point F soit donné. Si l'on veut que BF (q) $= o$, le point F tombera en B, & elle se réduira à $2b - \frac{\sqrt{2bccx - ccxx + bbxx}}{b} = z$, & si on veut avoir la Courbe engendrée dans ce cas, ayant tiré BH perpendiculaire à AB; & de plus la ligne AB étant imaginée en NBM, si on abaisse les perpendiculaires NQ sur BH, & MP sur AB, & qu'on nomme BQ, u; QN, s; on aura BN (z) $= \sqrt{uu + ss}$ ($\sqrt{BQ^2 + QN^2}$), & à cause des triangles semblables BNQ, BMP, BP (x). PM $\left(\frac{c}{b}\sqrt{2bx - xx}\right)$ :: NQ (s). BQ (u), d'où l'on tire $x = \frac{2bccss}{bbuu + ccss}$, lesquelles valeurs d'$x$ & de z substituées dans l'équation précedente, on aura pour celle de la Courbe $\frac{2b^3uu + 2bccss}{\sqrt{uu + ss}} = bbuu + ccss + 2bccs$.

1°. Si on fait BQ (u) $= o$, on voit que NQ (s) $= o$; & si on fait NQ (s) $= o$, on a BQ (u) $= o$, & $= 2b = BH$.

2°. Si dans l'équation on fait BQ (u) negative, elle n'en reçoit aucun changement dans les signes; d'où il est visible que la Courbe a encore une autre branche rebroussante de B vers T, qui pourroit être engendrée par la demi-Ellipse qui n'est point décrite.

3°. La Courbe HNB coupe son axe au point B à angles droits; mais au point H elle rencontre sous un angle dont le sinus est au sinus de son complément à l'angle droit, comme le double du quarré du grand axe de l'Ellipse, est au quarré du petit axe.

4°. Si on differentie l'équation de la Courbe, on a $ds = \frac{\overline{2b^3ssu - 2bccssu - 2bbu \times uu + ss}\sqrt{uu + ss} \times du}{\overline{2b^3uus - 2bccuus + 2ccs + 2bcc \times uu + ss}\sqrt{uu + ss}}$; & mettant

cette valeur dans $\frac{sdu}{ds}$, on a pour expreſſion de la ſoûtangente $\frac{2b^3s^3u - 2bccs^3u - 2bbsu \times \overline{uu+ss}\sqrt{uu+ss}}{2b^3uus - 2bccuus + \overline{2ccs + 2bcc} \times \overline{uu+ss}\sqrt{uu+ss}}$.

5°. Si on cherche la quadrature de cette Courbe, on trouvera qu'elle dépend de celle du cercle. Car ſi MN étant poſée infiniment prés en mn, on décrit du centre B les arcs mV, NO, & qu'on tire les paralleles mP à MP, mR à AB, on aura mR, dx; $RM\,(dy) = \frac{bcdx - cxdx}{b\sqrt{2bx - xx}}$, $MV = \frac{bccdx + bbxdx - ccxdx}{b\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}$, & $mV = \sqrt{Mm^2 - MV^2}$ $= \frac{bcxdx}{\sqrt{2bx + xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}$. Mais les ſecteurs ſemblables BNO, BmV donnent cette analogie $BM \left(\frac{\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b}\right)$. $BN, 2b - \frac{\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b} :: mV \left(\frac{cbxdx}{\sqrt{2bx - xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}\right)$,

$NO = \frac{bcxdx \times 2bb - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}\sqrt{2bx - xx} \times \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$,

& partant $BNO = NO \times \frac{1}{2} BN = \frac{cxdx \times 4b^4 - 4bb\sqrt{2bccx + bbxx - ccxx} +}{2bccx + bbxx - ccxx \times}$ $\frac{+ 2bccx + bbxx - ccxx}{\times 2\sqrt{2bx - xx}}$, les trois derniers termes ......
$\frac{cdx \times 2bccx + bbxx - ccxx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}} = \frac{cxdx}{2\sqrt{2bx - xx}} = BmV$, dont la ſomme, lorſque $x = 2b = AB$ (ſi l'on conçoit que ce ſoit le point B qui parcoure l'Ellipſe, & que H décrive la Courbe) eſt la demi-Ellipſe $BMAB$, le ſecond $\frac{2b^4cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$ = au ſecteur de cercle BKK decrit du centre B & du rayon BH ($2b$); car les ſecteurs ſemblables BNO, BKK donnent $BN \left(\frac{2b - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{b}\right)$ $BK\,(2b) :: NO \left(\frac{bcxdx \times 2bb - \sqrt{2bccx + bbxx - ccxx}}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}\right)$.
$KK = \frac{2b^3cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$, & partant le ſecteur $BKK = \frac{2b^4cxdx}{2bccx + bbxx - ccxx \times \sqrt{2bx - xx}}$, dont la ſomme, lorſque $x\,(BP) = 2b = AB$, eſt le quart de cercle $BHKKL$.

Le dernier terme $\frac{-4bb\sqrt{2bccx+bbxx-ccxx}\times cxdx}{2bccx+bbxx-ccxx\times 2\sqrt{2bx-xx}} = \frac{2bbcxdx}{\sqrt{2bccx+bbxx-ccxx}\times\sqrt{2bx-xx}} = -mV\times AB$; de sorte que l'espace renfermé par la Courbe *BNH*, & la droite $BH = BMAB + BHKKL - \int mV\times AB$.

6°. Si dans l'équation $\frac{2b^3uu+2bccss}{\sqrt{uu+ss}} = bbuu+bcss+2bccs$ on fait $c=b$, & qu'on substituë cette valeur de c dans l'équation, comme on changera l'Ellipse en cercle, aussi changera-t-on la Courbe *BNF* en celle qu'a donné M. Carré, & on aura pour son équation $2b\times\sqrt{uu+ss} = uu + ss + 2bs$, & quarrant chaque membre & transposant $s^4+4bs^3+2uuss+4bsuu-4bbuu+u^4=0$, qui est l'équation qui exprime la nature de la Cycloïde geometrique engendrée par deux cercles égaux dont le diametre $=2b$. D'où il est aisé de voir que la Courbe *BNH* n'est point nouvelle comme on l'a crû, puisqu'elle est seulement un arc de celle-ci. Ce qui apprend une maniere bien simple de décrire cette portion de Cycloïde geometrique lorsqu'on en aura besoin.

EXEMPLE IV.

Soit donnée pour generatrice l'hyperbole *MAM*, & le point *C* sommet de l'angle droit de ses asymptotes *CH*, *CH*, le point fixe donné, & que la ligne donnée soit *AB*. Lorsqu'on aura fait parcourir à l'extremité *A*, *AM*, l'extremité *B* aura décrit *BN*, desquels points *M* & *N* si on abaisse les perpendiculaires *MP*, *NQ* sur *CH* prolongée (que l'on regarde ici comme l'axe de la Courbe donnée) on formera les triangles semblables *PMC*, *CNQ*; & nommant la donnée *AB*, b; les inconnuës *CP*, x; *PM*, $y=\frac{aa}{x}$ (l'équation de la Courbe étant $xy=aa$) *CN*, $z=\sqrt{uu+ss}$, *CM*, $r=\frac{\sqrt{x^4+a^4}}{x}$, l'équation generale $m-r=z$ deviendra $b-\frac{\sqrt{x^4+a^4}}{x}=\sqrt{uu+ss}$. Mais *CP*

(x).

(x). $PM\ (\frac{aa}{x})$ :: $CQ\ (u)$. $QN\ (s)$, d'où on tire $xx = \frac{aau}{s}$ (d'où on peut remarquer que $s.u :: aa.\ xx$); & ſubſtituant cette valeur d'xx dans l'équation précédente, on aura celle de la Courbe BNC qui ne contiendra que ſes abſciſſes & ſes appliquées $b - a\sqrt{\frac{uu+ss}{us}} = \sqrt{uu+ss}$.

1°. Si on fait $NQ\ (s) = o$, on a auſſi $CQ\ (u) = o$; & ſi on fait $CQ\ (u) = o$, on trouve de même $NQ\ (s) = o$.

2°. Il eſt évident que cette Courbe eſt diviſée en deux parties égales & ſemblables lorſque AB diviſe également l'angle des aſymptotes, & qu'alors CB eſt la plus grande des CN, AC étant la moindre des CM.

3°. Si on veut que la ligne mobile donnée ſoit l'aſymptote, c'eſt à dire ſi on fait $b\ (AB) = \infty$, on aura pour équation de la Courbe, effaçant les termes multipliés par a, $b = \sqrt{uu+ss}$ qui eſt une équation au cercle dont le rayon eſt infini, ou une ligne droite qui ſera l'aſymptote Ch de l'hyperbole oppoſée, puiſque HC paſſe neceſſairement par le point C.

4°. Il eſt évident que la Courbe $CNBmC$ coupe ſon axe PCQ au point C, de maniere que BNC fait avec lui un angle dont le ſinus eſt au ſinus de ſon complément à l'angle droit :: Hf (f eſt le dernier point que l'extremité A de la donnée AB puiſſe toucher) eſt à CH, & BmC fait un angle égal au complément à l'angle droit de celui que fait BNC.

5°. Il eſt clair que ſi on avoit donné de plus l'hyperbole mam oppoſée à la premiere, elle auroit engendré la Courbe $CnnC$ oppoſée auſſi à $CNBC$, & que ſi on eût donné encore les deux hyperboles LL, II conjuguées aux deux premieres, elles euſſent produit les Courbes $CIIC$, $CLLC$ conjuguées auſſi aux premieres. Il n'eſt pas moins clair que ſi les hyperboles oppoſées II, LL ſont égales aux hyperboles MAM, mam, qu'auſſi les differentes branches de Courbes ſeront égales; mais lorſqu'elles ſeront plus grandes ou moindres, les rameaux $CLLC$, $CIIC$ ſeront plus grands, ou moindres que $CNBO$, CmC.

6°. Si on veut differentier l'équation on aura l'égalité $ds = \frac{asuudu - as^3du + 2suudu \times \sqrt{us}}{au^3 - auss - 2uss \times \sqrt{us}}$, & la formule des soûtangentes $\frac{sdu}{ds} = \frac{au^3 - auss - 2uss \times \sqrt{us}}{auu - ass + 2uu \times \sqrt{us}}$.

7°. Pour avoir l'espace borné par cette Courbe, on regardera MN comme infiniment prés d'AB; & ayant décrit du centre C les petits arcs AV, NO, & tiré les paralleles AP à MP & MR à CP, on aura $RM = dx$, $AR = -dy = \frac{aadx}{xx}$, $MV = \frac{x^4dx - a^4dx}{xx\sqrt{x^4 + a^4}}$, $AV = \sqrt{AM^2 - MV^2} = \frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$, & les secteurs semblables CAV, CNO donnent $CM \left(\frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) . CN \left(b - \frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) :: AV \left(\frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}\right) . NO = \frac{2aabxdx}{x^4 + a^4} - \frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$, & enfin $CNO = NO \times \frac{1}{2} CN = \frac{aadx}{x} + \frac{aabbxdx}{x^4 + a^4} - \frac{2aabdx}{\sqrt{x^4 + a^4}}$. D'où il est aisé de voir que la quadrature de cette Courbe dépend de celle du cercle & de l'hyperbole donnée; car $\frac{aadx}{x} =$ au secteur hyperbolique CAM, & $\frac{-2aabdx}{\sqrt{x^4 + a^4}} = -AV \times AB$, & $\frac{aabbxdx}{x^4 + a^4} =$ à un secteur du cercle CKk décrit du centre C & du rayon $CK = AB$ (b); car les secteurs semblables CAV, CKk donnent CV (CM) $\left(\frac{\sqrt{x^4 + a^4}}{x}\right) . CK (b) :: AV \left(\frac{2aadx}{\sqrt{x^4 + a^4}}\right) . Kk = \frac{2aabxdx}{x^4 + a^4}$, & partant $CKk = \frac{aabbxdx}{x^4 + a^4}$; mais CP (x) devenant $= CH$, ce qui arrive lorsque AB est en CS, la somme des secteurs CAV (CAM) & celle de leurs semblables CKk est necessairement renfermée dans l'angle ACS; d'où il est clair que l'espace renfermé par $CBNmC$ (moitié de celui que borne $CmBNmC$) est égal $KACSK + ACSA - \int AV \times AB$.

EXEMPLE V.

Soit donnée pour Courbe generatrice le premier tour d'une Spirale quelconque $ANMB$ dont l'équation soit

$c^m y^n = a^n x^m$ ($BQDPB$, c; $BQDP$, x; AB, a; AM, y). Si l'on conçoit que l'extremité B du rayon AB du cercle generateur parcoure la Spirale $BMNA$, la ligne AB restant toûjours placée sur le centre A, l'autre extremité A du rayon décrira aussi pendant ce tems une Courbe. Pour en avoir l'équation, soit imaginée AB dans une position quelconque MN, & soient nommées les inconnuës AM, r; aN, z; l'équation generale $m-r=z$ se changera en $a-y=z$, puisque $r=y$; mais à cause de la Spirale donnée $y=\frac{ax^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}}$, laquelle valeur d'$y$ substituée dans l'équation, on aura $\frac{a-ax^{\frac{m}{n}}}{c^{\frac{m}{n}}}=z$; & mettant en la place de z, $a-y$, on aura $-a^n x^m = -c^m y^n$, ou $a^n x^m = c^m y^n$, qui est l'équation de la Spirale donnée; d'où il est clair que toutes les Spirales quelque nombre pair ou impair que m & n expriment se reproduisent. Il arrive seulement qu'elles sont placées dans une situation opposée à la premiere.

Pour ne pas trop grossir ce Memoire, on se borne au petit nombre d'exemples que l'on vient de donner. Il suffit pour faire connoître la facilité avec laquelle on peut par cette methode trouver une infinité de Courbes. Ceux qui le jugeront à propos en pourront faire une plus ample application. On les avertit seulement qu'ils ne doivent point craindre que des Courbes dont les équations sont déja composées leur en donnent de plus composées, il arrive souvent que l'équation de la Courbe engendrée est plus simple que celle de la generatrice. Il suffit pour les en convaincre de leur faire remarquer que si on cherchoit la Courbe décrite par l'extremité A, de la ligne AB posée sur le point fixe F, pendant que l'autre extremité B parcourt la Courbe $BNTF$, dont l'équation est du quatriéme degré, comme on la vû dans l'Exemple second, la Courbe décrite par le point B feroit un arc de parabole. FIG. III.

DEMONSTRATION

De ce que M. Hughens s'est contenté d'énoncer à la fin de son discours de la cause de la pesanteur, *touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur résisteroit à chaque instant en raison de leurs vitesses.*

PAR M. VARIGNON.

1708. 13. Juin. MOnsieur Hughens à la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, fait mention des découvertes qu'il a faites sur le mouvement des corps graves à la maniére de Galilée, dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses actuelles, lesquelles dans un milieu sans résistance, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, auroient été comme les tems écoulés des chûtes de ces corps en lignes droites, & comme les tems à écouler jusqu'à la fin de leur ascension forcée suivant les mêmes lignes, ainsi que la pesanteur constante qu'on suppose causer ces vitesses, l'auroit alors éxigé. Mais M. Hughens s'étant contenté d'énoncer simplement ces découvertes sans se mettre en peine d'en donner la démonstration, j'ay crû qu'on seroit bien aise de voir ici celle que j'en ay promise à la fin du Mémoire du 7. Mars dernier, pag. 154. La voici déduite du premier & du dernier des trois Problêmes contenus dans ce Mémoire, * lesquels (pour abreger les citations qu'on en fera dans la suite) seront simplement appellés *Probl.* 1. & 3. Et pour ne rien omettre des Propositions de M. Hughens, nous allons suivre la liste qu'il nous en à donnée, en nous servant de sa Figure, qui est la premiere des deux suivantes, & de ses propres termes, qui seront en Italique pour les distinguer des nôtres : les voici tirés des pag. 169. 170. & 171. de son *discours de la cause de la pesanteur.*

* *pag.* 118. & 136.

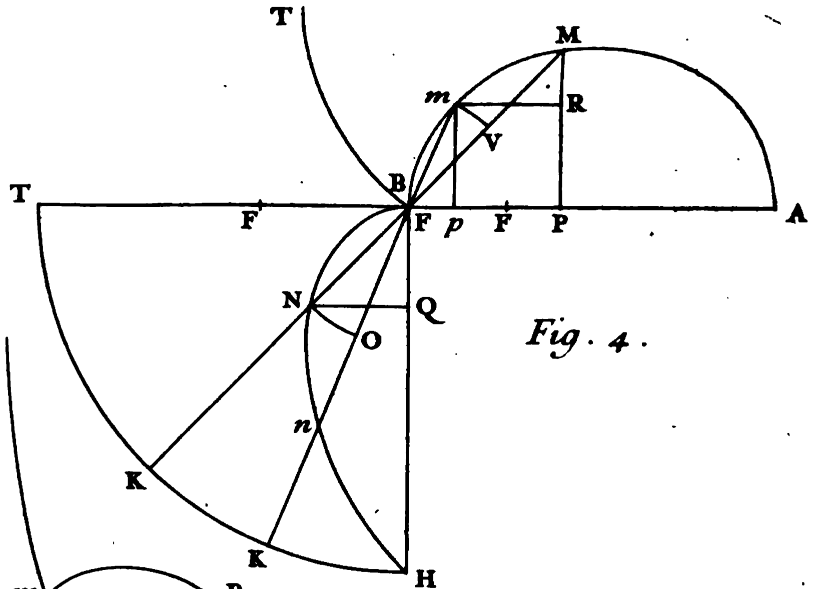
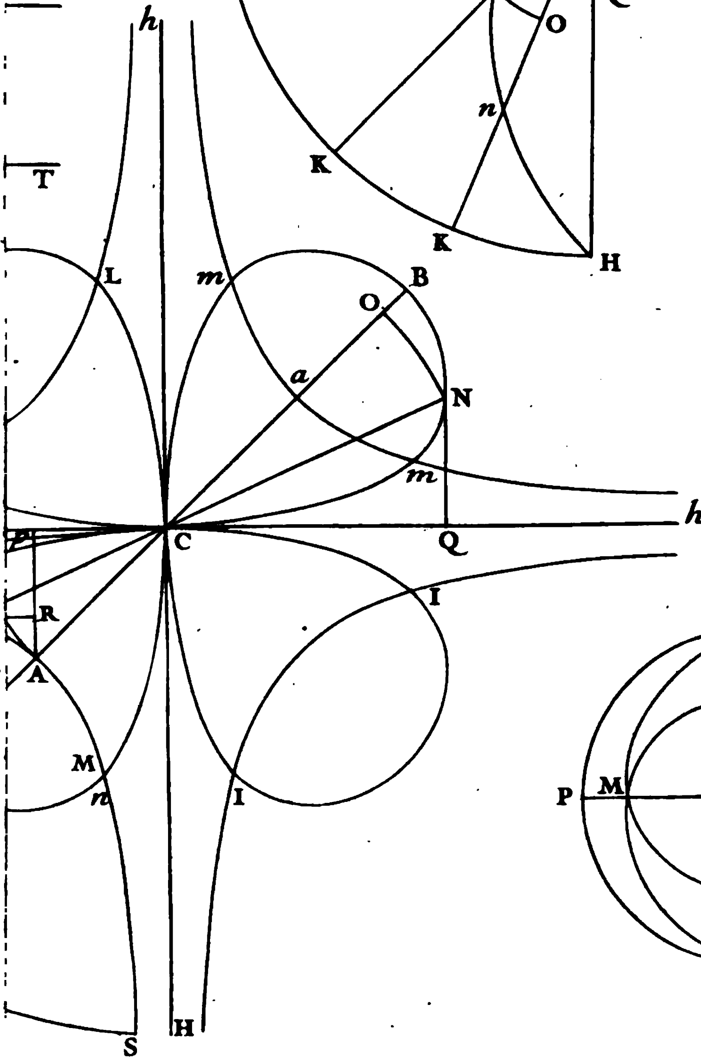


Fig. 4.



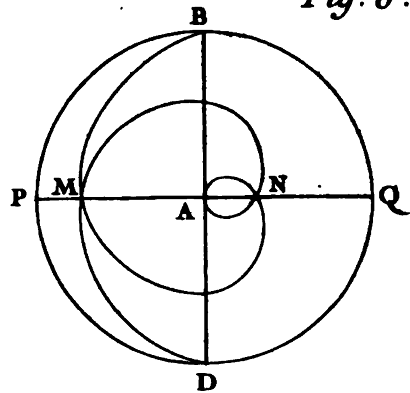
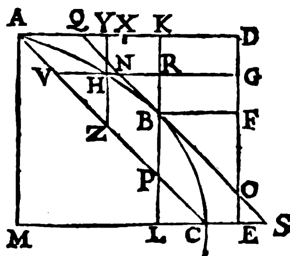


Fig. 6.

Borey fecit

I. *Dans la premiere supposition, où les résistances sont comme les vitesses, je remarquay que pour trouver les espaces passés en de certains tems, lorsque les corps tombent ou montent perpendiculairement, & pour connoître les vitesses au bout de ces tems, il y avoit une ligne courbe, que j'avois examinée long-tems auparavant, qui étoit de grand usage en cette recherche. On la peut appeller la* Logarithmique *ou la* Logistique, *car je ne vois pas qu'on lui ait encore donné de nom, quoique d'autres l'ayent encore considerée ci-devant. Cette ligne infinie étant* ABC, *elle a une ligne droite pour asymptote, comme* DE; *dans laquelle si on prend des parties égales quelconques qui se suivent, comme* DG, GF, *& que l'on tire des points* D, G, F, *des perpendiculaires jusqu'à la Courbe, sçavoir* DA, GH, FB, *ces lignes seront proportionelles continuës.*



1°. On voit dans la Solut. du Probl. 1.* que si aprés avoir pris *KD* égale à la soûtangente de la logarithmique *ABC*, laquelle soit rencontrée en *B* par *KL* parallele à son asymptote *DE*, on prend ici *BL* pour le tems écoulé depuis le commencement de la chûte verticale du corps en question; la logarithmique *ABC* (touchée en *B* par *QO* qui rencontre *AD*, *DE*, en *Q*, *O*), dont la soûtangente *FO* soit égale à l'ordonnée correspondante *BF*, donnera son ordonnée interieure *LC* parallele à *AD*, pour la vitesse de la chûte à la fin de ce tems *BL*, malgré les résistances supposées, c'est à dire, les *LC* comme les vitesses aquises à la fin des tems *BL* malgré ces résistances. Et en prolongeant *QO*, *LC*, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en *S*, le Corol. 5. du Probl. 1.* donnera aussi *CS* pour la hauteur parcouruë de haut en bas pendant le tems *BL* malgré les mêmes résistances, c'est à dire que ces hauteurs seront entr'elles comme les *CS* correspondantes.

* pag. 118. & 119.
* pag. 121.

2°. On voit pareillement dans la Solut. du Probl. 3.* * pag. 136.

qu'en prenant de même *KR* pour le tems écoulé depuis le commencement de l'ascension du corps jetté verticalement de bas en haut d'une vitesse *AK*, laquelle dans un milieu sans résistance eût duré sans s'éteindre jusqu'à la fin d'un tems exprimé par $KP = AK$; la même logarithmique *ABC* donnera aussi *HR* pour la vitesse restante à la fin de ce tems *KR*. Et si l'on fait *YZ* par *H*, laquelle soit parallele à *KP*, & qui rencontre *AD*, *AC*, en *Y*, *Z*; le Corol. 7. de ce Probl. 3. * donnera aussi *HZ* pour la hauteur parcouruë de bas en haut pendant ce tems *KR*, malgré l'opposition des résistances du milieu supposé & de la pesanteur du corps ainsi jetté : c'est à dire que les hauteurs ainsi parcouruës pendant les tems *KR*, seront ici entr'elles comme les *HZ* correspondantes ; & à la parcouruë pendant tout le tems *KB*, à la fin duquel s'éteignent les vitesses *HR* restantes de la premiere *AK* de projection : : *HZ*. *BP* (à cause des paralleles *AC*, *QS*, inclinées de 45. deg. sur *AD*, *SM*, *KL*,) : : *HZ*. *AQ* : : *HZ*. *CS*.

* pag. 140. & 141.

Cela seul suffiroit pour faire voir combien M. Hughens a eu raison de dire ci-dessus que la logarithmique étoit *de grand usage dans cette recherche :* On le verra encore dans la suite, & dans plusieurs autres Corollaires des Problêmes 1. & 3. * Voici comment il continuë.

* pag. 118. 136. &c.

II. *Pour expliquer ce qui est des chûtes des corps, je repete ici premierement ce que j'ay écrit à la fin du Traité du centre d'agitation : sçavoir qu'un corps, en tombant à travers l'air, augmente continuellement sa vitesse, mais toutesfois ensorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré.*

Cela se voit dans le Corol. 9. du Probl. 1.* On y voit, dis-je, que *BF* ou *LE*, c'est à dire que la vitesse qui seroit à l'aquise *LC* à la fin du tems *BL*, comme *BF* ou *LE* est à *LC*, est ce degré que le corps en tombant à travers l'air, ne sçauroit jamais atteindre, quoique ce degré ne soit que fini, & que les vitesses *LC* de ce corps, augmentant toûjours avec les tems *BL*, approchent continuellement

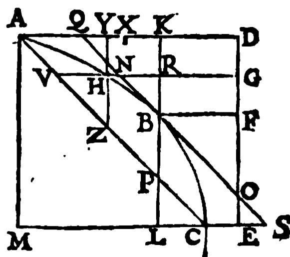
* pag. 113.

de cette plus grande *LE*, ne pouvant jamais arriver jusqu'à lui être égales qu'aprés un tems infini, à cause de l'asymptote *DE*. Cela suit aussi du nomb. 1. de l'art. 1. Cette plus grande vitesse *LE* dans chaque corps, est appellée *vitesse terminale* par M. Hughens.

III. Il ajoûte que cette vitesse est celle *qu'il faudroit à l'air à souffler de bas en haut, pour tenir le corps suspendu sans pouvoir descendre; car alors* (dit-il) *la force de l'air contre ce corps égale sa pesanteur.*

Cet endroit a besoin d'explication. Il est vrai qu'une force de bas en haut dans l'air, laquelle seroit égale à la pesanteur d'un autre corps au commencement de sa chûte, l'y tiendroit suspendu sans pouvoir descendre, cette force & cette pesanteur se trouvant alors en équilibre. Mais cette force de la quantité ou masse d'air qui agiroit contre ce corps, & la pesanteur de ce même corps, ne pouvant leur donner à chaque instant que des vitesses en raison réciproque de leurs masses, il faudroit que cette quantité ou masse d'air fût alors infiniment petite par raport à celle de ce corps pour que la vitesse de cet air fût égale à la terminale de ce même corps; puisque cette vitesse terminale seroit infinie par raport à ce que la pesanteur sans obstacle en pourroit donner à chaque instant à ce corps. Qu'on prenne sur cela tel parti qu'on voudra, & l'on verra presentement sans peine ce qu'on doit penser de cette proposition de M. Hughens. Voici comment il continuë.

IV. *Si donc un corps pesant est jetté perpendiculairement en haut, avec une vitesse dont la raison à la vitesse terminale soit donnée, par exemple, comme de la partie* AK *à* KD *dans l'ordonnée* AD, *perpendiculaire à l'asymptote* DE; *soit menée* KB *parallele à cette asymptote, & qu'au point* B *la Courbe soit touchée par la droite* BO, *qui rencontre* DE *en* O, *&* DA *en* Q. *Laquelle tangente se trouve en*



prenant FO, *depuis l'ordonnée* BF, *égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même, & que je définiray dans la suite. Puis soit* AC *parallele à cette tangente, coupant* KB *prolongée en* P; *& du point* C, *où elle rencontre la Courbe, soit tirée* CLM *parallele à* AD, *& coupant* KB *prolongée, &* AM *parallele à l'asymptote, aux points* L *&* M.

* pag. 118. 119. & 123. 1°. La Solut. du Probl. 1. & son Corol. 9.* font voir que *KD* égale à la soûtangente *FO*, y exprimeroit la plus grande vitesse que le corps pût aquerir en tombant malgré les résistances supposées. Ainsi pour y avoir *AK* à *KD*, comme la plus grande vitesse de projection de bas en haut, seroit à cette vitesse terminale, il faudroit les y prendre sur une ordonnée *AD* qui y pût fournir, c'est à dire, sur une ordonnée *AD* égale à la somme des lignes *AK*, *KD*, prises pour les expressions de ces vitesses; ce qui est toûjours aisé, quel que doive être le raport de chaque *AK* à la même *KD*, la logarithmique ayant des ordonnées de toutes les longueurs imaginables.

2°. Puisque (*nomb.* 1.) $FO = KD = BF$, il est manifeste que *AC* parallele à *BO*, donnera aussi $KP = AK$; & qu'ainsi cette parallele *AC* passera par l'extrémité *P* de la droite *KP* prise ci-dessus (*art.* 1. *nomb.* 2.) pour l'expression du tems que la vitesse *AK* de projection de bas en haut, eût duré sans s'éteindre dans un milieu sans résistance.

V. *Maintenant le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver, est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL.

* pag. 148. & 149. On voit dans le Corol. 18. du Probl. 3.* que la hauteur parcouruë malgré les résistances supposées du milieu & de la pesanteur, en montant pendant le tems *KB*, c'est à dire, jusqu'à l'entiére extinction de la vitesse *AK* de projection de bas en haut, est à ce que le même corps en doit parcourir malgré les résistances du milieu, en tombant en vertu de sa pesanteur pendant le tems *BL* :: *B P*. *CS*. Mais les triangles rectangles *BLS*, *PLC*, étant (*Constr.*) isoscelles

iſoſcelles & ſemblables, rendent $BP = CS$. Donc les eſpaces ainſi parcourus en montant pendant le tems KB juſqu'à l'entiére extinction de la viteſſe AK de projection, & en deſcendant pendant le tems BL, doivent être égaux entr'eux; & réciproquement ſi ces eſpaces ſont égaux, les tems employés à les parcourir doivent être entr'eux :: KB. BL. Ainſi qu'il le falloit démontrer. Cela ſuit encore des nomb. 1. & 2. de l'art. 1.

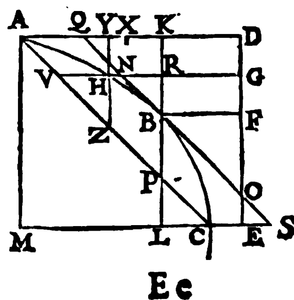
VI. *Et le tems qu'il employe à monter à travers l'air, étant jetté comme il a été dit, eſt au tems qu'il employeroit ſans rencontrer de réſiſtance, comme* KB *à* KP.

Cela ſe voit démontré dans le Corol. 5.* du Probl. 3. Il ſuit encore du nomb. 2. de l'art. 1. dans lequel KP a été priſe pour le tems que dureroit dans un milieu ſans réſiſtance l'aſcenſion droite du corps jetté verticalement en haut de la viteſſe AK juſqu'à ſon entiére extinction; & où KB eſt auſſi le tems que cette même viteſſe dureroit juſqu'à ſon entiére extinction dans un milieu réſiſtant de la maniére qu'on le ſuppoſe ici. * *pag.* 140.

VII. *Et la hauteur à laquelle il montera dans l'air, à celle où il monteroit ſans réſiſtance, comme l'eſpace* ABK *au triangle* APK.

On voit dans le Corol. 11.* du Probl. 3. que le premier de ces eſpaces ſeroit au ſecond :: $FO \times BP$. $\frac{KP \times KP}{2}$ (*Cor.* 7.* *Probl.* 3.) :: ABK. APK. *Ce qu'il falloit démontrer.* * *pag.* 142. & 143. * *pag.* 141. & 142.

Mais ſans ſe mettre en peine des valeurs $FO \times BP$, $\frac{KP \times KP}{2}$, des aires ABK, APK, il ſuffit de conſidérer que leurs ordonnées RH, RV, expriment les viteſſes reſtantes à la fin des tems KR : ſçavoir RH, les reſtantes * juſqu'à zero en B dans le milieu réſiſtant; & RV, les reſtantes * juſqu'à zero en P dans le milieu non réſiſtant. Car alors voyant la ſomme des RH à la ſomme des RV, comme la ſomme des viteſſes reſtantes * *Corol.* 5. *pag.* 140. * *hyp.*



juſqu'à zero en B, à la ſomme des reſtantes juſqu'à zero en P; on verra conſéquemment auſſi que l'aire logarithmique ABK doit être au triangle APK, comme la premiere de ces ſommes de viteſſes à la ſeconde, c'eſt à dire, comme la hauteur à laquelle le corps jetté montera dans l'air, eſt à celle où il monteroit dans un milieu ſans réſiſtance; puiſque ſuivant le Lem. 2. qui (*pag.* 117. *du Mem. du* 7. *Mars dernier*) précéde les deux Problêmes cités juſqu'ici, les eſpaces parcourus ſont toûjours en général comme les ſommes des viteſſes en vertu deſquelles ils ont été parcourus.

VIII. *Ou comme* QA *à* AX, *que je ſuppoſe être la moitié d'une troiſiéme proportionelle aux lignes* DK, KA.

Cela ſe trouve encore démontré dans le Corol. 11.* du Probl. 3. ce Corollaire faiſant auſſi voir que la premiere des hauteurs en queſtion ſeroit ici à la ſeconde : : BP. AX (à cauſe de $QA = BP$) : : QA. AX.

* *pag.* 142. & 143.

Ce raport ſe tire de celui du précédent art. 7. où la premiere de ces hauteurs ſe trouve à la ſeconde : : $FO \times BP$. $\frac{KP \times KP}{2}$: : BP. $\frac{KP \times KP}{2FO}$: : QA. $\frac{AK \times AK}{2KD}$ (à cauſe de l'hypothêſe qu'on fait ici de $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$) : : QA. AX.

IX. *Et ſa viteſſe en commençant de monter, à celle qu'il a en retombant à terre, comme* ML *à* LC.

Suivant les nomb. 1. & 2. de l'art. 1. l'un & l'autre de ces deux mouvemens ſe faiſant dans un milieu réſiſtant en raiſon des viteſſes, dont la premiere d'aſcenſion eſt $AK = ML$, & la derniere de chûte eſt LC; ces deux viteſſes ſeront effectivement entr'elles : : ML. LC.

AVERTISSEMENT.

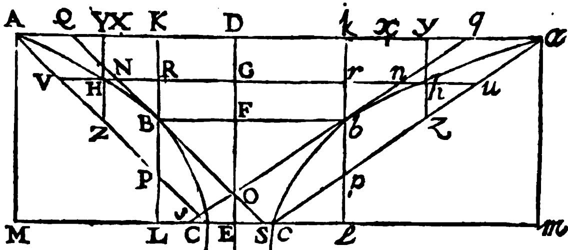
De tout ce que M. Hughens a ici avancé ſans démonſtration, il ne reſte plus que la Courbe de projection faite dans un milieu réſiſtant comme ci-deſſus : Nous démontrerons auſſi la conſtruction qu'il en a donnée lorſque nous la conſtruirons à nôtre maniére. Mais auparavant voici comment les Propoſitions précédentes de cet Au-

teur, pourroient encore se démontrer par le moyen d'arcs tous differens d'une même logarithmique.

REMARQUE.

Pour démontrer encore les précédentes Propositions de M. Hughens par le moyen d'un arc quelconque, autre que le précédent, de la même logarithmique aussi quelconque.

L'usage immédiat qu'on vient de faire des Probl. 1. & 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. nous a fait employer ici un arc logarithmique *ABC* d'une soûtangente *FO*=*FB*=*DK*. Mais cela n'est pas necessaire, tout autre raport de la soûtangente *FO* à l'ordonnée correspondante *BF* de la logarithmique, pouvant servir de même à démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens.



X. Pour le voir soit presentement cette soûtangente *FO* en telle raison qu'on voudra à *Fb* ou à *Dk*, & le reste en petites lettres à droite de *DE*, comme il est à gauche en grandes lettres de même nom dans la Figure précédente, dont les ordonnées *HG*, *BF*, *CE*, soient prolongées par-delà *DE*, & que voici repetée avec tel autre arc *abc* de la même logarithmique que *ABC*, sur la même asymptote *DE*, & qui rencontre en *a*, *h*, *b*, *c*, les droites *AD*, *HG*, *BF*, *CE*, prolongées jusqu'à lui. Soient par *a*, *b*, les droites *am*, *kl*, paralleles à *DE*, & qui rencontrent en *m*, *l*, l'ordonnée *MC* prolongée de ce côté-là, la seconde *kl* rencontrant aussi *HG* prolongée en *r*. Aprés avoir fait *qO* tangente en *b* de l'arc logarithmique *abc*, & qui rencontre *AD*, *HG*, *DE*, *ME*, en *q*, *n*, *O*, *s*; soit *ac* parallele à cette touchante *qO*, & qui rencontre les droites *aD*, *yz*, *kp*, en *a*, *z*, *p*.

XI. Cela fait, l'abſciſſe *DF* commune aux deux ordonnées *FB*, *Fb*, rendra *AD*. *aD* : : *BF*. *bF* : : *KD*. *kD*. ou *AD*. *KD* : : *aD*. *kD*. ou bien auſſi *AK*. *KD* : : *ak*. *kD*. Ainſi *aD* ſera ici diviſée au point *k* en raiſon de la viteſſe de projection (de bas en haut) à la viteſſe terminale du corps jetté, comme *AD* l'eſt (*art.* 4.) au point *K*.

La penultiéme Analogie donnera auſſi *AD*. *AK* : : *aD*. *ak*. ou *AD*. *aD* : : *AK*. *ak*.

XII. L'on aura de même *AD*. *aD* : : *HG*. *bG* : : *YD*. *yD*. ou *AD*. *YD* : : *aD*. *yD*. ou bien auſſi *AD*. *AY* : : *aD*. *ay*. & delà *AD*. *aD* : : *AY*. *ay*. Donc (*art.* 11.) *AK*. *ak* : : *AY*. *ay*. ou *AK*. *AY* : : *ak*. *ay*. Mais les triangles ſemblables *AKP*, *AYZ*, rendent *AK*. *AY* : : *KP*. *YZ*. Et les ſemblables *akp*, *ayz*, rendent de même *ak*. *ay* : : *kp*. *yz*. Donc *KP*. *YZ* : : *kp*. *yz*. ou *KP*. *kp* : : *YZ*. *yz*.

XIII. Or les triangles (*Conſtr.*) ſemblables *akp*, *bFO*, donnant *kp*. *ak* : : *FO*. *bF* (*art.* 1. *nomb.* 1.) : : *BF*. *bF* : : *AD*. *aD* (*art.* 11.) : : *AK*. *ak* (*art.* 1. *nomb.* 1.) : : *KP*. *ak*. l'on aura *KP* = *kp*. Donc auſſi (*art.* 12.) *YZ* = *yz*. Par conſéquent ayant (*Conſtr.*) *KB* = *kb*, & *YH* = *yh*; l'on aura non-ſeulement *BP* = *bp*; mais auſſi par tout *HZ* = *bz* correſpondante : c'eſt à dire que les *HZ*, *bz*, correſpondantes, compriſes entre les arcs logarithmiques *ABC*, *abc*, & les droites *AC*, *ac*, prolongées à l'infini du côté de *C*, *c*, & paralleles aux tangentes *QO*, *qO*, aux points *B*, *b*, de ces arcs, ſeront pareillement ici égales entr'elles. D'où l'on voit que l'anéantiſſement de *HZ* ſe faiſant en *C* ſur *ME*, celui de *bz* ſe doit auſſi faire ſur *ME* prolongée du côté de *m*; ainſi le point *c* de rencontre de la droite *ac* avec l'arc logarithmique *abc*, doit pareillement être ſur *ME* prolongée de ce côté-là.

Il eſt viſible que par-delà *C*, *c*, les *HZ*, *bz*, correſpondantes ſeroient exterieures d'interieures qu'elles ſont ici par raport aux arcs logarithmiques *ABC*, *abc*; il n'y a qu'à les tracer, & à y appliquer le raiſonnement précédent, pour en avoir auſſi l'égalité entr'elles : on ne les a point marquées ici de peur de multiplier inutilement le

nombre des Figures, ou de trop charger celle-ci.

XIV. Puisque (*art.* 12.) $AK.\ AY :: ak.\ ay.$ l'on aura aussi $AK.\ YK :: ak.\ yk.$ ou $AK.\ ak :: YK.\ yk :: HR.\ hr.$ Mais les triangles semblables AKP, VRP; & akp, urp, donnent $AK.\ VR :: KP.\ RP$ (*art.* 13.) $:: kp.\ rp :: ak.\ ur.$ ou $AK.\ ak :: VR.\ ur.$ Donc $HR.\ hr :: VR.\ ur.$ Et par tout de même sur les abscisses égales KR, kr, des longueurs (*art.* 13.) égales KB, kb; & KP, kp. Donc aussi les sommes correspondantes de ces ordonnées seront proportionelles entr'elles : c'est à dire, les aires $AHRK.\ ahrk :: AVRK.\ aurk.$ ou $AHRK.\ AVRK :: ahrk.\ aurk.$ Et conséquemment aussi les aires $ABK.\ APK :: abk.\ apk.$

XV. Il est pareillement visible que $LE.\ lE :: BF.\ bF$ (à cause de l'abscisse commune FE) $:: CE.\ cE.$ ou $LE.\ CE :: lE.\ cE.$ Donc $LC.\ CE :: lc.\ cE.$ ou $LC.\ lc :: CE.\ cE$ (à cause de l'abscisse commune DE) $:: AD.\ aD$ (*art.* 13.) $:: AK.\ ak$ (*art.* 14.) $:: HR.\ hr.$ Par conséquent la raison des ordonnées correspondantes $LC.\ lc :: HR.\ hr.$ sera par tout ici la même.

XVI. Puisque (*art.* 11.) $AD.\ AK :: aD.\ ak.$ l'on aura pareillement $KD.\ AK :: kD.\ ak.$ ou $\frac{AK}{KD} = \frac{ak}{kD}$, ou bien aussi $\frac{AK}{2KD} = \frac{ak}{2kD}$. Mais le parallelisme supposé de AP avec QB, & de ap avec qb, donne $AQ.\ AK :: BP.\ KP$ (*art.* 13.) $:: bp.\ kp :: aq.\ ak$, c'est à dire, $AQ.\ AK :: aq.\ ak.$ Donc en multipliant les deux conséquens de cette analogie par les termes correspondans de la seconde des deux égalités précédentes, l'on aura $AQ.\ \frac{AK \times AK}{2KD} :: aq.\ \frac{ak \times ak}{2kD}$. Par conséquent en prenant ici $ax = \frac{ak \times ak}{2kD}$, com-

me l'on a pris $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$ dans l'art. 8. l'on aura ici $AQ. AX :: aq. ax.$

USAGE

De la Remarque précèdente pour démontrer encore les Propositions de M. Hughens par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique que celui qui y a servi avant cette Remarque.

XVII. Puisque (*art.* 11.) $ak. kD :: AK. KD.$ c'est à dire (*art.* 4.) comme la viteſſe de projection de bas en haut, est à la viteſſe terminale du corps jetté ; si l'on prend ak pour cette viteſſe de projection de bas en haut, l'on aura auſſi kD pour la viteſſe terminale de ce corps, de même qu'en prenant (*art.* 4.) AK pour la premiere de ces viteſſes, l'on a eu KD pour la ſeconde.

XVIII. Puiſque (*art.* 15.) $LC. lc :: CE. cE :: LE. lE.$ ou $LC. LE :: lc. lE.$ Et que (*art.* 2.) ſuivant le Cor. 9. du Prob. 1. pag. 123. ci-devant, LC eſt à LE comme la viteſſe aquiſe pendant le tems BL en vertu de la peſanteur conſtante du mobile, malgré les réſiſtances ſuppoſées, eſt à ſa viteſſe terminale ; l'on aura auſſi lc à lE, comme cette viteſſe aquiſe pendant le tems bl, eſt à cette terminale. D'où l'on voit encore par le moyen de l'arc logarithmique abc ce que l'on a déja vû (*art.* 2.) par le moyen de l'autre ABC, *qu'un corps en tombant à travers l'air* (qu'on ſuppoſe lui réſiſter en raiſon de ſes viteſſes) *augmente continuellement ſa viteſſe* (lc), *mais toutefois enſorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré* (lE). Ce qui eſt la Propoſition de M. Hughens, déja démontrée dans l'art. 2.

XIX. En ſuppoſant (comme l'on fait par tout ici) le mobile de peſanteur conſtante, & les réſiſtances du milieu qu'il traverſe, en raiſon de ſes viteſſes, on a vû dans l'art. 5. que *le tems que le corps mèt à monter à la hauteur où il peut arriver, eſt au tems de ſa deſcente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL. C'eſt donc auſſi (*Conſtr.*) comme kb à bl.

XX. On a pareillement vû dans l'art. 6. que *le tems qu'il emploïe à monter à travers l'air, étant jetté* (en ligne droite de bas en haut) *comme il a été dit, est au tems qu'il emploïeroit sans rencontrer de résistance, comme* KB *à* KP. Mais (*Constr.*) $KB = kb$, & (*art.* 13.) $KP = kp$. Donc le premier de ces tems est aussi au second, comme kb à kp.

XXI. Suivant l'art. 7. *la hauteur à laquelle ce corps montera dans l'air, est à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace* ABK *au triangle* APK. Mais (*art.* 14.) les aires $abk.\ apk :: ABK.\ APK$. Donc aussi la premiere de ces hauteurs est à la seconde, comme l'espace abk au triangle apk.

XXII. L'art. 8. fait voir que la premiere de ces hauteurs seroit aussi à la seconde, *comme* QA *à* AX *supposée être la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes* DK, KA. Mais en supposant de même ax moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes Dk, ka, l'art. 16. donne $qa.\ ax :: QA.\ AX$. Donc la premiere des hauteurs en question, seroit pareillement à la seconde, comme qa à ax.

XXIII. Enfin dans l'art. 9. on a vû que *la vitesse du mobile en commençant de monter, est à celle qu'il a en retombant à terre, comme* ML *à* LC. Mais à cause de $ml.\ lE :: ak.\ kD$ (*art.* 16.) $:: AK.\ KD :: ML.\ LE$. ou $ml.\ ML :: El.\ LE$ (*art.* 15.) $:: lc.\ LC$. l'on aura $ml.\ lc :: ML.\ LC$. Donc la premiere de ces vitesses sera de même à la seconde, comme ml à lc.

Voilà donc encore les Propositions de M. Hughens, raportées avant la Remarque précédente, démontrées par le moyen de l'arc logarithmique abc, comme elles l'ont été là par le moyen de l'autre arc ABC de la même logarithmique, quelque raport qu'il y ait de Fb à FO, ainsi qu'il le falloit encore démontrer.

AVIS.

De la maniére dont on voit ici qu'un arc quelconque abc de la même logarithmique que ABC, peut servir à la

place de celui-ci pour démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens; il est aisé de voir aussi que tout ce que nous avons démontré dans ces Mémoires par le moyen d'un arc logarithmique pareil à ce dernier *ABC*, dont les abscisses *BL* qui expriment les tems ou les durées des chûtes, commencent à une ordonnée *BF* égale à la soûtangente correspondante *FO*; se pourra démontrer de même par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique.

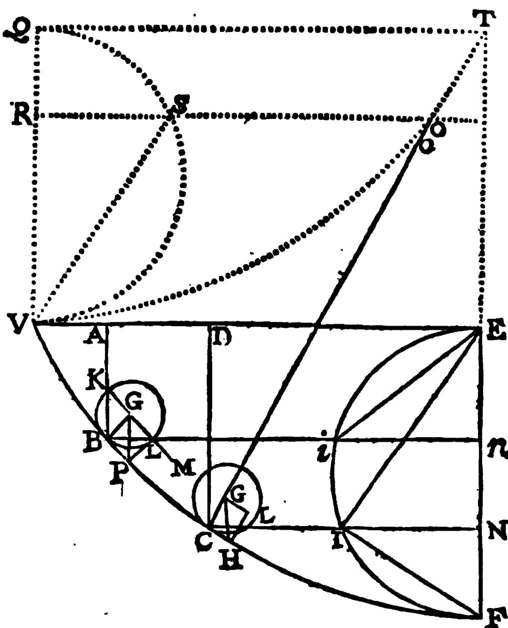
DU PLAN

Sur lequel un corps descendant fait sur chaque partie des impressions qui sont en raison réciproque des tems qu'il employe à les parcourir.

PAR M. PARENT.

1708. 12. May. SOit le corps *G* posé sur la partie *B* ou *BP* du plan *BCF*, & supposé qu'une force *K* le choque selon la direction *KGM* parallele à la tangente en *B*, & que la vitesse qu'elle lui fait prendre soit, si l'on veut, la même que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur verticale *AB*; il est manifeste par les proprietés connuës de la vertu centrifuge que cette vitesse acquise en *B* selon *KM*, jointe à celle que sa pesanteur lui fera encore acquerir en parcourant la Courbe *BCF*, lui donnera une force pour s'en approcher davantage, c'est à dire pour la presser selon ses differentes perpendiculaires *GC* &c. & qu'à cause de cela je nomme force Curvipete. Mais de plus la cause de la pesanteur du corps *G* le pressant continuellement selon des verticales comme selon *GH*, & cette impression que je marque par *GH* étant divisée dans les deux *GC*, *GL*, dont la premiere est perpendiculaire, & la seconde parallele à la tangente au point *C* de cette

cette Courbe ; il est évident que la partie d'impression marquée par *GC* se joindra continuellement à la vertu curvipete pour presser la Courbe en *C*. De sorte que la partie *C* sera pressée de la somme de ces deux forces, sçavoir de la vertu curvipete en *C*, & de la partie *GC* de la pesanteur relative du corps *G*. Il s'agit donc de trouver la nature du plan *BCF* sur lequel ces deux forces conjointes doivent faire des impressions qui soient entr'elles en raison réciproque des tems pendant lesquels le corps *G* parcourt ses differentes parties.



Mais auparavant il faut considerer que puisque dans le Systême de Galilée de la chûte des corps dont nous nous servirons dans la suite, le corps *G* est supposé choqué par instants, & recevoir à chaque instant un nouveau degré de force ; si l'on prend sur le plan *BCF* deux parties égales & indéfiniment petites *BP*, *CH*, le corps *G* séjournera d'autant plus long-tems sur *BP* que sur *CH*, que sa vitesse selon *BP* est moindre que selon *CH*. Il recevra donc d'autant plus de choqs de la cause de sa pesanteur en parcourant *BP* qu'en passant par *CH*, que la vitesse par *BP* est moindre que par *CH* ; ou menant la verticale *CD* sur l'horizontale *AE*, d'autant que la racine de *BA* est moindre que la racine de *CD*. Le plan *BCF* doit donc être tel que l'impression totale faite sur

BP ſoit d'autant moindre que l'impreſſion totale faite ſur *CH*, que *AB* eſt moindre que *CD*.

Mais ſi l'on ſuppoſe que le plan *BCF* eſt une cycloïde ordinaire qui rencontre l'horizontale *AE* en *V*, & dont *F* ſoit le ſommet, la verticale *EF* le diametre de ſon cercle generateur *EIF*, que *CIN* ſoit une ordonnée quelconque à cette cycloïde rencontrant le cercle en *I*, & l'axe *EF* en *N*; & que l'on ait mené la corde *EI*, que *VOT* ſoit une autre cycloïde toute égale à la premiere rencontrant ſon axe *FE* prolongé en *T*, & dont la verticale *VRQ* égale à *EF* ſoit auſſi le diametre de ſon cercle generateur *VSQ* égal à *EIF*; & qu'enfin ayant pris l'arc *VS* ſur le ſecond cercle égal à l'arc *IE* du premier, on mene la perpendiculaire *RSO* ſur *VQ* en *R* rencontrant en *O* la cycloïde *VOT*, & que l'on prolonge indéfiniment la perpendiculaire *CG* à la Courbe *VCF*, laquelle ſera tangente à la ſeconde cycloïde *VOT*, comme en *o*, (ce que M. Hughens a démontré le premier dans ſon *Horologium ocillatorium*), & parallele à *IE*. Mais les arcs *VS*, *EI*, ayant été faits égaux, les cordes *VS* & *EI* ſeront paralleles, à cauſe des cercles égaux *VSQ*, *EIF*; donc auſſi *Co*, *VS*, ſeront paralleles. Donc *O* & *o* ne ſeront qu'un même point. Or *CO* eſt toûjours égale à l'arc *VO*, & celui-ci toûjours double de la corde *VS*, ſelon le même Auteur ci-deſſus. Donc *CO* eſt toûjours double de *VS* ou de *EI*. Or, ſelon le même Auteur à la fin du même Livre, on a toûjours l'analogie (comme *CO* eſt au double de *CD* ou de *EN*); ainſi le poids *G* (conſideré comme attaché un inſtant en *O* par un fil *GO*, & tournant à l'entour de *O* comme centre) a ſa vertu centrifuge en *C*; ce qu'on trouve démontré dans le Journal des Sçavans du 23 May 1701, & dans nôtre ſecond Journal. On aura donc auſſi l'analogie (comme le double de *EI* eſt au double de *EN*, ou comme *EI* eſt à *EN*, ou encore comme *FE* eſt à *EI*); ainſi le poids *G* a ſa vertu centrifuge en *C*. Donc *EF* marquant le poids *G*, les cordes *EI* perpendiculaires aux touchantes *CH* dans tous les points

C de la cycloïde, exprimeront ses vertus curvipetes dans tous ces mêmes points.

Menant encore les cordes *IF*, on aura continuellement les triangles *GCH*, *EIF*, rectangles en *C* & *I* semblables à cause de leurs côtés paralleles, ce qui donnera encore l'analogie (comme *GH* est à *GC*, c'est à dire comme le poids *G* est à son effort relatif en *C* contre la partie *CH* de la Courbe), ainsi *EF* est à *EI*. Donc *EF* exprimant encore le poids *G*, les cordes *EI* marqueront aussi ses efforts relatifs sur toutes les parties de cette Courbe *BCF*, lesquels efforts dérivent immediatement de son poids; d'où il est évident que quand un corps tombe le long d'une cycloïde, sa vertu curvipete & sa pesanteur relative sont égales pour tous les points de cette Courbe. Donc *EF* exprimant le poids *G*, le double de *EI* marquera tout son effort contre la partie *CH*.

Enfin si l'on mene encore la perpendiculaire *Bn* sur l'axe *EF*, rencontrant le cercle *EIF* en *i*, avec la corde *Ei*, on aura donc tout l'effort de *G* sur *BP* marqué par le double de sa corde *Ei*. Donc tout l'effort sur *BP* sera à tout l'effort sur *CH*, comme *Ei* à *EI*, c'est à dire comme la racine du rectangle *nEF* à la racine du rectangle *NEF*, ou tout d'un coup comme la racine de *nE* à la racine de *NE*, ou plutôt comme la racine de *AB* à celle de *DC*, c'est à dire comme la vitesse en *B* est à la vitesse en *C*. Donc enfin tout l'effort de *G* sur *BP* sera d'autant plus petit, que sur *CH* du côté de la vertu curvipete & de sa pesanteur relative ensemble, que le séjour sur *BP* sera plus grand que sur *CH*; ce qui étoit proposé.

A l'égard de la methode par laquelle nous sommes parvenus à cette découverte, qui est celle du calcul integral; comme elle est maintenant dans les mains de tout le monde, nous avons negligé de la donner.



OBSERVATIONS
SUR LE NOSTOCH,
Qui prouvent que c'est veritablement une Plante.

PAR M. GEOFFROY le jeune.

1708. 6. Juin. LE Nostoch de Paracelse qu'il nomme aussi quelquefois *Cærefolium*, & que d'autres nomment *Cæli flos*, *Cælifolium*, *flos terræ*, paroît être une espece de gelée, quelquefois claire, quelquefois verdâtre, tremblante lorsqu'elle est fraîche, qu'on trouve souvent aprés les pluïes dans les prez & dans les terres seches, arides & sablonneuses. Cette matiere ne paroît ordinairement que depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à celui de l'Automne. Il faut la ramasser avant le lever du Soleil; car la chaleur de ses rayons la desseche, de maniere qu'il n'en reste que des membranes de couleur brune.

On est en doute sur son origine: Quelques-uns veulent qu'elle tombe du Ciel comme une rosée, & que ce soit l'excrement de quelques étoiles. D'autres la regardent comme une production de la terre, ou comme une sorte de Plante.

M. Magnol dans son *Botanicum Monspeliense* l'a nommée *Muscus fugax membranaceus pinguis.* M. Tournefort dans son Traité des Plantes des environs de Paris la nomme *Nostoch Ciniflonum.* Je crois qu'ils sont les seuls Botanistes qui l'ayent mis au rang des Plantes.

J'ay crû qu'il seroit bon de la faire voir à la Compagnie dans ses differens âges, afin de l'assurer que cette matiere est produite de la terre; qu'elle y tient même par une ou plusieurs racines fort déliées. L'embrion de cette Plante ne paroît d'abord que comme un petit tubercule charnu, molasse, garni de petites inégalitez, comme cel-

les qu'on remarque ſur les fraiſes. Sa couleur eſt verte-brune, elle s'éclaircit à meſure que la membrane s'étend, & enfin cette membrane paroît tout à fait dévelopée ſur la Terre, qu'elle laiſſe quelquefois moulée de ſes creux.

Lorſque cette Plante eſt venuë en cet état, elle s'y conſerve tant que le temps eſt humide, & ne ſe fane que lorſque le vent & le Soleil viennent à deſſecher la terre, & à la priver par conſequent de ſa nourriture.

Dans ſon état naturel je l'ay trouvée ordinairement pliée en deux dans ſa longueur, & il m'a parû que ſes deux bouts venant enſuite à ſe rejoindre, formoient un paquet membraneux.

M. Duclos apporta à l'Academie en 1667, une eau claire & inſipide diſtillée du Noſtoch, qui blanchiſſoit la ſolution du Sublimé corroſif.

En 1678 M. Bourdelin en fit une analyſe plus exacte, & il en tira outre beaucoup de flegme, une aſſez grande quantité de Sel volatil concret ou diſſous dans la liqueur, & de l'huile fétide.

L'analyſe que j'en ay faite s'accorde fort bien avec celle de ces Meſſieurs, puiſque j'en ay tiré d'abord une liqueur fort claire, ſans goût, qui a blanchi la ſolution du Sublimé corroſif, & verdi le Syrop violat.

Les autres liqueurs que j'en ay retirées n'ont fait que confirmer ce que j'avois déja remarqué dans la premiere.

Enfin j'en ay retiré un beau Sel volatil concret bien criſtalliſé aux parois du récipient, un eſprit volatil urineux, & une huile fétide. Le *Caput mortuum* étant calciné & leſſivé, m'a fourni tres-peu de Sel fixe, encore étoit-il chargé de terre. Il a jauni legerement la ſolution du Sublimé corroſif. Il a alteré le Syrop violat, & l'a rendu de couleur verdâtre.

Si on laiſſe fermenter cette Plante ſur elle-même dans un vaiſſeau fermé, elle ſe pourrit & ſe réſout en liqueur aſſez puante, qui au bout de 20 jours eſt de couleur rouge, & dix autres jours aprés de couleur bleuë.

J'ay observé que ces deux sortes de liqueurs, même aprés un temps assez considerable, étoient l'une acide & l'autre alcaline. La liqueur rouge n'a fait aucun effet sur la solution du Sublimé corrosif, & a rougi tant soit peu le Syrop violat. La liqueur bleuë a blanchi la solution du Sublimé, & a verdi le Syrop violat.

On attribuë au Nostoch de grandes vertus. Les Païsans en Allemagne s'en servent pour faire croître les cheveux. On le croit excellent pour les cancers, & les fistules. Un Medecin Suisse le réduisoit en poudre, & en donnoit deux ou trois grains pour calmer les douleurs interieures, & il s'en servoit exterieurement pour les ulceres.

Il entre dans le *Spermiolum compositum Cnœffelii pro principe Van Eggenberg*, dont on peut voir la description dans les Ephemerides d'Allemagne année 1676, parmi les secrets de Cnœffelius.

Les Chimistes s'imaginent que le Nostoch contient l'Esprit universel. Ils en tirent un Esprit doux, auquel ils attribuënt de grandes vertus, & qu'ils croïent être le dissolvant radical de l'or.

On en distile l'eau à la seule chaleur du Soleil, ou à un feu tres-lent, sans quoy elle monte tres-vîte. Cette eau passe pour être un dissolvant fort doux. On dit qu'elle calme admirablement les douleurs, & qu'elle guerit les ulceres quelque rebelles qu'ils puissent être.



EXPLICATION PHYSIQUE

De la direction verticale & naturelle des tiges des Plantes & des branches des arbres, & de leurs racines.

PAR M. DE LA HIRE.

DAns tous les Embrions des graines des vegetaux il y a deux parties, dont l'une contient les racines, & l'autre les branches ; au moins celles qui peuvent former une ſeule pouſſe, qui dure ordinairement trois mois ou ſix mois. 1708. 13. Juin.

Mais il faut ſuppoſer que ces deux parties ſont diſpoſées naturellement à tranſmettre le ſuc nourriſſier vers les extremités de ces parties, depuis l'endroit où la plantule eſt attachée à ſon *placenta*, qui eſt ce qu'on peut appeller le *nombril* de la Plante ; & ces parties ſont des tuyaux par où le ſuc nourriſſier peut couler, en lui donnant un libre paſſage d'un côté & d'autre.

Or il eſt certain que le ſuc nourriſſier étant une liqueur, deſcendra verticalement ou perpendiculairement vers le centre de la terre par ſon propre poids, & donnera cette même direction à toutes les parties de la racine ; mais une partie de ce ſuc nourriſſier qui ne peut s'élever qu'étant réduit en vapeur, tendra à s'élever perpendiculairement en haut, ſuivant la direction naturelle des vapeurs qui s'élevent par la peſanteur des parties de l'air ou de l'atmoſpere où elles ſont répanduës ; & par conſequent ces parties du ſuc nourriſſier donneront la même direction à toutes les branches qu'elles formeront, ou qu'elles augmenteront en les dévelopant.

Il n'eſt pas neceſſaire de rechercher d'autre mécanique de cet effet de la nature, l'experience la confirme aſſez dans toutes les rencontres, & je n'en ay point trouvé

qui fût plus convaincante que ce qui se passe chez les Brasseurs. Ils font tremper de l'orge pendant quelque tems dans de grandes cuves, & ensuite ils la transportent dans des caves où ils l'étendent sur l'aire de deux ou trois doits d'époisseur, où elle germe fort promptement; & comme ces caves n'ont pour toute ouverture quand la porte est fermée qu'un soupirail vers le haut de la voute ou du plancher & dans l'un des côtez, on observe que la premiere feüille du germe qui devient fort longue, tend de tous les endroits de la cave vers le soupirail qui est ouvert, & c'est aussi vers cette ouverture que tend l'eau ou l'humidité réduite en vapeur, laquelle avoit imbibé le grain. Cependant si cette orge avoit germé dans un lieu tout découvert & à l'abri du vent, son germe ou sa premiere feüille se seroit élevée perpendiculairement en haut suivant la direction de la vapeur nourrissiere. Pour toutes les racines elles tendent perpendiculairement en bas suivant la pente de l'eau.

Je ne parle pas des accidens particuliers qui arrivent aux Plantes & aux Arbres, & qui peuvent détourner cette direction naturelle, comme celle de la pesanteur des feüilles & des branches qui les font pendre embas, & des vents ou de quelque obstacle qui leur font prendre par force une figure differente de celle qu'ils auroient & qu'ils ont ordinairement.

On remarque aussi dans plusieurs Plantes & dans quelques Arbrisseaux que l'extremité de leur tige ou branche est recourbée vers la terre en poussant; mais ce n'est encore qu'un cas particulier & une précaution de la nature, qui fait que ces extremités qui sont trop tendres, ou pour perçer la terre, ou pour résister à la rencontre des pierres contre lesquelles elles croissent, presentent d'abord en haut la courbure de la tige qui se fait passage bien plus facilement que quelques feüilles tres-délicates; mais cela n'empêche pas que la tige en croissant ne s'éleve toûjours directement en haut à mesure que l'extremité se develope.

Il

Il devroit sembler par cette explication que toutes les Plantes & les Arbres devroient avoir une figure pyramidale fort pointuë, & les racines une autre toute opposée ; cependant il y a quantité d'arbres qui s'étendent beaucoup en largeur, & plusieurs racines qui tracent & qui ne piquent pas : mais je rapporte cet effet à la disposition naturelle de la Plante ou de l'Arbre. Car je suis persuadé que chaque branche qui sort d'une autre à son extremité ou de l'aisselle d'une feüille, est une nouvelle Plante semblable & de même espece que celle où elle est, laquelle est produite par un *œuf* qui y est attaché, & dont le germe à une certaine disposition ou à suivre la direction de la branche, ou à s'en écarter beaucoup ; mais si elle s'en écarte d'abord, elle sera bien-tôt obligée de reprendre la direction perpendiculaire & verticale de la vapeur nourriciere, ce qui ne laissera pas de donner à toute la Plante ou à l'Arbre une figure fort large & étenduë.

Ce systême de l'accroissement des Arbres & des Plantes par des generations toûjours nouvelles, lequel a été avancé par de tres-sçavans Philosophes, paroît bien confirmé dans les greffes en *écusson*, qui ne contiennent qu'un œuf de la Plante ou de l'Arbre. Et lorsque le germe de cet œuf est attaché à une tige, il n'y a que la branche qui pousse en dehors ; car pour la racine elle se confond avec la branche en poussant entre son bois & son écorce, ce qu'on remarque assez distinctement dans quelques Arbres en les coupant. Mais au contraire le même œuf qui auroit formé une branche s'il eût été attaché à une branche, formera une tige de racine s'il se trouve appliqué à la racine ; car il n'y aura que la partie du germe qui doit produire la racine qui puisse croître, l'autre partie qui doit produire la branche étant étouffée par la terre qui la couvre, ou ne pouvant pas percer l'écorce de la racine, au moins dans les Plantes & dans les Arbres qui ne poussent pas de bouture.

On doit aussi remarquer que ces germes ou embrions n'ont pas besoin de placenta dans les branches ou dans

les racines comme dans les graines, ou que le placenta qui se trouve naturellement dans leur œuf, ne leur sert de rien ou de peu de chose, puisqu'ils trouvent au lieu où ils sont placés, un suc tout digeré & préparé pour les faire croître; ce qui n'arrive pas aux graines qui en ont besoin d'un pour digerer l'humidité de la terre qui doit leur servir d'aliment, aussi dans cet état la nature leur en a-t-elle donné un qui est fort considerable.

Ce qu'on rapporte de certains Arbres qui croissent dans l'Amerique meridionale, peut servir encore à confirmer ce systême. On dit que ces Arbres jettent des branches comme de grands filets qui tendent vers la terre jusqu'à ce qu'ils y soient arrivés, & qu'alors ils jettent des racines & forment de nouveaux Arbres de la même espece de celui qui les a produits, ensorte qu'un seul Arbre produit une forest sans le secours des graines. Mais on pourroit dire plutôt que ces filets qui sortent du premier arbre, ne sont pas des branches qui tendent vers la terre, mais seulement des racines qui sortent des branches, & qui par leur direction doivent toûjours tendre embas, & qu'enfin ayant rencontré la terre elles s'y attachent & y croissent, & que la partie qui est hors de terre pousse des branches, comme nous venons de l'expliquer.

Il sera enfin tres-facile à expliquer par ce systême, pourquoy un Arbre qu'on a étêté, pousse une nouvelle tête composée d'une grande quantité de branches. Car si l'on suppose qu'il y a une infinité de petits œufs de la nature de l'Arbre, lesquels sont dispersés de tous côtés entre l'écorce & le bois, & qui ne peuvent pousser ni éclore que lorsqu'ils auront une quantité suffisante de nourriture; il sera facile à juger que le suc qui couloit avec rapidité vers les extremités des branches avant que l'Arbre fût coupé, étant contraint de s'arrêter à l'endroit de la taille & d'y séjourner, & peut-être de s'y fermenter, fera éclore & pousser avec assez de vigueur, tous les petits germes qui y étoient répandus, pour se faire jour au travers de l'écorce qui est époisse & fort dure en cet endroit.

Comme on imprimoit ce Memoire on m'a fait une objection, qui est, comment il se peut faire qu'une graine qui est mise en terre ensorte que sa radicule qui est tournée vers le haut & sa petite tige vers le bas, changent l'une & l'autre de direction en se dévelopant pour prendre la naturelle. Voicy comme je l'explique par mon hypothese. La liqueur qui entre dans la racine à la sortie du *placenta*, la fait croître; & comme cette liqueur est pesante elle entraîne embas la pointe de la racine à mesure qu'elle se dévelope, car cette racine est attachée fixe à son autre extremité qui est le *nombril* de la Plante, & par ce moyen cette radicule se courbe peu à peu jusqu'à ce que la pointe soit tournée tout à fait vers le bas, ce qui est encore aidé par l'eau dont la terre est imbibée qui l'emporte aussi en descendant. Ce sera tout le contraire pour la petite tige qui est nourrie par la vapeur qui s'éleve toûjours en haut, tant celle qui est dans la tige que celle qui sort continuellement de la terre.

OBSERVATIONS

Du retour de la Tache ancienne de Jupiter.

PAR M. MARALDI.

ON voit depuis plus de deux mois avec de grandes Lunetes une Tache dans Jupiter qui se distingue aisément des autres parties de son disque. Elle est obscure à peu prés comme les bandes de Jupiter, & se voit située dans l'espace clair qui est entre les deux bandes meridionales, étant presque adherante à la bande meridionale du côté du centre de Jupiter, dont elle est éloignée environ la troisiéme partie du demi-diametre de cet astre. 1708. 16. Juin.

Nous commençâmes de la voir avec M. Cassini le fils le 6 jour d'Avril dans l'Emisphere oriental de Jupiter, éloignée à peu prés le quart de son diametre du milieu où

elle arriva à $8^h\ 52'$ environ une heure aprés la premiere obſervation.

Elle continua ſa courſe vers l'Occident par un mouvement inégal plus vîte vers le milieu, & plus lent à meſure qu'elle s'en éloignoit, & qu'elle approchoit de la circonference. Au milieu de Jupiter où la Tache eſt expoſée directement à nôtre vûë, elle parut ronde, & occupoit pluſieurs degrés de la circonference de Jupiter. Elle paroiſſoit plus petite & plus étroite à meſure qu'elle s'éloignoit du milieu, & que ſon mouvement apparent diminuoit.

Ces apparences font aſſez connoître qu'elle eſt tres-proche ou adherante à la ſurface de Jupiter, & qu'elle eſt bien differente de ces Taches que nous obſervâmes dans la même Planete l'année derniere, & des ombres que les Satellites jettent ſur ſon diſque.

Ces ombres, ainſi que M. Caſſini a expliqué au long dans ſes Lettres Aſtronomiques, parcourent en temps égaux des parties ſenſiblement égales du parallele qu'elles ſemblent décrire dans Jupiter, & elles paroiſſent également grandes tant au milieu que vers la circonference; ce que nous avons eu le plaiſir de verifier par des obſervations faites le 25 Avril & le 7 Juin, lorſqu'en même temps on voyoit dans Jupiter l'ombre du troiſiéme Satellite & la Tache. Cette ombre qui eſt plus grande que celle des trois autres Satellites, parut beaucoup plus noire dans ces deux Obſervations que la Tache. Elle parcourut auſſi en temps égaux des parties égales d'un parallele plus éloigné vers le Septentrion du centre de Jupiter, que le parallele de la Tache ne l'eſt vers le midy à l'égard du même centre; de ſorte qu'entre l'ombre & la Tache il y avoit une difference de latitude qui étoit plus de deux tiers du diametre de cette Planete.

Nous ne vîmes pas plutôt cette Tache, que ſa figure, ſa grandeur & ſa ſituation à l'égard de la bande meridionale nous la fit prendre pour celle qui depuis 43 ans eſt revenuë pluſieurs fois au même endroit de Jupiter.

M. Caſſini commença de l'obſerver l'an 1665, & elle lui ſervit à découvrir la révolution autour de ſon axe en 9h 56'. Il continua de la voir juſqu'à la ſortie de Jupiter des rayons du Soleil l'an 1667, de ſorte qu'aprés avoir été viſible environ deux années elle diſparut entierement. Depuis l'an 1667 il ne la pût voir qu'au commencement de l'année 1672 qu'elle parut nouvellement au même endroit de la bande, & au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée ſur les Obſervations des années précedentes. On continua de la voir preſque trois années de ſuite, & elle ceſſa de paroître vers la fin de l'année 1674 lorſque Jupiter entra dans les rayons du Soleil. Elle reſta enſuite cachée juſqu'à l'an 1677 qu'elle parut de nouveau au même endroit; & ayant paru quelque temps, elle diſparut pour la troiſiéme fois. Aprés avoir été inviſible pendant 8 années, elle ſe fit voir le mois de Mars de l'année 1685, & M. Caſſini continua de l'obſerver preſque l'eſpace de trois ans, c'eſt à dire juſqu'au commencement d'Octobre de l'an 1687. Elle reſta enſuite trois ans inviſible, & ne parut qu'en 1690; mais elle s'effaça bien-tôt, peut-être à cauſe des grands changemens qui arriverent dans Jupiter en 1690 & 1691, dont M. Caſſini a donné la relation. La Tache parut de nouveau en 1692 & au commencement de 1693; mais vers la fin de la même année la bande meridionale, à laquelle la Tache eſt preſque adherante s'étant en partie effacée, la Tache diſparut entierement. Elle revint encore avec la même bande au commencement de l'année 1694, & on l'obſerva juſqu'à ce que Jupiter étoit proche d'entrer dans les rayons du Soleil. Depuis 1694 elle a été inviſible l'eſpace de quatorze ans, n'ayant paru que cette année 1708, quoique toutes les fois qu'on obſervoit Jupiter on ait été attentif à regarder ſi elle retournoit.

Dans la plûpart de ces rétours la Tache s'eſt trouvée au milieu de Jupiter aux jours & aux heures qui étoient marquées par la Table fondée ſur les Obſervations de

plusieurs années. Elle en a paru aussi quelquefois éloignée d'environ deux heures, comme il est arrivé dans la premiere observation que nous en fîmes le 6 d'Avril de cette année, dans laquelle le calcul fondé sur les mêmes hypothêses & sur l'ancienne Epoque de 1665 anticipa l'Observation de deux heures & quelques minutes. On pourra examiner si cette difference ne vient point de quelque petite erreur qu'il est difficile d'éviter dans chaque révolution, & qui se multipliant dans un grand nombre d'années peut monter à plusieurs heures. Nous avons calculé qu'un quart de seconde dans chaque révolution, dont il est extrêmement difficile de s'assurer, peut monter à plus de deux heures & demi dans l'intervale de 43 années échuës depuis l'Epoque de 1665 que nous avons prise, jusqu'à l'Observation de cette année 1708.

On peut aussi attribuer cette difference à quelque petit mouvement d'Orient en Occident dans les parties qui forment cette Tache, ou à la situation un peu differente où elle peut s'être formée, ou enfin à un concours de toutes ces differentes causes ensemble.

Quoique les intervales qu'on a observé jusqu'à present entre une apparition de la Tache & l'autre soient fort irréguliers, il y a pourtant de ses retours qui ont paru lorsque Jupiter étoit vers le même endroit de son orbite. Elle fut visible en 1665 & 1677, lorsque dans l'une & dans l'autre apparition, Jupiter allant à son Aphelie, en étoit éloigné de prés de deux signes; mais elle n'a point paru aux deux autres passages de Jupiter par le même endroit qui sont arrivez depuis. Elle a paru aussi aux années 1672 & 1708, lorsque dans ces deux temps Jupiter étoit à peu de degrés de distance de son Aphelie; elle a été invisible lorsque cet Astre a passé par le même endroit de son orbite en 1684 & 1696; ce qui fait voir que ces retours ne sont point attachés à certaines distances de Jupiter au Soleil, comme il arrive à differens changemens qui se font sur la terre par la variation des saisons.

L'apparition de cette Tache a plutôt un grand raport

avec la bande meridionale de Jupiter qui lui est proche. Les bandes, comme l'on sçait, changent souvent de situation & de grandeur; quelquefois on en voit jusqu'à cinq, & quelquefois il n'y en a qu'une. Le plus souvent on en voit trois situées à l'égard du centre apparent, une du côté du Septentrion, & deux du côté du Midy. La bande plus meridionale paroît quelquefois un peu interrompuë; & cette interruption augmente jusqu'à ce que la bande s'efface entierement & reste invisible pendant quelques années. Jusqu'à present on n'a point vû la Tache, quand la bande adherante ne paroissoit point, & cette bande a toûjours paru lorsque la Tache a été visible, quoique la Tache n'ait pas paru toutes les fois que la bande se voyoit. On a vû quelquefois que la Tache s'est effacée dans le temps qu'il est arrivé quelque changement à la bande, ce qui fait croire que la Tache a une grande dépendance de la bande dont elle pourroit être quelque effusion, ainsi que M. Cassini l'a indiqué autrefois.

De quelque maniere que cela se fasse, il faut supposer qu'elle s'est formée plusieurs fois au même endroit de Jupiter déterminé non-seulement en latitude du Septentrion au Midy, comme l'on voit en la comparant avec les bandes & avec le centre, mais aussi en longitude d'Orient en Occident, puisque, comme nous avons déja dit, elle est revenuë plusieurs fois au milieu de Jupiter aux jours & heures marquées par la Table qui represente les observations faites plusieurs années auparavant, comme il doit arriver si elle se forme dans le même endroit de la surface de Jupiter.

Il y a donc dans cette Planete des lieux propres où se forment des Taches, comme il y en a aussi dans le Soleil, ainsi que M. Cassini l'a prouvé par le retour de plusieurs Taches qui se sont trouvées au même endroit du parallele du Soleil dans des intervalles de temps mesurés par un nombre entier de révolutions du Soleil autour de son axe. *Voyez le XII Journal des Sçavans du 23 Aoust 1688 page 198.*

Cette Tache & differentes autres qui ont paru depuis plus de 40 ans dans Jupiter sont comprises dans un espace d'une largeur déterminée, qui à l'égard de son équinoxial s'étend beaucoup davantage vers l'Emisphere meridional que vers le septentrional, & il a paru un nombre de Taches beaucoup plus grand dans la partie meridionale que dans la partie septentrionale. La même chose est arrivée aussi aux Taches du Soleil qu'on a observées depuis 50 ans.

Parmi les differentes Taches qu'on a vû dans Jupiter, il n'y en a point qui ait duré plus long-temps que celle qui parut en 1685, & qui fut observée par M. Cassini l'espace presque de trois ans, sans s'être perduë que dans le temps qu'on ne pouvoit point observer Jupiter lorsqu'il étoit dans les rayons du Soleil; de sorte qu'on peut supposer qu'elle a fait plus de 2500 révolutions sans s'être effacée. Une si longue durée marque qu'il y a quelque lieu propre à conserver & à tenir jointes les parties qui composent la Tache. Dans le Soleil on n'a point vû depuis 40 ans de Taches qui ayent duré plus de trois de ses révolutions. Les autres Taches qui ont paru en differens temps dans les parties moins meridionales de Jupiter n'ont duré que quelques mois, s'étant ensuite effacées quoiqu'elles fussent assez grandes.

Ayant comparé ensemble divers retours de cette nouvelle Tache observée au milieu de Jupiter depuis plus de deux mois, aprés avoir tenu compte des inégalités ausquelles ces retours sont sujets, à cause de la premiere & de la seconde inégalité de Jupiter & de l'équation du temps, nous avons trouvé sa revolution de 9^h 55′ 48″, de quatre secondes plus courte que la moyenne déterminée par la comparaison des Observations éloignées d'un grand intervalle.

L'an 1672 lorsque Jupiter étoit à pareille distance de son Aphelie à laquelle il se trouve cette année, les révolutions de la Tache furent trouvées plus courtes de 2 secondes que les moyennes. Puisque donc à la même distan-

ce

ce de Jupiter au Soleil les révolutions de la Tache sont tantôt plus longues tantôt plus courtes de quelques secondes, il sera difficile de déterminer si ces petites inégalités peuvent avoir raport aux inégalités que quelques Coperniciens attribuënt aux révolutions de la terre autour de son axe, à cause de ses differentes distances au Soleil.

DE LA CATARACTE ET DU GLAUCOMA.

PAR M. MERY.

LE 23 Aoust 1707 je donnay à l'Academie les Reflexions que j'avois faites sur le Systême de Mrs Anthoine & Brisseau, qui prétendent qu'il n'y a point de Cataracte membraneuse, que toutes ne sont autre chose que des cristalins obscurcis, & que ce corps étant abatu les malades recouvrent la vûë. 1708. 27. Juin.

Pour refuter ce Systême je me servis de trois Observations, dans lesquelles je ne pouvois croire alors m'être trompé.

J'avois vû tirer hors du globe de l'œil d'un homme de Sedan un cristalin plâtreux, & ce malade n'avoit point recouvert la vûë aprés l'operation. *1. Observation.*

Appuyé du sentiment des plus fameux Oculistes & Opticiens de Paris, qui croyoient dans ce tems-là qu'on ne pouvoit voir sans cristalin, je tiray de cette premiere Observation ces consequences; que le cristalin étant absolument necessaire à la vision, c'étoit toûjours une Cataracte membraneuse qu'on abattoit toutes les fois que les malades recouvroient la vûë, & que puisqu'on ne pouvoit la leur rendre en déplaçant le cristalin, il étoit absolument inutile de l'abatre. L'experience m'a apris depuis peu que ces deux consequences sont fausses, & que

Mrs Brisseau & Anthoine ont raison de soûtenir qu'on peut voir sans le secours du cristalin, quoique moins bien qu'auparavant.

II. Observation. Mais M. Littre ayant montré à l'Academie une Cataracte membraneuse adherante à l'iris, & bouchant entierement le trou de la prunelle, il est évident que cette seconde Observation ruïne absolument le Systême de ces Messieurs, qui croïent le Glaucoma & la Cataracte ne sont point deux maladies essentiellement differentes, la troisiéme Observation que j'ay rapportée pour vraïe, parceque je l'ay cruë telle alors, s'est trouvée fausse par la suite.

III. Observation. J'ay dit qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour un ophtalmie, j'avois remarqué dans son œil affligé de cette maladie, entre l'iris & la cornée transparente, une Cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais platte en apparence, & de couleur blanche; que cette Cataracte lui avoit été abattuë autrefois, & n'avoit reparu & passé par le trou de la prunelle que deux ans aprés l'operation. Voilà en abregé ce que porte mon Memoire. Voici ce que j'ay vû depuis.

Ce même Prêtre étant venu une seconde fois me demander mon avis, je lui conseillay, pour se délivrer de son inflammation, de se faire tirer hors de l'œil sa Cataracte par une incision faite à la cornée transparente, & je l'assuray qu'il recouvreroit la vûë, comme il avoit fait la premiere fois. Il m'a crû, & s'est adressé à M. Petit Maître Chirurgien de Paris & fameux Anatomiste le 17 d'Avril dernier pour lui faire cette operation. J'y assistay avec Frere Charles de S. Yves Chirurgien & Apotiquaire de S. Lazare, qui dans ce seul Printemps a abattu cinquante-sept Cataractes. Voici comme M. Petit s'y prit pour l'ôter.

Il traversa d'abord la cornée transparente avec une éguille renée au-dessous de la prunelle, conduisant ensuite une lancette dans sa renure; il coupa la cornée depuis

le trou de l'entrée de l'éguille jusqu'au trou de sa sortie, & tira enfin avec une petite curette d'argent cette prétenduë Cataracte par l'incision, ce qu'il fit avec beaucoup d'adresse. Mais à peine fut-elle dans la main de cet habile Operateur, que nous reconnûmes tous trois que c'étoit veritablement le cristalin devenu glaucomatique; qu'ainsi nous nous étions trompez, en jugeant avec tous ceux qui par curiosité ou par quelqu'autre motif avoient vû ce Prêtre, que c'étoit une Cataracte membraneuse. D'où je tire cette consequence, qu'il est fort difficile de distinguer le Glaucoma d'avec la Cataracte pendant la vie des malades, sans tirer ces deux corps hors de l'œil; sans cela point de démonstration, il faut attendre aprés leur mort pour ne s'y pas méprendre. Alors la dissection de l'œil nous met hors d'état d'en porter un faux jugement.

Ce qui en a imposé à tous ceux qui ont vû cette prétenduë Cataracte, c'est que le Glaucoma de ce Prêtre vû dans l'humeur aqueuse entre l'iris & la cornée transparente, situation où il semble qu'on ne pouvoit pas le méconnoître, paroissoit effectivement d'une figure ronde, mais platte, blanc en couleur, opaque & d'environ trois lignes de diametre, & que vû dans l'air hors de l'œil, nous remarquâmes que sa figure étoit veritablement lenticulaire, sa couleur verte tirant sur le jaune & un peu transparente, & qu'il n'avoit qu'une ligne & demie de diametre ou environ. Aprés cela qui peut n'y être pas trompé?

Ce Prêtre est aujourd'huy bien gueri, il discerne les objets, & il voit assez bien pour se conduire.

Un habile Oculiste Anglois, qui avoit été consulté sur cette maladie, crut que l'operation que j'avois conseillée ne réüssiroit pas; il assura que nous avions pris pour un Glaucoma ce qui n'étoit qu'une Cataracte membraneuse, & il s'engagea de nous en donner en presence de l'Academie des démonstrations Physiques & Mathematiques. On accepta la proposition, le jour fut marqué: mais ses

grandes occupations ne lui permirent pas de nous en donner les démonstrations qu'il nous avoit fait esperer. Ce Prêtre sur qui l'on avoit fait l'operation se rendit à l'Academie, comme ce celebre Oculiste l'avoit souhaité; on examina son œil, & l'on reconnut qu'avec des Lunetes fort convexes il distinguoit & lisoit de gros caracteres. M. Petit fit voir ce qu'on avoit tiré de l'œil de ce Prêtre, & tout le monde reconnut que c'étoit un cristalin diminué par la maladie, & fort dessеché depuis l'operation.

Aprés avoir satisfait à tout ce que pouvoit souhaiter de nous la Compagnie pour s'assurer d'une verité de fait, qu'elle n'avoit cherché à connoître que pour le bien de ceux qui perdent la vûë par la Cataracte ou le Glaucoma; je presentay à l'Academie le même jour le globe de l'œil d'un homme mort à l'Hôtel-Dieu le 22 de ce mois; mais à qui j'avois fait abattre sur la fin de May dernier une Cataracte, que je crus membraneuse aussi-bien que M. Tibault qui en fit l'operation.

Ce qui nous confirma l'un & l'autre dans ce sentiment, c'est qu'outre l'apparence de membrane blanche & opaque qu'elle avoit, le malade distingua immediatement aprés qu'elle fut abattuë tous les objets assez nettement, & qu'il a continué de les voir toûjours de mieux en mieux jusqu'à la mort, qui lui est arrivée un mois aprés par un accident qui n'avoit nul rapport à sa Cataracte, & étoit indépendant de l'operation qui lui avoit été faite.

Je n'ay été détrompé que dans le moment même que j'ay ouvert l'œil de cet homme en presence de l'Academie assemblée. Au lieu d'une Cataracte membraneuse que je m'attendois de lui faire voir, je fus fort étonné de ne trouver qu'un cristalin glaucomatique roux en couleur à lui montrer. Il avoit été rangé avec l'éguille dans la partie inferieure du corps vitré, & conservoit encore une partie de sa transparence.

Ces deux Glaucoma que M^rs les Academiciens ont vûs dans un même jour, ayant été pris pour des Cataractes membraneuses, donnent lieu de croire, malgré la presom-

ption de cet Oculiste dont je viens de parler, qu'il est tres-difficile, pour ne pas dire impossible, de distinguer ces deux maladies l'une de l'autre, que c'est le plus souvent le cristalin qu'on abat quand on croit n'abattre qu'une Cataracte, ce qui n'empêche pas qu'il n'y ait de veritables Cataractes membraneuses, & m'obligent enfin d'avoüer pour le bien public, & pour rendre justice à Mrs Brisseau & Anthoine qu'on peut sans risque abattre le cristalin glaucomatique, puisqu'on est convaincu à present qu'aprés l'operation, soit de la Cataracte, soit du Glaucoma, on recouvre la vûë dans l'une aussi bien que dans l'autre, quoique moins parfaitement, pourvû qu'il n'y ait point d'obstruction dans le nerf optique, ou quelque alteration dans le corps vitré.

Je laisse à ceux qui sçavent plus d'Optique que moy à rendre raison pourquoy un cristalin glaucomatique paroît dans l'humeur aqueuse; soit qu'il soit placé devant ou derriere l'iris sous des caracteres differens de ceux qu'on y remarque quand il est exposé à l'air. Cette recherche me paroît curieuse, & merite bien qu'ils y pensent serieusement.

REMARQUES SUR LA CATARACTE ET LE GLAUCOMA.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

Nous avons déja rapporté quelques experiences, & nous avons donné quelques Memoires au sujet de la Cataracte, & des differentes opinions qu'on a de la Cataracte & du Glaucoma. Mais pour éviter icy toute équivoque, nous appellerons de ces deux noms les mêmes maladies que les Anciens leur ont attribuées; c'est à 1708. 17. Juin.

dire par le mot de Cataracte on entend une pellicule ou membrane qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui empêche les rayons de la lumiere de penetrer dans le fond de l'œil, & par le mot de Glaucoma on entend le cristalin devenu opaque.

On avoit toûjours crû que ceux qui avoient un Glaucoma ne pouvoient en nulle façon recouvrer la vûë, quoique par l'operation on abatît le cristalin, & qu'on rendit à l'œil sa netteté apparente, & c'est le sentiment de la plûpart des Operateurs : mais les experiences que nous avons faites en dernier lieu, & que nous avons communiqué à l'Academie, ont convaincu que l'humeur vitrée ayant sensiblement la même refraction que l'humeur aqueuse, ce qui paroît avoir été connû de M. Descartes par la maniere dont il parle dans son Traité de Dioptrique, les rayons de la lumiere pouvoient penetrer au travers de ces deux seules humeurs jusqu'au fond de l'œil sans y être détournés par leur inégalité, comme ils feroient au travers d'une bouteille remplie d'une même liqueur ; & qu'il ne faudroit alors à ces sortes d'yeux qui n'auroient point de cristalin que suppléer par dehors avec un verre convexe, à la refraction des rayons que fait le cristalin au dedans de l'œil, pourvû que d'ailleurs il n'y eût aucun défaut aux autres parties de l'œil qui sont necessaires à la vision.

C'est aussi ce que quelques experiences tres-certaines font connoître, & l'on ne sçauroit douter qu'un œil sans cristalin ne puisse bien voir les objets avec un verre lenticulaire : mais quoique ceci paroisse favoriser le sentiment de quelques Oculistes qui ont prétendu qu'il n'y avoit point de Cataracte, & qu'il n'y avoit seulement que le Glaucoma & l'humeur vitrée devenuë opaque ; cependant on n'en peut pas douter, puisque M. Littre de cette Academie nous y a apporté l'œil d'un homme où il y avoit une membrane attachée à l'ouverture de la prunelle, & qui la couvroit entierement.

Tous les indices qu'on peut avoir de la difference de

la Cataracte & du Glaucoma peuvent quelquefois tromper, excepté les couleurs qu'on remarque au corps opaque qui est dans l'œil, qui sont ceux du Glaucoma ; car si par la plus grande densité qui paroîtroit vers le milieu de la prunelle on vouloit juger que ce fût le cristalin qui fut époissi, on pourroit se tromper, parcequ'il pourroit arriver que ce seroit une Cataracte plus époisse vis à vis l'ouverture de la prunelle que dans le reste de son étenduë ; ou si par la grandeur apparente du corps opaque qui paroît exceder celle du cristalin, on jugeoit que ce fût une membrane, on pourroit encore tomber dans l'erreur à cause de la refraction que les rayons qui viennent du bord du cristalin souffrent en sortant de la cornée dans l'air, qui feroit paroître le cristalin plus grand qu'il n'est en effet.

Il résulte de ces Remarques que les Oculistes ne sont peut-être pas tout à fait certains de quelques operations qu'ils font, à moins qu'ils ne soient fort habiles ; mais ils travaillent jusqu'à ce qu'ils ayent abaissé avec l'aiguille le corps opaque qu'ils voyent dans l'humeur aqueuse par l'ouverture de la prunelle, & s'il arrive qu'aussi-tôt aprés l'operation le malade voye confusément, ce ne sera pas une marque que ce soit une Cataracte qu'on lui aura abatuë, puisqu'il verroit de cette façon si le cristalin avoit été abatu ; mais s'il ne voit point du tout, l'œil paroissant net, il faudra qu'il soit arrivé à l'œil quelque maladie comme une goutte serenne, puisqu'il doit toûjours voir, soit que le cristalin ou la Cataracte ayent été abatuës.

Il pourroit encore arriver que la Cataracte se trouvant fort proche du cristalin, on abateroit l'un & l'autre tout ensemble, quoique l'œil ne fut affecté que d'une Cataracte ; ce qui paroît assez vrai-semblable si on fait attention à la difficulté qu'il y a de détacher une membrane fortement adherante dans toute sa circonference & proche du cristalin sans l'offenser, & même sans le détacher d'avec le ligament ciliaire, comme nous l'avons remarqué dans

un autre Memoire; & il pourroit encore arriver qu'en faiſant l'operation pour abatre une Cataracte dans un œil dont toutes les parties ſeroient bien ſaines, on détachât en partie le criſtalin, & que la Cataracte étant tout à fait abaiſſée, mais le criſtalin en partie détaché & poſé de biais, le malade ne verroit point, quoiqu'il dût voir, à cauſe de l'obliquité du criſtalin qui détourneroit les rayons inégalement, & c'eſt ce qu'on ne peut appercevoir par dehors, à cauſe de la tranſparence des trois humeurs de l'œil.

C'eſt dans ces occaſions où il eſt ſi difficile d'abatre une Cataracte avec une aiguille droite à l'ordinaire ſans toucher au criſtalin, que l'uſage d'une aiguille courbe vers ſon extremité pourroit être bon pour éviter cet accident, en prenant la précaution en operant de tourner la partie concave du côté du criſtalin, comme nous l'avions déja remarqué.

Enfin nous ne faiſons pas de doute qu'on ne puiſſe toûjours connoître aprés l'operation ſi l'on a abbattu une membrane ou le criſtalin; car ſi le malade voit les objets diſtinctement comme il devroit les voir s'il n'avoit point eu de Cataracte, c'eſt à dire aprés que l'humeur aqueuſe s'eſt rétablie, ce qui arrive en peu de jours, ſans qu'il ait beſoin de Lunetes ou ſeulement de celles qui conviennent à ſon âge & à la conformation de ſes yeux qui change quelquefois conſiderablement pendant l'eſpace de quelques années, ce ſera une marque aſſurée qu'on ne lui aura abbattu qu'une membrane ou une Cataracte, laquelle n'a apporté & ne doit apporter aucun changement à toutes les parties de l'œil pour avoir été ſeulement détourné de devant l'ouverture de la prunelle; mais s'il ne peut pas voir diſtinctement les objets ſans ſe ſervir de Lunetes fort convexes, il eſt certain qu'on lui a abbattu le criſtalin, ſoit qu'il fût neceſſaire ou non; car le criſtalin n'étant plus au devant de l'ouverture de la prunelle, il eſt oligé de le réparer par un criſtalin exterieur qui eſt un verre lenticulaire aſſez épois dans le milieu. Cependant

la

la force de ce verre doit être bien moindre que celle du cristalin; car les refractions des rayons lumineux sur le cristalin dans les humeurs de l'œil ne sont pas si grandes que celles qui se font sur le verre avant que d'entrer dans l'œil, & le cristalin est un corps bien moins dur que le verre.

Il semble qu'on pourroit encore ajoûter à ce qu'on vient de dire une Reflexion sur l'usage du cristalin dans l'œil qui n'y est d'une aussi grande consequence, quoiqu'il ne le paroisse pas, comme on le va voir, que parcequ'il faut que la réünion des rayons qui ont passé au travers des humeurs de l'œil se fasse précisément sur la retine afin que la vision soit parfaite; car si on suppose que l'œil soit spherique, qu'il ait un pouce de diametre, qu'il soit de verre fort mince, & qu'il soit rempli d'une liqueur homogene comme de l'eau; il est certain par les regles d'Optique que les rayons qui viendront comme paralleles entr'eux & qui auront passé au travers, iront se rassembler hors de l'œil à six lignes tout au plus: mais la cornée est d'une convexité plus petite que celle de l'œil; donc les rayons qui auront passé au travers iront se rassembler à moins de six lignes, & cette difference peut bien aller à une ligne, l'effet du cristalin ne sera donc que de faire réünir les rayons à quatre lignes plus court, ce qui est peu de chose, c'est-pourquoy on ne laisse pas d'entre-voir quand il est abbattu; mais comme l'effet du cristalin n'est pas bien considerable, aussi y peut-on remedier aisément avec un verre convexe.

On pourra peut-être conclure de ce qui vient d'être expliqué cy-dessus, que les Oculistes abbatrent quelquefois le cristalin quoiqu'il ne soit pas necessaire, & ce qui pourroit confirmer dans ce sentiment, seroit l'usage qu'on voit faire des Lunetes fortes à ceux à qui on a fait l'operation, n'y ayant pas d'ailleurs de raison, loin de cela même, qui puisse faire croire qu'il y a plus de Glaucomas que de Cataractes.

Mais quoiqu'on ne puisse reconnoître certainement ce

qu'on a abbattu qu'aprés l'operation & quand le malade voit, ce qui ne lui sert plus à rien puisqu'il voit, la maniere d'en être assuré ne laissera pas d'être de quelque utilité aux Oculistes, puisqu'ils sçauront par son moyen s'ils ont bien jugé de la maladie avant que de faire l'operation, ce qui leur servira à se perfectionner dans leur art pour travailler dans la suite avec plus de certitude, & peut-être avec plus de précaution.

DIFFERENTES MANIERES

De determiner la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté suivant quelque direction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

1708. 28. Juillet. LE Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. &c. touchant les mouvemens primitivement uniformes faits dans des milieux qui leur résistassent en raison de leurs vitesses; & les Probl. 1. 2. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 113. &c. touchant les mouvemens variés de chute ou d'ascension d'un corps de pesanteur constante dans ces milieux, nous serviront à résoudre la question presente, & à démontrer l'accord des Solutions qu'on en va voir, avec celles de M. Newton, de M. Leibnitz, & de M. Hughens qui n'a donné qu'une simple construction de la Courbe cherchée, laquelle construction sera aussi démontrée suivant la promesse que j'en ay faite à la fin de la Démonstration que j'ay donnée dans le Mem. du 13. Juin dernier, pag. 218. de tout ce qu'il a avancé de plus sans démonstration sur ce sujet. Ces trois Auteurs sont les seuls que je sçache avoir résolu le Problême en question: le voici résolu en differentes manieres toutes differentes des leurs.

PROBLÊME.

Soit un corps de pesanteur constante, jetté de A *vers* F *suivant telle direction oblique* AF *qu'on voudra, & d'une force ou vitesse aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe qu'il décrira dans ce milieu.* FIG. I. II.

SOLUTION.

Soit prise *AF* pour la vitesse de projection de ce corps au point *A* vers *F*, & *FS* sur *FC* perpendiculaire à *AF*, telle que *AF* soit à *FS* comme cette vitesse de projection est à la terminale de ce même corps, c'est à dire, à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans le milieu supposé, le Corol. 9. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 123. faisant voir qu'il n'y en peut jamais aquerir qu'une finie, même pendant un tems infini. Ensuite aprés avoir fait *AC* parallele à *FC*, soit par *A* une logarithmique *ARC* qui ait *FC* pour asymptote, & *AS* pour tangente en ce point *A*. Soient ces trois lignes rencontrées en *R*, *V*, *q*, par la droite *TV* parallele à *AF*, & qui rencontre aussi *AC* en *T*.

Cela fait, je dis que si de chaque point *R* de la logarithmique *ARC*, on mene *RG* perpendiculaire en *G* sur *AF*, en rencontrant la touchante *ASC* en *a*, & que du point *G* on fasse une verticale *GL* = *Ra* correspondante ; la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* ainsi trouvés, sera la Courbe de projection qu'on demande.

Démonst. Aprés avoir pris *FB* = *FS* sur *AF* prolongée, soit encore du point *B* sur l'asymptote *FC*, un autre arc logarithmique *BUC* touché en *B* par la droite *BSC*, & qui rencontre *TV* prolongée en *U* ; laquelle *TV* soit aussi rencontrée en *P* par la droite *BC* parallele à *FC*, & en *Q* par la tangente *BSC*. Si presentement on prend de l'origine *A* sur *AC* les abscisses *AT* pour les tems écoulés depuis le premier instant de la projection ; la Solut. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. touchant

les mouvemens primitivement uniformes faits dans le milieu ſuppoſé, donnera *RV* ou *GF* pour les viteſſes qui à la fin de ces tems, ou à chacun de leurs derniers inſtans, doivent ici reſter de la viteſſe *AF* de projection, laquelle viteſſe dans un milieu ſans réſiſtance ni action auroit été uniforme :: de ſorte que les aires *ARVF* exprimeront ici les ſommes correſpondantes de ces viteſſes reſtantes malgré les réſiſtances ſuppoſées.

La Sol. du Prob. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. touchant les mouvemens primitivement variés en raiſon des tems, & faits dans le milieu ſuppoſé, c'eſt à dire, primitivement variés à la maniere de Galilée par la peſanteur conſtante du corps en queſtion, donne pareillement *PU* pour les viteſſes aquiſes à la fin des tems *AT*, ou à chacun de leurs derniers inſtans, en vertu de cette peſanteur malgré les réſiſtances ſuppoſées : de ſorte que les aires *BUP* exprimeront de même ici les ſommes correſpondantes de ces viteſſes à chacun de ces derniers inſtans.

Donc la ſomme des viteſſes inſtantanées reſtantes de celle de projection à chaque dernier inſtant de chaque tems *AT*, doit être ici à la ſomme des inſtantanées aquiſes au dernier inſtant auſſi de ce même tems *AT* en vertu de la peſanteur du mobile malgré les réſiſtances ſuppoſées :: *ARVF*. *BUP*.

Mais ſuivant le Lem. 2. des Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. ces ſommes de viteſſes ſont comme les eſpaces qu'elles font parcourir. Donc l'eſpace parcouru ſuivant *AF* pendant le tems *AT* en vertu de la premiere de ces ſommes de viteſſes de projection retardée par les réſiſtances du milieu ſuppoſé, ſera ici au vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems *AT* en vertu de la ſeconde de ces mêmes ſommes ou de la peſanteur affoiblie par les mêmes réſiſtances :: *ARVF*. *BUP*.

Or les arcs logarithmiques *ARC*, *BUC*, ayant (*hyp.*) leurs ſoûtangentes $= FS = BF$, le Corol. 2. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. & 392. dans lequel *AF* priſe $= a = FS$, peut être priſe de telle grandeur qu'on vou-

dra, donne $ARVF = FS \times AG$; & les Corol. 4. & 5. du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 120. & 121. donne aussi $BUP = FS \times \overline{BP - PU} = FS \times \overline{PQ - PU} = FS \times VQ$. Donc l'espace parcouru suivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les résistances supposées, sera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la pesanteur constante du mobile & malgré les mêmes résistances :: $FS \times AG$. $FS \times VQ$ :: AG. VQ.

Mais l'abscisse FV commune au deux arcs logarithmiques AR, BU, rendant RV. UV :: AF. BF :: qV. QV. ou (*alternando*) RV. qV :: UV. QV. ou bien aussi (*dividendo* dans la Fig. 1. & *componendo* dans la Fig. 2.) Rq. qV :: VQ. QV. ou bien encore (*alternando*) Rq. VQ :: qV. QV :: AF. BF. (à cause de $BF = FS$) :: AF. FS :: Rq. Ra. c'est à dire, Rq. VQ :: Rq. Ra. l'on aura par tout ici $Ra = VQ$. Donc l'espace parcouru suivant AF pendant le tems AT en vertu de la projection & malgré les résistances supposées, sera ici au vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la pesanteur constante du mobile & malgré les mêmes résistances :: AG. Ra. (la construction éxigeant $GL = Ra$) :: AG. GL.

Par conséquent en prenant AG ou le côté opposé EL du parallelogramme EG pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi GL pour le second; & ces espaces étant (suivant les Corollaires qu'on vient de citer) comme les résistances totales faites des instantanées qui pendant le tems AT se sont successivement opposées aux vitesses de projection & de pesanteur du mobile; les differentielles ML, NL, de ces espaces seront aussi comme les résistances instantanées qui s'y sont opposées à la fin de ce même tems. Donc ces dernieres vitesses par leur concours feront décrire au mobile la diagonale HL du petit parallelogramme MN pendant le dernier instant du tems AT, & d'une vitesse qui sera à celles-là comme cette diagonale est aux côtés correspondans du parallelogramme MN, ce raport étant le même dans la presente hypothêse des

résistances en raison des vitesses, qu'il seroit dans un milieu sans résistance ou dans le vuide par le concours de ces dernieres vitesses. Donc aussi le corps jetté de *A* vers *F* suivant *AF*, sera en *L* à la fin du tems *AT*. Par conséquent la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* trouvés comme ci-dessus, en prenant par tout les verticales $GL = Ra$ correspondantes, sera la Courbe que le corps jetté doit ici décrire malgré les résistances supposées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit delà que cette Courbe *ALO* de projection aura pour asymptote la verticale *FO*; puisque *AG* ne peut devenir égale à *AF* qu'aprés un tems infini *AT* ou *FV* qui rend alors *Ra* ou (*hyp.*) *GL* infinie.

COROLLAIRE II.

Puisque la vitesse suivant *HL* du mobile à la fin du tems *AT*, feroit ici à la restante alors de celle de projection suivant *AF* :: *HL*. *HN*. Et à l'aquise suivant *GL* à la fin du même tems *AT* en vertu de la pesanteur de ce mobile malgré les résistances supposées : : *HL*. *NL*. si l'on imagine au point *L* une tangente *LZ* de la Courbe *ALO*, en concevant son élément *HL* prolongé jusqu'à son asymptote *FO* en *Z*, & qu'on prolonge aussi son ordonnée *EL* jusqu'à la rencontre en *D* de cette asymptote; la vitesse suivant *LZ* du mobile en *L* à la fin du tems *AT*, contre ce qu'il y pourroit rencontrer, sera de même à la restante alors de celle de projection :: *LZ*. *LD*. Et à l'aquise aussi pour lors en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées :: *LZ*. *DZ*.

COROLLAIRE III.

Pour trouver présentement l'équation de la Courbe *ALO* de projection, soit *BF* ou $FS = a$, *AF* ou $TV = b$, *AE* ou *GL* ou *Ra* ou $VQ = x$, *EL* ou *AG* ou $TR = y$, *AT* ou *BP* ou $PQ = t$, $PU = v$, *RV* ou $GF = z$; &

par conséquent $v = t - x$, $u = b - y$, $dv = dt - dx$, & $du = -dy$.

Suivant ces noms l'on aura $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a-v} = \frac{dt-dx}{a-v}$ pour l'équation de la logarithmique *BUC*, laquelle équation donne $adt - vdt = adt - adx$, ou $vdt = adx$; & par conséquent $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{v}$. L'on aura aussi $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u} = \frac{dy}{b-y}$ pour celle de *ARC*. Donc $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{b-y}$. Mais *BUC* & *ARC* étant (*Constr.*) des arcs d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées *BF*, *UV*, en même distance (*FV*) entr'elles que *AF*, *RV*; l'on aura ici *BF* (a). *UV* ($a-v$) :: *AF* (b). *RV* ($b-y$). c'est à dire $ab - ay = ab - bv$, d'où résulte $v = \frac{ay}{b}$. Donc $\frac{bdx}{ay} = \frac{dy}{b-y}$, ou $dx = \frac{aydy}{bb-by}$, qui ne suppose que les logarithmes, ainsi que M. Leibnitz l'a dit dans la pag. 43. du mois de Janvier des Actes de Leipsik de 1689. sera l'équation cherchée de la Courbe *ALO* de projection. Par conséquent aussi $\overline{b-y} \times \frac{dx}{dy} = \frac{ay}{b}$ sera l'expression generale de ses soûtangentes sur son asymptote *FO*.

COROLLAIRE IV.

Donc les triangles semblables *LMH*, *LDZ*, donnant *ML* (dy). *MH* (dx) :: *LD* ($b-y$). $DZ = \overline{b-y} \times \frac{dx}{dy}$. l'on aura par tout ici la soûtangente $DZ = \frac{ay}{b}$ (*Corol.* 3.) $= v$. D'où l'on voit que cette soûtangente doit être par tout quatriéme proportionelle aux grandeurs *AF*, *BF*, *AG*, ou égale à *PU* (v) correspondante : de sorte que les soûtangentes *DZ* seront par tout ici entr'elles comme les vitesses verticales (*PU*) aquises de haut en bas par la pesanteur : c'est à dire, comme les *Ga* correspondantes ; puisque la Solution donnant *PQ* = *PB* = *RG*, & *UQ* = *Ra*, doit pareillement donner *Ga* = *PU* ; outre que *Ga* est aussi quatriéme proportionelle aux trois grandeurs *AF*, *BF*, ou (*hyp.*) *FS*, *AG*.

COROLLAIRE V.

Donc aussi TV en AF, rendant alors PU, UQ, Ra ou (*hyp.*) Ga, GL, TR, AG, BL, toutes nulles, rendra pareillement alors DZ nulle; & confondant ainsi la tangente LZ avec LD alors confonduë avec AF, fera voir que la droite AF de projection est tangente en A de la Courbe ALO décrite par le concours de la force de projection & de la pesanteur du corps jetté, malgré les résistances du milieu supposé.

COROLLAIRE VI.

Le cas de $y = b$, ou de $b - y$ $(LD) = o$, qui rend AT ou FV infinie, rendant par-là $PU = BF$, ou $Ga = FS$, & conséquemment (*Corol.* 4.) $DZ = BF$; cette soûtangente DZ sera pour lors infinie par raport à LD, & confonduë avec la tangente LZ. D'où l'on voit encore que la droite FO sera une asymptote de la Courbe ALO, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 1.

COROLLAIRE VII.

FIG. I. Si aprés avoir fait AK perpendiculaire en K sur FO dans la Fig. 1. des projections obliques de bas en haut, on appelle FK, c; le cas de la tangente LZ perpendiculaire aussi en Z sur FO, donnera AF (b). FK (c) :: LD $(b-y)$. $DZ = \frac{bc - cy}{b}$. Ainsi ayant déja (*Corol.* 4.) $DZ = \frac{ay}{b}$, l'on aura ici $ay = bc - cy$, ou $y = \frac{bc}{a+c}$: c'est à dire que si l'on prend AG $(y) = \frac{bc}{a+c}$, la verticale GL rencontrera la Courbe ALO en son sommet; de sorte que L sera pour lors le plus élevé de tous ses points au-dessus de l'horizontale AK.

COROLLAIRE VIII.

De plus, si l'on prolonge la verticale GL jusqu'à la rencontre de AK en X, l'on aura AF (b). FK (c) :: AG (y). $GX = \frac{cy}{b}$ (*Corol.* 7.) $= \frac{cc}{a+c}$. Ainsi $LX = \frac{cc}{a+c} - x$ sera la plus grande hauteur où le corps jetté suivant AF, puisse

puisse monter au-dessus de l'horizontale AK. Mais suivant les noms assignés dans le Corol. 3. l'on a aussi $x(GL) = Ra = VQ = PQ - PV = t - v$ (Corol. 3.) $= t - \frac{ay}{b}$ (Corol. 7.) $= t - \frac{ac}{a+c}$. Donc en substituant cette valeur de x dans la précédente de $LX = \frac{cc}{a+c} - x$, l'on aura ici $LX = \frac{cc+ac}{a+c} - t = c - t = FK - FV$ pour la plus grande hauteur du jet au-dessus de l'horizontale AK qui passe par le point A de projection, en prenant KV $(b-y) = \frac{ab}{a+c}$, à cause que le Corol. 7. donne ici $y = \frac{bc}{a+c}$.

COROLLAIRE IX.

Pour trouver presentement le point l, dans lequel l'horizontale AK est coupée par la Courbe de projection ALO, ou par le corps jetté en retombant de sa plus grande élevation LX au-dessus de cette horizontale AK, soit repris L pour un point quelconque de cette Courbe ALO au-dessus de cette même horizontale AK : le reste demeurant comme ci-dessus, l'on aura $AF(b)$. $FK(c)$ :: $AG(y)$. $GX = \frac{cy}{b}$. Donc $LX = \frac{cy}{b} - x$ (Corol. 3.) $= \frac{cy}{b} + v - t$ (Corol. 3.) $= \frac{cy}{b} + \frac{ay}{b} - t$: De sorte que le cas de $LX = o$ en l, donne $t = \frac{ay+cy}{b}$, ou $y.t :: b.a+c$. Or en prenant FY (sur FC) $= a+c = BF + FK$ (hyp.) $= FS + FK$, c'est à dire $SY = FK$; & en tirant la droite AY qui rencontre la logarithmique ARC en r, d'où tombe rg perpendiculaire en g sur AF, en rencontrant AS en e; l'on aura aussi $Ag(y)$. $gr(t)$ :: $AF(b)$. $FY(a+c)$. Donc la verticale gl tombera précisément au point l dans lequel l'horizontale AK est rencontrée par le corps jetté en retombant vers elle, ou par l'arc LO de la Courbe de projection qu'il décrit malgré les résistances supposées. De sorte que (Solut.) gl sera égale à re, & que Al sera ici la plus grande portée horizontale du jet, comme

(*Corol.* 8.) XL en est la plus grande hauteur, & (*Corol.* 1. & 6.) AK la plus grande distance de AO où ce jet puisse jamais atteindre, même pendant un tems infini.

COROLLAIRE X.

Il suit encore du Corol. 3. que la ligne logarithmique ne sert pas seulement à trouver comme ci-dessus, & comme on le verra encore dans la suite, la Courbe des jets de cette hypothêse-ci ; mais aussi qu'elle est cette Courbe elle-même dans le cas où la vitesse verticale du corps jetté, résultante d'une projection oblique de haut en bas, seroit égale à sa vitesse terminale, ainsi que M. Hughens l'a dit à la fin de son *discours de la cause de la pesanteur*, pag. 173.

FIG. II. Pour le voir, dans la Fig. 2. outre les noms précédens du Corol. 3. soit $AK = e$ perpendiculaire sur OK prolongée, $FK = c$, $XK = s$, & $XL = m$ sur LG prolongée jusqu'en AK en X.

L'on aura ici $AF\ (b).\ AG\ (y) :: AK\ (e).\ AX\ (e-s)$. Ce qui donne $y = \frac{be-bs}{e}$, $b-y = b - \frac{be+bs}{e} = \frac{bs}{e}$, $dy = \frac{-bds}{e}$, & par conséquent $ydy = \frac{-bbeds+bbsds}{ee}$, $aydy = \frac{abbsds-abbeds}{ee}$, $bb-by = \frac{bbs}{e}$. Donc $\frac{aydy}{bb-by} = \frac{asds-aeds}{es}$.

L'on aura de plus $AF\ (b).\ AG\ (y) :: FK\ (c).\ XG = \frac{cy}{b}$. De sorte que la construction donnant $GL = x$, l'on aura ici $\frac{cy}{b} + x = XL = m$, & $\frac{cdy}{b} + dx = dm$, ou $dx = dm - \frac{cdy}{b}$ (à cause de $dy = \frac{-bds}{e}$) $= dm + \frac{cds}{e}$.

Mais le Corol. 3. donne $dx = \frac{aydy}{bb-by}$. Donc $dm + \frac{cds}{e} = \frac{asds-aeds}{es}$, ou $dm = \frac{asds-csds-aeds}{es}$ sera encore une autre équation de la Courbe ALO de projection oblique faite de haut en bas : laquelle équation se changeant en $dm = \frac{-ads}{s}$ lorsque $c\ (KF) = a\ (BF)$, c'est à dire, lorsque la vitesse verticale (KF) résultante de celle (AF) de pro-

jection suivant *AF*, sera égale à la vitesse terminale (*BF* ou *FS*) du corps ainsi jetté ; la Courbe *ALO* de projection, qu'il décrira pour lors, sera une logarithmique, ainsi que M. Hughens l'a dit, laquelle aura *FO* pour asymptote, & ses soûtangentes $= a = FS = FB$ (*hyp.*) $= KF$, qui sont (*Sol.*) celles des deux précédens arcs logarithmiques *ARC*, *BUC* : Par conséquent elle & eux ne doivent être que des arcs differens & differemment placés d'une même logarithmique, dont la soûtangente $= a$, exprimant par tout la vitesse verticale du corps jetté obliquement de haut en bas dans ce cas-ci, fait voir que cette vitesse y est par tout uniforme ; & qu'ainsi la pesanteur y est par tout égale à la résistance que lui fait le milieu supposé.

Autrement. Cela se peut encore démontrer d'une autre maniere, & sans calcul. Car puisque (*hyp.*) la vitesse verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection oblique de haut en bas, est égale ici à la terminale *BF* ou *FS* du corps ainsi jetté, ces deux vitesses égales trouveront ici la même résistance de la part du milieu qu'on suppose y résister en raison des vitesses. Mais la vitesse terminale de ce corps étant (*Corol.* 9. *du Probl.* 1. *du Mem. du* 7. *Mars dernier*, *pag.* 123.) la plus grande qu'il pût aquerir dans ce milieu en vertu de sa seule pesanteur, la résistance que lui feroit ce milieu, seroit égale à cette pesanteur, ainsi qu'on le voit dans les nomb. 1. & 4. de la Remarq. 2. pag. 126. & 127. du Mem. qu'on vient de citer, & qu'il suit aussi de ce que la pesanteur de ce corps ne pourroit s'accelerer davantage dans ce milieu. Donc la résistance qu'y trouveroit la vitesse verticale résultante de la projection ici supposée, seroit égale à la pesanteur du corps jetté ; par conséquent cette pesanteur & cette résistance ainsi en équilibre, se détruisant l'une l'autre, cette vitesse verticale résultante de celle de projection dans ce cas-ci, y doit demeurer uniforme, & toûjours égale à la terminale du corps jetté, comme si ce corps n'avoit aucune pesanteur, ni le milieu aucune résistance. Ainsi le mouvement de ce corps étant ici composé de cette vitesse verti-

cale *KF*, & de l'horizontale *AK* résultante aussi de celle *AF* de projection, & qui d'uniforme qu'elle auroit été dans un milieu sans résistance ni action, est ici retardée par la résistance du milieu supposé ; ce mouvement du corps jetté suivant *AF*, doit être ici composé d'une vitesse horizontale primitivement uniforme, retardée par les résistances supposées, & d'une verticale de haut en bas toûjours uniforme malgré ces résistances. Donc suivant le nomb. 3. du Schol. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 397. la ligne *ALO*, que ce corps doit décrire en vertu de ce concours de vitesses, doit être ici une logarithmique dont l'asymptote soit *KO*, & la soûtangente $=KF=BF=FS=a$.

COROLLAIRE XI.

De ce que suivant le précédent Corol. 10. la résistance que le milieu supposé fait à la vitesse terminale du corps qui y tombe, seroit égale à la pesanteur de ce corps ; & conséquemment moindre ou plus grande que cette pesanteur, si la vitesse de ce corps étoit moindre ou plus grande que cette terminale : il suit évidemment qu'un corps jetté verticalement de haut en bas malgré les résistances de ce milieu, s'accelerera jusqu'à sa vitesse terminale, si celle de projection est moindre qu'elle ; qu'il descendra d'une vitesse uniforme toûjours égale à sa terminale, si celle de projection est égale à cette terminale ; & qu'enfin il sera retardé jusqu'à ce qu'il soit réduit à cette vitesse terminale, si celle de projection est plus grande qu'elle. Tout cela s'accorde avec les Corol. 4. & 5. du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 130. & 131. Et le premier de ces deux Corollaires fait voir aussi que quelle que soit la verticale de projection de haut en bas, il ne lui faudra pas moins qu'un tems infini pour devenir égale à la terminale du corps ainsi jetté, soit en s'accelerant si elle est moindre que cette vitesse terminale, ou en se retardant si elle est plus grande.

COROLLAIRE XII.

Puiſque AF eſt toûjours plus grande que KF (*hyp.*) $= BF = FS$, il eſt encore manifeſte ſuivant le Corol. 10. qu'afin que ALO ſoit ici une logarithmique, il faut que la viteſſe AF de projection y ſoit toûjours plus grande que la viteſſe terminale du corps jetté.

COROLLAIRE XIII.

Si l'on ſuppoſe les coordonnées orthogonales $XL = m$, $XK = s$, $AK = e$, &c. dans la Fig. 1. comme dans la Fig. 2. un raiſonnement ſemblable à celui de la premiere partie du Corol. 10. donnera encore de même $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{es}$ pour une nouvelle équation de la Courbe des projections obliques de bas en haut. Ce qui réſulte auſſi de l'équation $dm = \frac{asds - csds - aeds}{es}$ trouvée dans cette premiere partie du Corol. 10. parceque FK (c), XL (m), de poſitives qu'elles y étoient, deviennent ici négatives. Ainſi (*Corol.* 10.) l'on aura $dm = \frac{\mp asds - csds \pm aeds}{es} = \frac{\mp ads - cds}{e} \pm \frac{ads}{s}$ pour l'équation générale (en coordonnées m, s, orthogonales) des Courbes décrites par des corps de peſanteurs conſtantes, jettés ſuivant quelques directions que ce ſoient, & de telles forces qu'on voudra, dans le milieu ſuppoſé, & qu'on voit encore ne ſuppoſer que les logarithmes, ainſi que celle du Corol. 3. Les ſignes ſuperieurs ſont pour le cas des projections obliques de bas en haut; & les inferieurs, pour le cas des projections obliques de haut en bas. Quant aux projections horizontales qui ont FK (c) $= o$, cette équation s'y réduira à $dm = \frac{asds - aeds}{es} = \frac{ads}{e} - \frac{ads}{s}$: m (XL), & conſéquemment auſſi dm devenant négative dans le premier des deux autres cas.

FIG. 1.

COROLLAIRE XIV.

La précédente équation $dm = \frac{-asds - csds + aeds}{es}$, ou $\frac{dm}{ds} = \frac{-as - cs + ae}{es}$ de la Courbe ALO des projections obliques

de bas en haut dans la Fig. 1. ayant $dm = o$, & par conséquent aussi $-as-cs+ae=o$ au sommet de cette Courbe, c'est à dire, au plus élevé de tous ses points au-dessus l'horizontale AK; l'on aura $s = \frac{ae}{a+c}$ en ce point. Ce qui s'accorde avec le Corol. 7. qui a aussi donné $y = \frac{bc}{a+c}$ en ce même point; puisqu'ayant ici $AK(e). AF(b) :: AX(e-s). AG(y) = \frac{be-bs}{e}$. L'on y aura pareillement $\frac{be-bs}{e} = \frac{bc}{a+c}$, d'où résulte encore $s = \frac{ae}{a+c}$.

COROLLAIRE XV.

FIG. I. II. De ce que (*Solut.*) $GR = AT$, $Ra = VQ$, & (*Cor.* 4.) $Ga = PU$, il suit encore de la Solution précédente, & des Probl. 1. & 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. que par tout ici, c'est à dire, dans toutes les projections obliques de bas en haut, ou de haut en bas, les GR exprimeront les tems écoulés depuis le premier instant de chaque projection; leurs parties Ga, les vitesses aquises à la fin de ces tems en vertu de la pesanteur constante du mobile malgré les résistances supposées; leurs restes Ra, les espaces verticaux parcourus de haut en bas en vertu de ces vitesses; les GF, les vitesses restantes de celle AF de projection à la fin de ces tems GR; & les AG, les espaces parcourus de A vers E suivant AF en vertu de ces vitesses pendant ces tems & malgré les résistances du milieu supposé. De sorte que le seul arc logarithmique ARC suffira pour déterminer tout cela, comme il a suffi seul (*Solut.*) pour construire la Courbe ALO de projection.

COROLLAIRE XVI.

Les Ga (*Corol.* 15.) de même que les PU (*Solut.*) exprimant ici les vitesses verticales causées à la fin des tems AT ou GR, par la pesanteur constante du corps jetté suivant quelque direction AF que ce soit, malgré les rési-

ſtances du milieu ſuppoſé ; il eſt preſentement aiſé de trouver tout ce que ce corps doit en avoir de la part tant de ſa peſanteur, que de ce qui lui en réſulte de la viteſſe *GF* reſtante (*Solut.*) de celle *AF* de ſa projection. Pour cela il ſuffit de conſiderer que puiſque (*Solut.*) à la fin du tems *AT* il ne lui reſte plus que *GF* de cette viteſſe *AF* de projection, il n'y a qu'à la décompoſer en l'horizontale $G\mu$, & en la verticale $F\mu$, aprés avoir fait $G\mu$ perpendiculaire en μ ſur *FO*, pour voir que $G\mu$ & $F\mu$ ſeront tout ce qui lui reſtera pour lors des viteſſes horizontale *AK*, & verticale *FK*, réſultantes de celle *AF* de projection ; & conſéquemment que tout ce que ce corps en aura pour lors de verticale, tant de cette part, que de celle de ſa peſanteur, ſera (*Fig.* 1.) comme $Ga - F\mu$ dans les projections obliques de bas en haut, & (*Fig.* 2.) comme $Ga + F\mu$ dans les obliques de haut en bas.

COROLLAIRE XVII.

D'où l'on voit que dans les projections obliques de bas en haut, le ſommet de la Courbe *ALO* de projection, c'eſt à dire, le plus élevé de tous ſes points *L* au-deſſus de l'horizontale *AK*, ſera celui où cette Courbe ſera rencontrée par la verticale *GX* qui partira d'un point *G* lequel donne $Ga = F\mu$, ou $Ga - F\mu = 0$; puiſque la viteſſe *Ga* de peſanteur égalant alors la viteſſe verticale $F\mu$ reſtante de celle de projection, le mobile ceſſera-là de monter au-deſſus de *AK*, & commencera à ſe raprocher d'elle par la ſuperiorité qu'aura aprés cela la premiere de ces viteſſes verticales ſur l'autre. FIG. I.

COROLLAIRE XVIII.

Pour dans les projections obliques de haut en bas, le mobile ayant toûjours (*Corol.* 16.) $Ga + F\mu$ pour viteſſe verticale en ce ſens, il eſt manifeſte que $F\mu$ ſe trouvant nulle lorſque *Ga* ſera en *FS*, c'eſt à dire lorſque la viteſſe *AF* de projection ſera entierement éteinte, & que le corps jetté de cette viteſſe & ſuivant cette direction de *A* FIG. II.

vers *F*, arrivera en *FO* aprés (*Corol.* I.) un tems infini; il ne lui restera plus alors que *FS* ou (*hyp.*) *FB* de vitesse verticale, égale (*Solut.*) à sa terminale; & qu'ainsi le total $Ga + F\mu$ de ce qu'il en avoit, ira toûjours en s'accelerant ou en se retardant jusqu'à ce qu'il soit égal à cette terminale, selon que la verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection, sera moindre ou plus grande que cette même terminale *FS* ou (*hyp.*) *BF*: Au contraire ce total $Ga + F\mu$ de vitesse verticale de haut en bas, demeurera toûjours le même & uniforme pendant toute la durée du mouvement, si $KF = FS = BF$; puisqu'en ce cas l'on aura par tout $Ga. FS :: AG. AF :: XG. KF$ (*hyp.*) $:: K\mu. FS.$ c'est à dire, $Ga = K\mu$; & par conséquent $Ga + F\mu = K\mu + F\mu = KF$ (*hyp.*) $= FS = BF$. Tout cela s'accorde parfaitement avec le Corol. II.

Il est ici à remarquer pour la suite que si dans les Fig. I. 2. *on fait* Ub *parallele à* RG, *& qui rencontre en* b *la tangente* BSC *de l'arc logarithmique* BUC, *l'on y aura par tout* Ra = Ub *correspondante; puisque* (Solut.) Ra = UQ *correspondante, &* FS = BF *qui doit aussi donner* Ub = UQ.

AUTRE SOLUTION.

FIG. III. IV. Soit encore la droite *AF* quelconque prise pour la vitesse de projection du corps jetté de *A* vers *F* suivant cette direction. Soit encore aussi *BF* telle que *AF* soit à *BF* comme cette vitesse de projection est à la vitesse terminale de ce mobile, c'est à dire, à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de sa pesanteur constante en tombant dans le milieu supposé. Mais au lieu des arcs logarithmiques précédens, soit presentement une hyperbole équilatere quelconque *CRT* entre les asymptotes orthogonales *AF*, *FC*, & qui soit rencontrée en *T*, *D*, par les ordonnées *AT*, *BD*, paralleles à *FC*. Soit de plus de l'origine *A* vers *F* sur *AF*, une abscisse quelconque *AG*, avec l'ordonnée *GR* parallele à *FC*, & qui rencontre l'hyperbole en *R*. Soit enfin *TE* parallele à *AF*, & qui rencontre *GR*, *FC*, en *P*, *E*.

Cela

Cela fait, je dis que si de chaque point G de la droite AF, pris depuis A jusqu'en F, on mene une verticale $GL = \frac{TPR}{BD}$ correspondante ; la ligne ALO, qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera encore la Courbe de projection qu'on demande.

Démonst. De l'origine B vers F sur BF, soit $BU. AG :: BF. AF$. avec l'ordonnée US parallele à FC, & qui rencontre l'hyperbole en S, aprés avoir été rencontrée en Q par la droite DV parallele à AF, & qui rencontre aussi FC en V. Soit de plus GF la vitesse restante de celle AF de projection aprés un tems quelconque appellé t ; & BU l'aquise aprés un tems aussi quelconque θ en vertu de la pesanteur du mobile malgré les résistances supposées.

Si l'on appelle encore BF, a ; AF, b ; & de plus BD, m ; GF, u ; BU, v ; GR, r ; & US, s ; l'hyperbole CRT donnera $u = \frac{am}{r}$, & $a - v = \frac{am}{s}$, d'où résulte $v = \frac{as - am}{s}$. Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$, l'on aura ici $\frac{dt}{a} = \frac{-rdu}{am}$, ou $dt = \frac{-rdu}{m}$, & $udt = -adu$; dont les intégrales sont $t = -\int \frac{rdu}{m} = \frac{TAGR}{BD}$, & $\int udt = ab - au = BF \times AG$.

2°. Le Probl. 1. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura pareillement $\frac{d\theta}{a} = \frac{sdv}{am}$, ou $d\theta = \frac{sdv}{m}$, & $vd\theta = \frac{asdv - amdv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta = \int \frac{sdv}{m} = \frac{DBUS}{BD}$, & $\int vd\theta = \frac{a}{m} \times \int sdv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times DBUS - \frac{a}{m} \times DBUQ = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{BF \times DQS}{BD}$.

Donc (*nomb.* 1 & 2.) $t. \theta :: \frac{TAGR}{BD}. \frac{DBUS}{BD} :: TAGR. DBUS$.

Et $\int udt. \int vd\theta :: BF \times AG. \frac{BF \times DQS}{BD} :: AG. \frac{DQS}{BD}$.

Or puisque (*hyp.*) $BU. AG :: BF. AF :: AT. BD$. l'on aura non-seulement $BU \times BD = AG \times AT$, ou $BDQU = ATPG$; mais encore $DBUS = TAGR$: & par consé-

quent $DQS = TPR$. Donc auſſi $t.\theta :: TAGR. TAGR.$ c'eſt à dire, $t = \theta$; & $\int u dt. \int v d\theta :: AG. \frac{TPR}{BD}$ (*Conſtr.*) :: $AG. GL$.

Mais ſuivant le Lem. 2. des Mem. de 1707. pag. 226. & 386. les eſpaces ici parcourus pendant les tems t, θ, c'eſt à dire ici, pendant le même $TAGR$, ſont entr'eux comme les ſommes $\int udt$, $\int vd\theta$, des viteſſes u, v, en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc les eſpaces ici parcourus pendant ce tems $TAGR$ (le premier en vertu de la force projectrice; & le ſecond en vertu de la peſanteur du mobile) ſont auſſi entr'eux :: $AG. GL$. Par conſéquent en prenant AG pour le parcouru ſuivant AF en vertu de la projection pendant ce tems $TAGR$ malgré les réſiſtances ſuppoſées, l'on aura auſſi GL pour le vertical parcouru en même tems de haut en bas en vertu de la peſanteur du mobile malgré les mêmes réſiſtances du milieu ſuppoſé. Donc (comme dans la Solut. 1.) le corps ici jetté de A vers F ſuivant AF, ſera en L à la fin de ce tems $TAGR$ par le concours de la force de projection & de ſa peſanteur malgré les réſiſtances ſuppoſées; & par tout de même dans tous les points L trouvés comme ci-deſſus. Donc auſſi la ligne ALO, qui paſſera par tous ces points L, ſera la Courbe de projection qu'il falloit encore trouver ici.

Pour ne pas multiplier inutilement les Figures, on n'exprime point ici le cas où la projection oblique ſe feroit de haut en bas, comme l'on a fait dans la Solut. 1. Fig. 2. Il n'y a qu'à concevoir ici la ligne de projection AF *inclinée de haut en bas comme on la voit de bas en haut dans les Fig. 3. & 4. Et tout le reſte demeurant ici le même que dans ces deux Figures, la preſente Sol. 2. y conviendra encore avec cette ſeule difference qu'elle donnera pour lors toute la Courbe de projection* ALO *au-deſſous de l'horizontale* AK; *puiſque* AF *en ſera encore la tangente en* A. *Ce cas de projection oblique de haut en bas n'a été exprimé dans la Solut. 1. Fig. 2. que pour y démontrer celui du Corol. 10. où la ligne de projection* ALO *eſt une veritable logarithmique : ſans cela cette Fig. 2. ſeroit auſſi inutile. La figure*

du cas de la viteſſe de projection égale à la terminale du corps jetté, ſeroit pareillement ici inutile, n'y ayant pour y ſatisfaire qu'à concevoir FB$=$FA, *ou* B *en* A *dans les Fig.* 3. *&* 4. *Enfin celles du cas des projections horizontales ne le ſeroient pas moins, n'y ayant non-plus qu'à concevoir* AF *horizontale en* AK, *ou* KF$=$0 *dans les Fig.* 1. 2. 3. 4. *pour y ſatisfaire.*

COROLLAIRE XIX.

Si on fait, dis-je, preſentement AK perpendiculaire en K ſur la verticale FO, & qui ſoit rencontrée en X par GL prolongée juſqu'à elle; ſi de plus on appelle AG, y; FK, c; & le reſte comme ci-deſſus: l'on aura $AF\ (b).\ AG\ (y) :: FK\ (c).\ GX = \frac{cy}{b}$. Mais on vient de trouver (*Solut.* 2.) $GL = \frac{TPR}{BD} = \frac{DQS}{BD} = \int \frac{sdv - mdv}{m}$. Donc $XL = \frac{cy}{b} - \int \frac{sdv - mdv}{m}$; & par conſéquent la differentielle de XL ſera $= \frac{cdy}{b} - \frac{sdv + mdv}{m}$: ce qui donne $\frac{cdy}{b} = \frac{sdv - mdv}{m}$, ou $\frac{s-m}{m} . \frac{c}{b} :: dy . dv$. pour la plus grande des XL. Donc la conſtruction éxigeant ici $AF . BF :: AG . BU$. ou $AF\ (b). BF\ (a) :: GF\ (b-y). UF\ (a-v)$. D'où réſulte $ab - bv = ab - ay$, ou $bv = ay$, qui donne pareillement $bdv = ady$, ou $b. a :: dy. dv$. l'on aura ici $b. a :: \frac{s-m}{m} . \frac{c}{b}$. ou $as - am = mc$; & conſéquemment $s = \frac{am + cm}{a}$, c'eſt à dire, $US = \frac{BF + FK}{BF} \times BD$ pour le cas de la plus grande XL. D'où l'on voit que lorſque US ſera de cette valeur, le point L ſera le plus élevé de tous ceux de la Courbe ALO au-deſſus de l'horizontale AK; & qu'ainſi XL ſera pour lors la ſublimité du jet.

L'on aura auſſi ce point L le plus élevé de tous ceux de la Courbe ALO au-deſſus de l'horizontale AK, lorſque $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$; puiſque la conſtruction donnant $BF . AF :: UF . GF :: GR . US = \frac{AF \times GR}{BF}$. doit auſſi donner pour lors $\frac{AF \times GR}{BF} = \frac{BF + FK}{BF} \times BD$, ou $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$.

COROLLAIRE XX.

De ce que (*Corol.* 19.) $GX = \frac{cy}{b} = \frac{FK \times AG}{AF}$, & que (*Solut.* 2.) $GL = \frac{TPR}{BD}$; l'on aura aussi XL $(GX - GL) = \frac{FK \times AG}{AF} - \frac{TPR}{BD}$. D'où l'on voit que lorsque $\frac{TPR}{BD} = \frac{FK \times AG}{AF}$ c'est à dire, lorsque $TPR = \frac{FK \times AG}{AF} \times BD$ (l'hyperbole donnant $\frac{AT}{BF} = \frac{BD}{AF}$) $= \frac{FK \times AG \times AT}{BF} = \frac{FK}{BF} \times ATPG$, ou lorsque $TPR. ATPG :: FK. BF.$ la Courbe ALO vient rencontrer, ou plutôt rencontre en effet l'horizontale AK en l; & qu'ainsi Al est l'amplitude horizontale du jet fait ici suivant AF, comme (*Corol.* 19.) XL en est la sublimité lorsque $VS = \frac{BF + FK}{BF} \times DB$, ou $GR = \frac{BF + FK}{AF} \times BD$.

COROLLAIRE XXI.

La précédente Solut. 2. nomb. 1. & 2. donnant $t = \frac{TAGR}{BD}$, $\int u\,dt = BF \times AG$, $\theta = \frac{DBVS}{BD}$, & $\int v\,d\theta = \frac{BF \times DQS}{BD}$, fait voir

1°. Que les tems (t) à la fin desquels se trouveroient les vitesses GF (u) restantes de celle (AF) de projection, laquelle dans un milieu sans résistance ni action auroit été uniforme, seroient ici entr'eux comme les aires hyperboliques $TAGR$ correspondantes, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394.

2°. Que les espaces $(\int u\,dt)$ parcourus en vertu de ces vitesses restantes GF (u) pendant ces tems correspondans $TAGR$ (t), seroient aussi entr'eux comme les AG correspondantes, c'est à dire, comme les vitesses perduës de celle (AF) de projection pendant ces tems, ainsi qu'on l'a pareillement vû dans le même Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394.

3°. Que les tems (θ) à la fin desquels se trouveroient les vitesses aquises BV (v), c'est à dire, pendant lesquels le mobile les aquieroit en vertu de sa pesanteur malgré les résistances supposées, seroient de même entr'eux comme

les aires hyperboliques *DBUS* correspondantes, ainsi qu'on l'a déja vû dans le Corol. 12. du Probl. 1. du Mem. du 7 Mars dernier, pag. 124.

4°. Que les espaces ($\int v d\theta$) parcourus en vertu de ces vitesses aquises *BU* (v) pendant ces tems correspondans *DBUS* (θ), seroient pareillement entr'eux comme les trilignes hyperboliques *DQS* correspondans, ainsi qu'on l'a aussi vû dans le Corol. 13. du même Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 124. & 125.

De ce que AG *ne peut devenir égale à* AF *que lorsque le tems* TAGR *le seroit à l'infini* CTAFC, *il suit encore de la précédente Solut.* 2. *que le corps qui décrit la Courbe de projection* ALO, *ne sçauroit arriver à la verticale* FO *qu'aprés un tems infini; & qu'ainsi cette verticale doit être ici une asymptote de cette Courbe comme dans les Corol.* 1. *&* 6. *de la Solut.* 1. *Tous les autres Corollaires de cette Solut.* 1. *suivront pareillement de la précédente Solut.* 2. *dont voici l'accord avec celle-là.*

IDENTITÉ

De la Courbe de projection ALO *de la précédente Solut.* 2. *avec celle de la Solut.* 1.

Pour trouver l'équation de cette Courbe *ALO* construite comme dans la Solut. 2. soient encore ici les mêmes noms que dans cette Solut. 2. & de plus $y = AG$, & $x = GL$ (*constr.*) $= \frac{TPR}{BD} = \frac{TPR}{m}$, ou $mx = TPR$. Cela posé, puisqu'on vient de trouver (*Solut.* 2. *nomb.* 2.) $\frac{a}{m} \times \int s dv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times DQS = \frac{a}{m} \times TPR$, l'on aura pareillement ici $mx = \int s dv - mv$; & (en differentiant) $mdx = sdv - mdv$. Mais le commencement de la démonstration de la Solut. 2. donne $a - v = \frac{am}{s}$, ou $s = \frac{am}{a-v}$. Donc $mdx = \frac{amdv}{a-v} - mdv = \frac{am - am + mv}{a-v} \times dv = \frac{mvdv}{a-v}$, ou $dx = \frac{vdv}{a-v}$. Or suivant la construction de cette seconde Solution, l'on

aura ici $AF\,(b).\,BF\,(a) :: AQ\,(y).\,BU\,(v) = \frac{ay}{b}$. D'où résulte $dv = \frac{ady}{b}$, $vdv = \frac{aaydy}{bb}$, $a-v = a - \frac{ay}{b} = \frac{ab-ay}{b}$; & par conséquent $\frac{vdv}{a-v} = \frac{aydy}{bb-by}$. Donc $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ sera l'équation de la précédente Courbe *ALO* trouvée dans la Solut. 2. D'où l'on voit & du Corol. 3. que cette Courbe de projection est précisément la même que celle de la Solut. 1. & qu'ainsi ces deux Solutions se confirment mutuellement.

REMARQUE

Touchant la Parabole que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, auroit décrite si ce milieu eût été sans résistance.

Fig. V.

I. Tout ce qu'on voit dans la Fig. 5. de ce qui se trouve dans les Fig. 1. 2. de la Solut. 1. demeurant ici le même que là, il s'agit de trouver la Parabole que le corps jetté ci-devant de *A* vers *F* suivant *AF*, auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Soit prise (sur la droite *ATC*) $AH = FS$, ou soit menée *SH* parallele à *FA*; & aprés avoir tiré la droite* *HF*, soit par tout *TM* parallele à cette droite *HF*; & du point *M*, où elle rencontre *AF*, soit la verticale $MN = \frac{AT \times AT}{2FS}$: Je dis que la Courbe *ANO*, qui passera par tous les points *N* ainsi trouvés, sera la Parabole cherchée, laquelle aura $\frac{2AF \times AF}{FS}$ pour son parametre en *A*.

* *C'est un hazard que* TV *passe ici par le point d'intersectiō des droites* AS, HF, *cela n'étant pas necessaire.*

Démonst. En prenant encore ici l'abscisse quelconque *AT* sur *AC*, pour le tems écoulé, & *AF* pour la vitesse de projection de *A* vers *F* suivant *AF*; il est manifeste que dans un milieu sans résistance l'on auroit $AT \times AF$ pour la somme des vitesses qu'y auroit eu le mobile dans tous les instans du tems *AT* en vertu de la force de projection, & $\frac{AT \times AT}{2}$ pour la somme de ce qu'il y en auroit encore eu de verticale pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur supposée

constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant *AF* en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems *AT* dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems :: $AT \times AF . \frac{AT \times AT}{2} :: \frac{AT \times AF}{AH} . \frac{AT \times AT}{2AH}$ (à cause de $AH = FS$, & de $AH . AF :: AT . AM = \frac{AT \times AF}{AH}$) :: $AM . \frac{AT \times AT}{2AH}$ :: $AM . \frac{AT \times AT}{2FS}$ (*constr.*) :: $AM . MN$. Par conséquent en prenant *AM* pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi *MN* pour le second. Donc la ligne *ANO*, qui passera par tous les points *N* trouvés comme ci-dessus, sera la Parabole que le mobile jetté suivant *AF* auroit décrite dans un milieu sans résistance.

Pour trouver presentement le parametre en *A* de cette Parabole, soit ce parametre appellé p; la nature de la Parabole donnera $MN = \frac{AM \times AM}{p}$. Mais on vient de trouver $AM = \frac{AT \times AF}{AH}$ (à cause de $AH = FS$) $= \frac{AT \times AF}{FS}$. Donc $MN = \frac{\overline{AT \times AF}^2}{p \times \overline{FS}^2}$. Mais la construction donne aussi $MN = \frac{AT \times AT}{2FS}$. Donc $\frac{AT \times AT}{2FS} = \frac{\overline{AT \times AF}^2}{p \times \overline{FS}^2}$, ou $\frac{1}{2} = \frac{AF \times AF}{p \times FS}$, d'où résulte $p = \frac{2AF \times AF}{FS}$ pour le parametre cherché en *A*; de sorte que $\frac{FS \times AM \times AM}{2AF \times AF} = MN$ sera l'équation de la Parabole *ANO* par raport à son diametre en *A* : aussi en substituant ici à la place de *AM* sa valeur $\frac{AT \times AF}{FS}$ trouvée ci-dessus, en résultera-t-il $\frac{AT \times AT}{2FS} = MN$ conformément à la construction. *Ce qui est tout ce qu'il falloit ici trouver.*

II. La Solut. 2. donne encore la même chose, tout ce qu'on voit dans la Fig. 6. de ce qui se trouve dans les Fig. 3. 4. demeurant encore ici le même que là. En effet, si l'on prend presentement ici par tout $AM = \frac{TAGR}{AT}$ sur *AF*, & Fig. VI.

la verticale $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2AF \times AF}$: Je dis que la Courbe *ANO*, qui passera par tous les points *N* ainsi trouvés, sera encore la Parabole que le corps jetté ci-devant de *A* vers *F* suivant *AF*, auroit décrite dans un milieu sans résistance; & qu'elle aura $\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en *A*, lequel on va voir être le même que le précédent (*art.* 1. *Fig.* 5.) $\frac{2AF \times AF}{FS}$ déduit de la même projection supposée faite dans un milieu sans résistance.

Démonstr. En prenant (suivant le nomb. 1. de la Démonst. de la Solut. 2.) $\frac{TAGR}{BD}$ pour le tems écoulé, & encore *AF* pour la vitesse de projection en *A* suivant *AF*; il est encore manifeste que dans un milieu sans résistance l'on auroit eu $\frac{TAGR \times AF}{BD}$ pour la somme des vitesses suivant *AF*, qu'y auroit eu le mobile dans tous les instans du tems $\frac{TAGR}{BD}$ en vertu de la force de projection, & $\frac{\overline{TAG}^2}{2 \times \overline{BD}^2}$ pour la somme de ce qu'il y en auroit eu de verticales pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur constante. Donc suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. l'espace que ce corps auroit parcouru suivant *AF* en vertu de la premiere de ces sommes de vitesses pendant le tems $\frac{TAGR}{BD}$ dans un milieu sans résistance, est à ce qu'il y en auroit parcouru de vertical de haut en bas en vertu de la seconde pendant le même tems :: $\frac{TAGR \times AF}{BD}$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2 \times \overline{BD}^2}$ :: $TAGR$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2AF \times BD}$ :: $\frac{TAGR}{AT}$. $\frac{\overline{TAGR}^2}{2AF \times AT \times BD}$ (l'hyperperbole *CRT* donnant $BF. AF :: AT. BD = \frac{AF \times AT}{BF}$) :: $\frac{TAGR}{AT}$. $\frac{\overline{TAGR}^2 \times BF}{2 \times \overline{AF} \times \overline{AT}^2}$ (la construction donnant $AM = \frac{TAGR}{AT}$) :: AM. $\frac{\overline{AM}^2 \times BF}{2 \times \overline{AF}^2}$ (*constr.*) :: $AM. MN$. Par conséquent en prenant *AM* pour le premier de ces espaces, l'on aura aussi *MN* pour le second. Donc la ligne *ANO*, qui

qui passera par tous les points N trouvés comme ci-dessus, sera encore la Parabole que le corps jetté de A vers F suivant AF, auroit ici décrite dans un milieu sans résistance.

L'équation de cette Parabole étant (*constr.*) $MN = \frac{AM \times AM \times BF}{2AF \times AF}$, il est encore manifeste qu'elle aura $\frac{2AF \times AF}{BF}$ pour son parametre en A. Et comme il s'agit ici (*hyp.*) de la même vitesse AF de projection que dans l'art. 1. & de la même vitesse terminale du corps jetté suivant cette direction; le raport de la premiere de ces deux especes de vitesses à la seconde, doit être la même ici que là. Mais (*Solut.* 1.) ce raport est :: $AF. AS$. dans l'art. 1. Fig. 5. Et (*Solut.* 2.) :: $AF. BF$. dans le present art. 2. Fig. 6. Donc (*Fig.* 5. & 6.) $AF. FS :: AF. BF$. D'où résulte $FS = BF$, en supposant AF la même de part & d'autre; & par consequent aussi $\frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$: c'est à dire que le parametre $\frac{2AF \times AF}{FS}$ au point A de la Parabole ANO trouvée dans l'art. 1. Fig. 5. est égal à celui $\frac{2AF \times AF}{BF}$ qu'on lui vient de trouver (*Fig.* 6.) en ce même point A; & qu'ainsi cette Parabole est la même de part & d'autre. *Ce qu'il falloit encore démontrer.* FIG. V. VI.

Ce qu'on voit démontré dans l'art. 2. de la Remarque précédente sur la Fig. 6. qui, ayant AF *inégale à* BF, *n'exprime que le cas où la vitesse de projection suivant* AF, *le seroit à la terminale du corps jetté, peut aisément s'appliquer au cas d'égalité entr'elles, en y concevant* A *en* B, *ou* B *en* A. *Pour dans la Fig. 5. il n'y a qu'à y concevoir* AF *à* FS *en raison de ces vitesses, sans y rien changer.*

Au reste nous n'avons consideré jusqu'ici la vitesse de projection que comme une vitesse simple; ce qui nous a dispensé d'avoir égard aux vitesses d'ascension dans les projections obliques de bas en haut, les restantes de celles de projection dans le milieu résistant nous ayant suffi avec les accelerées de descente pour en composer le mouvement qui doit faire tracer au corps jetté suivant quelque direction que ce soit dans ce milieu

résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, la Courbe de projection demandée. Mais M. Newton & M. Hughens l'ayant déterminée en ayant égard à cette vitesse d'ascension retardée par la pesanteur constante du mobile & par la résistance du milieu supposé, en considerant le mouvement de projection oblique comme composé d'un horizontal & d'un vertical; nous la déterminerons aussi de cette maniere pour faire voir l'accord de nos Solutions avec les leurs : ce sera pour un autre Memoire, celui-ci étant déja assez long.

EXPERIENCES

ET REMARQUES

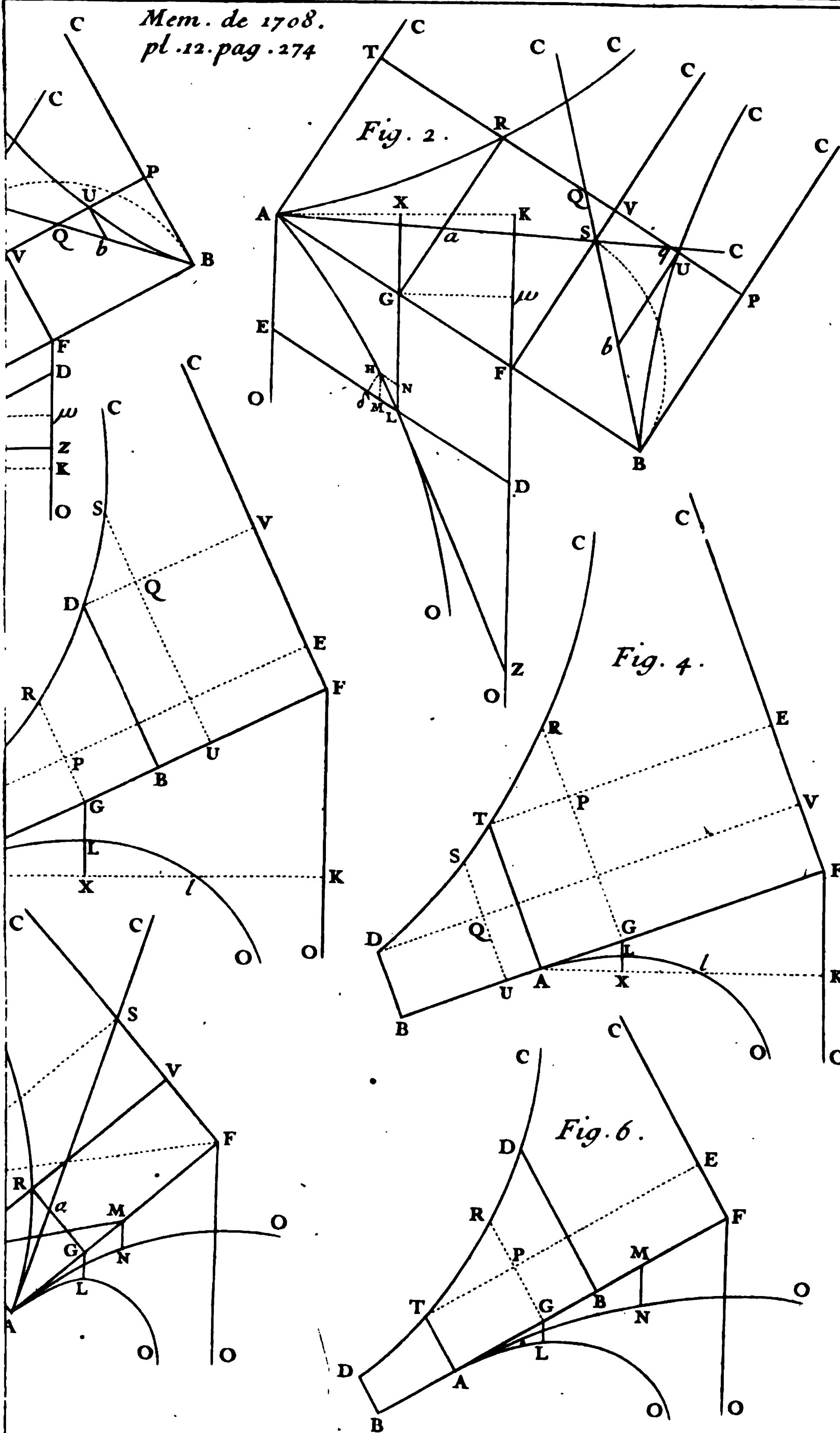
Sur la dilatation de l'air par l'eau boüillante.

PAR M. DE LA HIRE.

1708. 24. Juillet. IL y avoit déja long-tems que M. Amontons avoit reconnu par quelques experiences, que la chaleur de l'eau boüillante ne pouvoit dilater l'air que jusqu'à un certain terme, quel que fût le degré du feu qui fit boüillir l'eau, lorsqu'il proposa à l'Academie dans l'année 1701 la construction d'un Thermometre qui servît à connoître par toute la terre le raport de la chaleur de l'air.

Il se servit pour faire son experience d'une machine fort ingenieuse, mais assez composée & difficile dans l'execution, par le moyen de laquelle il comprimoit l'air renfermé dans une phiole de verre, par 27 pouces de mercure au-delà de sa compression exterieure par la charge de toute l'atmosphere. Cette phiole étoit jointe à un tuyau de verre recourbé, & il y avoit du mercure dans le tuyau à 27 pouces au-dessus de celui qui étoit dans la phiole. Sa machine servoit à mettre le mercure à cette hauteur.

Il plongea ensuite cette phiole avec son tuyau recour-


Mem. de 1708.
pl.12. pag. 274
Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 6.

bé dans de l'eau froide qu'il mit sur le feu jusqu'à la faire bouillir fortement; & cette experience s'étant faite en presence de l'Academie, l'on remarqua que l'eau étant bouillante, quoiqu'on augmentât le feu, le mercure qui étoit soûtenu dans le tuyau, ne s'y élevoit pas plus que lorsqu'elle avoit commencé à bouillir. Cette experience me parut fort curieuse; mais je ne voyois pas pourquoy il l'avoit faite avec de l'air comprimé par 27 pouces de mercure au-delà de sa compression naturelle, pour en conclure ensuite que l'air tel qu'il est sur la terre sans une autre compression que celle de la charge de l'atmosphere, se dilatoit par l'eau boüillante environ du tiers de ce qu'il étoit auparavant; car dans toutes ces conclusions il faut necessairement se servir de plusieurs suppositions de la nature de l'air, dont nous ne pouvons pas assurer que nous ayons une connoissance tres-parfaite.

Je ne sçay si les premieres experiences que fit M. Amontons, ne l'avoient pas engagé insensiblement à chercher des moyens pour executer ce qu'il avoit pensé, sans faire attention qu'il l'auroit pû faire d'une autre maniere bien plus simple & par consequent plus juste. C'est ce qui m'a obligé depuis à faire les experiences suivantes de la dilatation de l'air & de la force qu'il a lorsqu'il est échaufé par l'eau boüillante, pour soûtenir une certaine hauteur de mercure, sans avoir aucune charge étrangere ni aucune compression plus grande que celle qui lui vient de la pesanteur de toute l'atmosphere dans le tems & dans le lieu de l'experience.

J'ay pris un tuyau de verre *ABC* recourbé en *B*, & j'ay attaché à son extremité *C* une phiole ou bouteille *D* de deux pouces de diametre; le tuyau étoit ouvert en *A* & avoit ¼ de ligne de diametre interieur. C'étoit-là la bouteille & le tuyau dont M. Amontons s'étoit servi: mais comme il n'est pas possible de verser du mercure dans le tuyau sans comprimer l'air de la bouteille, j'ay attaché au-dessus de la bouteille un autre petit tuyau *EF* qui étoit tres-délié, & qui s'ouvrant dans la bouteille FIG. 1.

servoit à laisser sortir l'air, à mesure qu'on versoit du mercure par le tuyau *A*, ensorte qu'ayant mis du mercure dans le tuyau *ABC* environ à 2 lignes plus haut que l'entrée du tuyau dans la bouteille, j'ay scellé l'extremité *F* du petit tuyau *EF*, le mercure étant à même hauteur dans la bouteille & dans le tuyau *AB*; & par consequent l'air de la bouteille n'étant pas plus comprimé que l'air exterieur, ce que M. Amontons n'avoit pas pû faire en versant son mercure dans le tuyau, comme il l'avouë lui-même dans les Memoires de 1699, où il rapporte ses premieres experiences; & c'est sans doute pourquoy il l'avoit comprimé jusqu'à 27 pouces au-delà de la charge de l'atmosphere, pour lui donner une compression à peu prés double de celle qu'il a ordinairement.

J'ay observé dans le même tems la hauteur du Barometre qui étoit de 27 pouc. 7 lig. ½, & mon Thermometre étoit à 42 parties, lequel est toûjours à 48 au fond des Caves de l'Observatoire, ce que j'appelle l'état moyen de l'air entre le froid & le chaud, le tems étoit humide avec un vent Sud. C'étoit le 11 Decembre 1705. J'ay mis aussi-tôt la bouteille dans l'eau & l'eau sur le feu, ensorte qu'ayant fait boüillir l'eau à gros boüillons, le mercure s'est élevé dans le tuyau *AB* à 8 pouces 5 lignes au-dessus de celui qui étoit dans la bouteille. Mais le tiers de 27 pouc. 7 lig. ½ est 9 pouc. 2 lig. ½; & par consequent l'air tel qu'il étoit alors ayant été dilaté par la chaleur de l'eau boüillante, n'a pas soûtenu une hauteur de mercure égale au tiers de la pesanteur de l'atmosphere, mais moins, puisqu'il s'en est fallu 9 lignes ½.

J'ay réïteré cette operation le 16 Fevrier de l'année 1706 avec la même phiole dont je m'étois servi la premiere fois & où j'avois laissé le mercure, le petit tuyau étant toûjours scellé; mais alors le Thermometre n'étoit qu'à 38 parties; & par consequent l'air de la phiole étoit plus resserré que dans la premiere experience puisqu'il étoit plus froid, & de plus le Barometre étoit à 28 pouces 5 lignes, donc l'atmosphere pesoit 9 lignes ½ de mer-

cure plus que la premiere fois. Par ces deux causes le mercure devoit être descendu dans le tuyau où je l'avois laissé en experience, aussi étoit-il plus bas que celui de la phiole de 1 pouce 6 lignes.

C'est-pourquoy j'ouvris le bout du petit tuyau du dessus de la phiole pour donner la liberté à l'air exterieur d'agir sur le mercure de la phiole, & aussi-tôt le mercure du tuyau se mit à peu prés à même hauteur que celui du dedans de la phiole. Ensuite je scellay de nouveau le petit tuyau, & je mis la phiole dans l'eau que je fis boüillir. Mais je remarquay que le mercure ne s'éleva dans cette seconde experience que de 8 pouces seulement au-dessus du niveau de celui de la phiole, ce qui est 5 lignes moins que la premiere fois, & moins que le tiers de la pesanteur de l'atmosphere de 14 lignes $\frac{1}{2}$.

Cependant l'air étant plus froid & plus pesant, & par consequent y ayant une plus grande quantité de ses particules à ressort renfermées dans le même espace qui étoit la bouteille, il semble que la chaleur de l'eau boüillante, qui étoit la même dans les deux experiences, devoit pousser plus loin son effort & soûtenir une plus grande hauteur de mercure; mais ayant trouvé le contraire, il faut necessairement avoüer que nous ne connoissons pas la nature de l'air, ou bien nous pouvons dire que la charge de l'atmosphere qui agissoit sur le mercure du tuyau, avoit plus de force à repousser & presser l'air de la phiole, que l'eau boüillante n'en avoit pour faire monter le mercure, en étendant & déployant ces mêmes ressorts de l'air qui étoient enfermés dans la phiole.

Il est vrai que dans la supposition de M. Mariotte dont s'étoit servi M. Amontons pour en déduire la dilatation de l'air par l'eau boüillante à un tiers plus qu'il n'étoit dans son état naturel, & comme je l'ay démontré en supposant que les ressorts de l'air se compriment dans la raison réciproque des charges, nous devons trouver qu'il y aura toûjours même raison de la pesanteur de l'atmosphere à la pesanteur du mercure élevé dans le tuyau à

une certaine hauteur, que de la compreſſion de l'air par la peſanteur de l'atmoſphere, à l'effort que fait le mercure élevé dans le tuyau pour comprimer la quantité d'air qui étoit d'abord renfermée dans la phiole, & cet effort eſt ce que nous appellons la dilatation des reſſorts de l'air par l'eau boüillante pour ſoûtenir un poids, quoiqu'en effet ces reſſorts ne ſoient pas dilatés. Car la chaleur de l'eau boüillante agiſſant ſur l'air renfermé dans la phiole, n'en change pas ſenſiblement le volume pendant qu'elle oblige le mercure à monter dans le tuyau à une certaine hauteur qui lui fait équilibre; c'eſt donc cette hauteur de mercure dans le tuyau qui fait toûjours équilibre avec l'effort de l'eau boüillante ſur l'air de la phiole: enſorte que l'air de la phiole doit être alors conſideré comme étant comprimé par la peſanteur de l'atmoſphere plus la hauteur du mercure dans le tuyau, lequel n'étoit auparavant comprimé que par la ſeule peſanteur de l'atmoſphere. Et comme les volumes de l'air de la phiole doivent être en raiſon réciproque des charges, ce ſera la même choſe que ſi nous avions introduit dans la phiole dans laquelle le mercure ne change pas ſenſiblement de hauteur, une quantité d'air comprimé par les deux cauſes de la peſanteur de l'atmoſphere & du mercure du tuyau, laquelle eût même raiſon à la quantité d'air naturel qui étoit dans la phiole, & qui y ſeroit auſſi comprimé par ces deux mêmes cauſes, que la peſanteur de la hauteur du mercure dans le tuyau, auroit à la peſanteur de l'atmoſphere ſur une même baſe. Par exemple,

Si la peſanteur de l'atmoſphere étoit meſurée par 27 pouces de hauteur de mercure, & la hauteur du mercure dans le tuyau de 9 pouces, & que la capacité de la phiole fût de 4 pouces, laquelle eſt d'abord pleine d'air comprimé par la peſanteur de l'atmoſphere avant que le mercure fût élevé dans le tuyau; lorſque le mercure ſe ſera élevé dans le tuyau à 9 pouces, la phiole demeurant toûjours pleine d'air, il faudroit que cet air y fût comprimé par raport à ce qu'il étoit auparavant dans la raiſon réci-

proque des charges qui eſt de 27 à 36, ou de 3 à 4. Ainſi ce ſeroit la même choſe que ſi l'on avoit introduit dans la phiole un pouce de cet air comprimé, & ce pouce d'air comprimé ſeroit la meſure de l'effort par raport aux 3 pouces où l'air de toute la phiole ſeroit réduit, lequel feroit équilibre avec les 9 pouces de hauteur de mercure dans le tuyau. D'où il ſuit que cette quantité ſuppoſée d'air introduit dans la phiole, qui eſt la meſure de l'effort de l'eau boüillante ſur l'air de la phiole, puiſque c'eſt l'eau boüillante qui fait cet effort, aura toûjours même raiſon à la quantité d'air naturellement comprimé dans la phiole, que la hauteur du mercure dans le tuyau, a à la hauteur du mercure qui fait équilibre avec la peſanteur de toute l'atmoſphere.

Si nous examinons donc nos deux experiences par cette regle, nous aurons dans la premiere l'effort de l'eau boüillante par raport à la peſanteur de l'atmoſphere comme 8 pouces 5 lignes à 27 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui eſt comme 10 à 33 à tres-peu prés: mais dans la ſeconde on l'a comme 8 pouces à 28 pouces 5 lignes, ce qui eſt comme 10 à 35$\frac{1}{2}$ à tres-peu prés. D'où l'on voit que ce raport eſt aſſez éloigné du tiers de la peſanteur de l'atmoſphere, & beaucoup plus éloigné dans la ſeconde que dans la premiere. M. Amontons ne dit pas auſſi le tiers, car il ne l'avoit jugé que par induction, mais à peu prés le tiers.

Tout le raiſonnement que nous avons fait de la dilatation de l'air par l'eau boüillante, eſt fondé ſur les deux connoiſſances que nous avons de la nature de l'air; ſçavoir, que c'eſt un corps fluide, & que ſes parties ſont capables de reſſort; car pour ſa peſanteur elle ne doit pas être conſiderée dans ces experiences, l'air ayant trop peu de hauteur dans la phiole où il eſt renfermé. Ainſi il eſt évident que les proprietés des corps fluides ou liquides & des corps à reſſort, conviendront à l'air tout enſemble dans ces experiences.

C'eſt pourquoy le mercure ne doit s'élever qu'à une certaine hauteur dans le tuyau, où il ait aſſez de force

pour bander les resſorts de l'air pour lui faire équilibre; & cette hauteur ſera la même au-deſſus de la ſuperficie du mercure qui touche l'air comprimé, ſoit qu'il y ait beaucoup d'air ou beaucoup de reſſorts, ou qu'il y en ait peu : car les reſſorts ſe ſoûtiennent tous les uns les autres, & enfin ils ſont ſoûtenus par les parois du vaſe qui les renferme.

Fig. III. Cela paroît d'autant plus vrai-ſemblable que ſi l'on prend une de ces phioles avec ſon tuyau *ABDE*, & qu'on y verſe du mercure par le tuyau *ED* juſqu'à ce que le mercure ſoit élevé en *E* dans le tuyau *DE* qui eſt ouvert, & ſeulement en *F* dans le tuyau *DB* qui tient à la phiole *AB* & au-deſſous de *B*, il eſt certain que l'air de la phiole & de la partie *BF* du tuyau *BD* ſera plus comprimé que l'air exterieur, puiſqu'il eſt chargé d'une hauteur de mercure *EF*; & alors ſi l'on vient à retrancher toute la phiole, ou à fermer ſa communication en *B* avec le tuyau *BD*, on jugera que le mercure ne laiſſera pas de reſter dans ſon même état en *F*, & qu'il ne montera ni ne deſcendra pas dans le tuyau *BD*, quoique l'air comprimé en *BF* n'ait plus de communication avec celui de la phiole qui eſt auſſi comprimé de même. Il ſemble donc que dans ces experiences il ſeroit indifferent que la phiole fût petite ou grande par raport à la groſſeur du tuyau.

Cependant comme on ſçait que les reſſorts n'ont pas une compreſſion ni une extenſion infinie, & que l'une & l'autre doit avoir des bornes; il s'enſuit qu'à la rigueur elles ne doivent pas ſuivre les raiſons des charges qui compriment les reſſorts, même pour un petit changement de charge: c'eſt-pourquoy il y a lieu de ſoupçonner que cette ſeule cauſe peut faire des varietés dans les experiences de la compreſſion & de la dilatation de l'air. Et comme il peut y avoir encore dans le fluide de l'air composé de particules à reſſort, quelque proprieté particuliere qui ne nous eſt pas connuë, & qui empêche ce corps d'agir de la même maniere que les autres corps liquides, j'ay fait pour tâcher d'en découvrir quelque choſe,

se, l'experience suivante qui est en quelque façon semblable aux premieres, mais fort differente dans la proportion du tuyau à la quantité d'air renfermé qui doit être dilaté par l'eau boüillante.

J'ay pris un tuyau de verre *ABC* coudé en siphon, dont la branche *AB* avoit 15 pouces de longueur, l'autre *BC* n'en avoit que 8, & son extremité étoit tirée en tuyau capillaire *CF*. Le diametre interieur de ce siphon avoit 3 lignes. J'ay mis ensuite du mercure dans le siphon renversé, & le mercure s'élevant également dans les deux branches du siphon, je n'ay laissé dans la plus courte branche *BC* que 3 pouces de hauteur d'air depuis *D* jusqu'en *C*. Alors j'ay scellé l'extremité *F* du tuyau capillaire, & aussi-tôt j'ay mis le tuyau dans l'eau, & l'eau étant sur le feu je l'ay fait boüillir. J'ay observé ensuite que le mercure ne s'est élevé dans la longue branche *AB* que de 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus du niveau de celui où il étoit d'abord dans la courte branche *BC*; mais le mercure descendoit autant dans la courte branche qu'il montoit dans la grande qui étoit ouverte par le haut; donc le mercure étoit élevé dans la longue branche de 3 pouc. 5 lig. au-dessus de celui qui étoit dans la plus courte, quand l'eau boüillante eut dilaté l'air qui y étoit renfermé. Mon Barometre étoit alors à 28 pouc. 3 lig. & mon Thermometre marquoit 36 parties $\frac{1}{2}$. Fig. II.

On voit que cette experience où les 3 pouces de hauteur d'air renfermé dans le tuyau *BC* representent une tres-petite phiole par raport au gros tuyau *AB* où le mercure s'élevoit, ne donne rien qui approche des deux premieres que j'ay faites. Mais comme l'air dilaté par la force de l'eau boüillante, occupoit un plus grand espace que celui qu'il avoit auparavant, ce qui n'étoit pas dans les premieres experiences, il ne doit pas soûtenir une aussi grande hauteur de mercure qu'il en soûtenoit. Et si l'on cherche par les regles de la compression de l'air suivant la raison réciproque des charges, la quantité de mercure qu'il auroit fallu ajoûter dans le long tuyau

AB pour réduire l'air échauffé ou dilaté par l'eau boüillante, à son premier volume de 3 pouces, on trouvera qu'il faudroit qu'il y en eut eu plus de 21 pouces: car on feroit comme 3 pouces d'air renfermé dans le tuyau, est à 31 pouc. 8 lig. qui est la pesanteur de l'atmosphere plus le double de la dilatation de l'air dans le tuyau fermé; ainsi 4 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ qui est tout l'air qui s'est dilaté dans le tuyau fermé, est à la hauteur de 49 pouc. 8 lig. $\frac{1}{2}$ dont il faut ôter la pesanteur de l'atmosphere de 28 pouc. 3 lig. plus la descente du mercure dans le tuyau fermé de 1 p. 8 lig. $\frac{1}{2}$, & il restera 19 pouc. 9 lig. de hauteur de mercure dans le tuyau ouvert au-dessus de celui de l'autre tuyau qui devroit réduire l'air du tuyau fermé, & lequel est dilaté par la force de l'eau boüillante, à 3 pouc. qui étoit son premier volume; cependant il ne devroit y avoir que 9 pouc. $\frac{1}{2}$ environ qui est le tiers de la pesanteur de l'atmosphere. Je connois donc par-là que la quantité d'air renfermé contre lequel la chaleur de l'eau boüillante fait effort peut apporter de grandes varietés dans ces experiences, & il s'ensuivroit qu'une petite quantité d'air dilaté par l'eau boüillante feroit plus d'effort qu'une plus grande.

J'ay fait aussi une autre experience au sujet de ce que M. Nuguet a publié dans les Memoires de Trevoux au mois d'Octobre 1705. Il dit qu'ayant remarqué dans les Memoires de l'Academie que M. Amontons avoit avancé, que l'air se dilatoit du tiers de son volume naturel par la chaleur de l'eau boüillante, il avoit fait trois experiences differentes pour s'en assurer.

Par la premiere M. Nuguet trouve que l'air naturellement comprimé comme il l'est sur la terre, se dilatoit par la chaleur de l'eau boüillante, ensorte que l'espace qu'il occupoit alors étoit à son espace naturel, comme 2 à 1, ou comme 4 à 2, & non pas comme 4 à 3 suivant M. Amontons; & il remarque fort judicieusement que dans son experience cet air n'étoit pas encore autant dilaté qu'il le pouvoit être, à cause qu'une partie de cet air di-

laté étoit environné d'eau froide; mais il ne dit pas qu'il y avoit encore une autre cause qui l'empêchoit de se dilater autant qu'il auroit dû, & c'est la pesanteur de l'eau froide qui étoit élevée au-dessus du trou qu'il avoit fait au fond de la phiole qui trempoit dans cette eau.

M. Nuguet fit sa seconde experience d'une maniere differente de la premiere, & il trouva que l'air dilaté étoit à l'air naturel comme 16 à 1 : mais comme il ne fait pas encore attention à la hauteur de l'eau du chaudron qui comprimoit l'air dilaté par le trou qui étoit au bas de la phiole, il auroit dû trouver une plus grande dilatation de l'air.

La troisiéme experience de M. Nuguet lui donna encore le raport de l'air dilaté à l'air naturel comme 16 à 1 : mais je ne sçay comment il l'a pû faire suivant ce qu'il dit; car aussi-tôt que l'eau froide entre dans la phiole qui est plongée dans l'eau boüillante, la phiole doit se casser.

Je remarque sur ces trois experiences que la premiere est extrêmement écartée des deux autres, ce qui n'auroit pas dû arriver par la seule cause qu'il y rapporte.

C'est la derniere de M. Nuguet que j'ay faite dans toutes les circonstances qu'il marque, & j'ay trouvé que le volume de l'air naturel dilaté par la chaleur de l'eau boüillante, étoit à celui de l'air naturel comme 5 à 2 à peu prés, ou comme $2\frac{1}{2}$ à 1, ce qui est tres-éloigné de 16 à 1 comme il l'a trouvé, mais ce qui approche un peu de la premiere de ses experiences.

Les grandes differences de ces experiences font voir qu'il doit y avoir des circonstances ausquelles on ne fait pas d'attention, qui peuvent faire de tres-grands effets dans la nature de l'air, & c'est ce qui nous doit toûjours empêcher de tirer une consequence generale de quelques observations particulieres, & de condamner celles qu'on a tirées des observations dans le même cas. Voici ce qui me vint alors en pensée pour rendre raison de la grande difference entre l'observation de M. Nuguet & la mienne.

M. Nuguet avoit pris une petite phiole qui ne contenoit que 2 onces 7 gros ½ d'eau, & celle dont je m'étois servi en contenoit 25 onces. Et comme on ne juge pas si bien d'une experience en petit qu'en grand, il pouvoit y avoir par cette cause quelque difference entre nous, mais elle ne pouvoit pas aller bien loin. Je remarquay aussi par la description de l'operation de M. Nuguet, qu'il avoit d'abord empli d'eau la phiole dont il se servoit pour en connoître le volume, & qu'ensuite l'ayant vuidée il l'avoit mise dans l'eau boüillante pour en faire dilater l'air: mais je jugeay que le peu d'eau qui pouvoit y être restée, s'élevant alors en particules qui se mettent en tres-grand mouvement par la chaleur, auroient pû étendre non-seulement les ressorts de l'air, mais encore en occupant un tres-grand volume ils auroient entraîné & poussé en sortant hors de la phiole presque tout l'air qui y étoit contenu, comme nous voyons qu'il arrive aux Eolipiles qui soufflent avec tant de violence pendant un tems considerable & tant qu'il y a de l'eau dans la boule, ensorte qu'il ne seroit resté dans la bouteille de M. Nuguet que tres-peu d'air naturel, au lieu que la bouteille dont je m'étois servi étoit fort seche quand je la mis dans l'eau, c'est-pourquoy la chaleur a dû seulement agir sur le corps de l'air pour le dilater. Mais comme le corps de l'air est toûjours rempli de particules d'eau plus ou moins, si cet effet avoit lieu dans ces experiences, on devroit toûjours trouver de tres-grandes differences dans celles qui seroient faites comme les deux premieres que j'ay rapportées, & qui ont été faites en differens tems où l'air a pû être plus chargé d'eau dans l'un que dans l'autre, ce qui n'est pas arrivé à celles de M. Amontons qui ont été faites dans le même tems & avec trois bouteilles differentes; & c'est en quelque façon ce qui pourroit me persuader que l'humidité de l'air étant échaufée par l'eau boüillante, pourroit causer des differences tres-considerables pour la dilatation de l'air, quoiqu'il ne puisse pas sortir de la phiole où il est renfermé & retenu par le mercure.

Mais enfin comme je suis persuadé que nos raisonnemens sont souvent fort éloignés de la verité sur les matieres de Physique, j'ay crû que je devois recommencer l'experience que j'avois faite de la dilatation de l'air par l'eau boüillante dans une phiole ou bouteille, & aussi-tôt aprés en faire une autre avec la même phiole où il y auroit un peu d'eau, pour détruire ou pour confirmer ce qui m'étoit venu en pensée, pour rendre raison des grandes differences qui se sont trouvées entre nos experiences.

C'est-pourquoy le 18 Juillet de cette année 1708 au matin, mon Barometre étant à 28 pouces, & mon Thermometre à 55 parties, lequel est à 48 au fond des Carrieres de l'Observatoire, & le vent étant Oüest assez humide & avec une petite pluïe, j'ay pris une phiole de verre toute neuve & autant seche que la constitution de l'air le pouvoit permettre, & d'abord l'ayant pesée je l'ay trouvée de 6 gros $\frac{1}{2}$. Ensuite je l'ay bien bouchée avec un tampon de liege au travers duquel j'ay introduit l'une des branches d'un petit siphon de verre que j'ay bien mastiqué au bouchon de la phiole avec de la cire d'Espagne; pour l'autre branche du siphon elle étoit dehors.

J'ay mis cette phiole dans l'eau froide d'un chaudron où elle étoit entierement plongée en l'y assujettissant, & le bouchon de liege & le siphon trempoient aussi dans l'eau. J'ay pris la précaution de n'enfoncer que tres-peu au-dessous de la superficie de l'eau l'ouverture de la phiole ni le siphon, de peur que la pesanteur de l'eau ne la fit entrer dans la phiole en comprimant l'air qui y étoit enfermé, ce qui d'ailleurs ne pouvoit pas se faire aisément à cause que le bouchon de liege étoit fort juste, & que le tuyau du siphon étoit fort délié.

Le chaudron ayant été mis sur un bon feu, j'ay remarqué que presqu'aussi-tôt il commençoit à sortir du bout du siphon de petites bulles d'air, ce qui fait connoître que l'air de la phiole commençoit à se dilater & sortoit par le bout du siphon, étant échaufé par l'eau du chau-

dron; mais l'eau s'échaufant de plus en plus, les bulles d'air sortoient du siphon avec précipitation, ce qui a continué jusqu'à ce que l'eau ait boüilli à gros boüillons, & il sortoit toûjours des bulles d'air, mais bien moins que dans le commencement.

L'eau ayant boüilli pendant quelque tems, j'ay ôté le chaudron de dessus le feu, en tenant toûjours fort soigneusement le bout de la phiole & le siphon plongés dans l'eau, afin que l'eau du chaudron & l'air de la phiole venant à se refroidir, il ne pût s'introduire aucune partie d'air dans la phiole, ni par le siphon, ni par quelques petites ouvertures qui auroient pû se rencontrer au bouchon. Et pour abreger un peu l'operation je faisois ôter un peu d'eau chaude du chaudron, & aussi-tôt j'y en faisois remettre autant de froide, ce que j'ay continué tant que l'eau ait été entierement refroidie.

Alors j'ay retiré la phiole hors de l'eau, & j'ay trouvé qu'il y étoit entré beaucoup d'eau, à mesure que l'eau du chaudron & l'air de la phiole se refroidissoient. Et pour marque que l'air qui restoit dans la phiole étoit de même condensation que l'air exterieur, c'est qu'il restoit un peu d'eau dans la partie du tuyau du siphon qui traversoit le bouchon, & que cette eau y étoit suspenduë & contre-balancée entre l'air de la phiole & l'air exterieur.

J'ay aussi-tôt ôté le bouchon & le siphon, & ayant bien essuyé la phiole par l'exterieur, j'ay trouvé qu'elle pesoit avec l'eau qui y étoit 4 onces 2 gros. Mais l'ayant empli d'eau jusqu'à la même hauteur où étoit le dessous du bouchon, ce qui étoit égal au volume de l'air qui y avoit été renfermé quand je l'avois mise dans l'eau, j'ay trouvé qu'elle pesoit alors 5 onces 2 gros. Ainsi l'air qui étoit resté dans la phiole équipolloit à une once d'eau; & des 5 onces 2 gros de pesanteur de l'eau de toute la phiole & de la phiole, en ayant ôté le poids de la phiole de 6 gros $\frac{1}{2}$ tel que je l'avois trouvé d'abord, il reste 35 gros $\frac{1}{2}$ qui équipolloit à tout l'air de la phiole quand je l'ay mise dans l'eau.

D'où je conclus que tout l'air de la phiole naturellement comprimé par la pesanteur de l'atmosphere, étoit à celui qui en restoit aprés sa dilatation par l'eau boüillante comme 35 $\frac{1}{2}$ à 8, ce qui est un peu moins que 4 $\frac{1}{2}$ à 1; mais cette dilatation de l'air est beaucoup plus grande que celle que j'avois trouvée auparavant, car elle n'étoit que comme 2 $\frac{1}{2}$ à 1.

Et comme l'air étoit assez humide dans cette derniere experience, j'aurois pû croire que ma pensée des particules d'eau répanduës dans l'air, auroient pû causer une plus grande dilatation apparente de l'air que lorsque l'air étoit plus sec. C'est-pourquoy pour en être mieux convaincu je fis aussi-tôt ma derniere experience comme je l'avois résolu d'abord.

Je vuiday l'eau de la phiole, & l'ayant seulement bien secoüée pour en ôter l'eau & sans la faire secher, je la pesay comme j'avois fait d'abord, & je la trouvay de 6 gros $\frac{1}{2}$ & 11 grains; il y étoit donc resté 11 grains d'eau qui étoit attachée à ses parois interieurs. Dans cet état j'y appliquay le bouchon avec le siphon, & je recommençay l'experience comme je venois de la faire sans y obmettre la moindre circonstance: & je trouvay enfin que la phiole s'étoit presque toute remplie d'eau, & que le raport de toute la capacité de la phiole étoit à la partie restante que l'eau n'occupoit pas, comme 35 $\frac{1}{2}$ à 1, ce que je connus par le poids comme j'avois fait la premiere fois. C'est-pourquoy je ne fais plus de doute que le peu d'eau de plus ou de moins qui sera répandu dans l'air ne puisse apporter de grandes varietés dans ces experiences, puisque 11 grains d'eau seulement dans celle-cy a pû faire un effet aussi considerable que celui que j'ay trouvé, lequel a été huit fois plus grand que dans la précedente experience.

Mais enfin quand on ne voudroit pas recevoir cette explication physique, on ne pourroit pas revoquer en doute les experiences qui nous donnent des raports si differens les uns des autres de la dilatation de l'air par l'eau boüillante, & par consequent on peut conclure qu'on ne

pourra point avoir par ce moyen une mesure exacte & constante de chaleur par toute la terre, quand même on se serviroit de phioles & de tubes comme celui dont nous nous sommes servis d'abord, & qui n'est que peu different de ceux de M. Amontons, ce qui ne se pourroit pas faire aisément sans transporter ces phioles aux lieux où l'on voudroit faire l'experience.

Mais s'il faut transporter des phioles & des tuyaux de verre, ne seroit-il pas aussi facile & plus sûr de transporter des Thermometres à esprit de vin bien faits & tous reglés sur les mêmes degrés de chaleur par l'experience, sans avoir égard à des divisions égales qu'on y marque ordinairement, & qui ne peuvent servir de rien pour faire une comparaison exacte, puisqu'on ne peut pas sçavoir si l'interieur des petits tuyaux est égal dans toute sa longueur, ni le raport de la bouteille au tuyau? Il n'y auroit pour cet effet qu'à faire plusieurs de ces Thermometres à peu prés semblables, & les prolonger tous ensuite dans de l'eau glacée, & les y ayant laissés quelque tems, marquer sur tous la hauteur de la liqueur dans les tuyaux, & ainsi des autres divisions du tuyau en échauffant peu à peu l'eau où tous les Thermometres tremperoient; mais il faudroit y marquer aussi une hauteur qu'on pourroit appeller le degré moyen de chaleur ou de froid, comme celle où l'esprit de vin monte dans ces tuyaux au fond des Carrieres de l'Observatoire, & où il y demeure dans toutes les saisons de l'année. On connoîtroit aussi par-là si les Carrieres ou Cavernes tres-profondes des autres païs, où la temperature de l'air exterieur ne peut pas penetrer, donneroient le même degré de chaleur que dans les nôtres, & si les differentes natures du terrein y apporteroient quelque varieté.



METHODE

METHODE

Pour décrire de grands arcs des Sections Coniques, sans avoir leur centre ni la grandeur d'aucun diametre.

PAR M. DE LA HIRE.

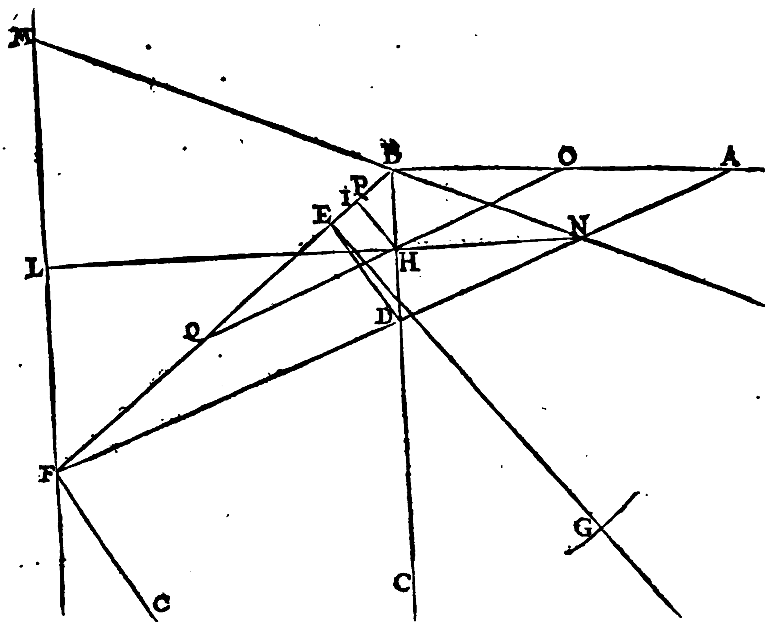
IL y a souvent dans la pratique de la Geometrie des rencontres où l'on a besoin de décrire en grand des arcs ou portions des Sections Coniques, & dont les centres sont si éloignés par raport aux arcs de ces Courbes qu'on ne peut pas les avoir sur la surface, ni la grandeur d'aucun de leurs diametres; on en donne seulement deux touchantes en deux de leurs points, avec la direction à volonté d'un seul diametre par l'un de ces points touchants, & il faut déterminer la nature de la Courbe & la décrire. 1708. 4. Aoust.

Ceux qui sçavent les propriétés des Sections Coniques, peuvent trouver facilement des methodes pour avoir plusieurs points de ces Courbes; mais pour avoir ces points bien déterminés, en voici une generale & tres-simple où il n'est pas même necessaire de sçavoir la nature de la Courbe ou Section.

Soit les deux touchantes *BA*, *BF* de la Courbe lesquelles se rencontrent en *B*, & qui la touchent aux points *A* & *F*, avec la partie *FC* d'un diametre qui passe par le point *F*.

Ayant mené *AF* on la divisera en deux également en *D*, & *BDC* sera aussi partie d'un diametre, & c'est sur ce diametre *BDC* que nous cherchons un point de la Courbe *H*.

Du point *D* on menera *DE* parallele à *FC* laquelle rencontrera *FB* en *E*; & l'on divisera *BE* en deux également en *P*. Par le point *E* ayant élevé *EG* perpendicu-



laire à *FB*, du point *P* pour centre & pour rayon *PF* on décrira un arc de cercle qui coupe *EG* en *G*. Ensuite on tirera *FM* parallele à *BDC*, & l'on prendra *FL* égale à *EG* ou à sa moitié ou à quelqu'autre partie, & *LM* égale à *FB* ou à sa moitié ou à une partie semblable à celle de *EG* qu'on a prise auparavant, & l'on menera *MB* prolongée jusqu'à *FA* en *N*; & enfin on tirera *NL* qui coupera *BD* au point *H*, qui est un de ceux de la Courbe.

Maintenant par le point *H* on tirera *QHO* parallele à *FA* laquelle touchera aussi la Courbe au point *H* qu'on vient de trouver; & sur les deux touchantes *QF*, *QH* ou *OA*, *OH* on fera la même operation que sur *BF*, *BA* pour avoir encore d'autres points de la Courbe, & l'on continuëra de même pour en avoir autant qu'on voudra.

Cette operation est fondée sur une proprieté des diametres des Sections Coniques, qui est que si *C* est le centre, les lignes *CD*, *CH*, *CB* doivent être en proportion continuë, & puisque *FC*, *BD* doivent se rencontrer au centre *C*; *DE* étant parallele à *FC*, & *EG* ou *FI* étant

moyenne proportionnelle entre *FE*, *FB* par la conſtru-ction, il s'enſuit que *IH* ſera auſſi parallele à *FC*. Mais à cauſe des trois lignes *CD*, *CH*, *CB* en proportion continuë ou des trois *FE*, *FI*, *FB*, on a auſſi *CD* à *CH*, comme *HD* à *HB*, ou comme *FE* à *FI*, ce qui eſt comme *FL* à *LM* par la conſtruction; donc à cauſe des paralleles *FM*, *BD* on a *DH* à *HB* comme *FL* à *LM*, ou comme *CD* à *CH* ou *CH* à *CB*; donc le point *H* eſt ſur la ſection.

Si *BD* ſe trouve parallele à *FC*, la ſection ſera une Parabole, & alors le point *E* tombera au point *B*, & par conſequent *FI* ſera auſſi *FB*, & c'eſt ce qui montre que dans ce cas il faut ſeulement diviſer *BD* en deux également en *H* pour avoir le point *H* de la Parabole, ce qui ſe trouveroit auſſi par la conſtruction précedente, car *FL* & *LM* ſeroient égales, & par conſequent *DH* & *HB* le ſeroient auſſi.

Cette Figure convient à une Ellipſe, puiſque les diametres *FC*, *BD* concourent au-deſſous des touchantes; mais s'ils ſe rencontroient au-deſſus ce ſeroit un hyperbole, & la conſtruction du Problême ſeroit toûjours la même.



REFLEXIONS

Sur les Obſervations de la variation de l'Aiman, faites ſur le Vaiſſeau le Maurepas dans le voyage de la Mer du Sud ; avec quelques Remarques de M. de la Verune Commandant de ce Vaiſſeau, ſur la Navigation des Côtes de l'Amerique & de la Terre de Feu.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 21. Juillet. MOnſieur l'Abbé Bignon nous a remis depuis peu des Obſervations de la variation de l'Aiman, faites ſur le Vaiſſeau le Maurepas dans ſon voyage de la Mer du Sud en 1706, 1707 & 1708.

M. Clairambaut qui a envoyé ces Obſervations à M. le Comte de Pontchartrain, y a joint quelques Remarques ſur la Navigation de la Côte Orientale de l'Amerique Meridionale & de la Terre de Feu, faites par M. de la Verune Commandant de ce Vaiſſeau, leſquelles jointes à une Carte particuliere de ces païs-là qu'il a deſſein d'envoyer, pourront ſervir à corriger & perfectionner pluſieurs Cartes marines, dans leſquelles il dit qu'on a mal placé diverſes Iſles qui ſont aux environs du Cap de Horn.

Il remarque premierement que les Côtes depuis le Cap de S. Antoine, qui eſt à l'embouchure de la riviere de la Plata juſqu'au Détroit de Magellan, ſont marquées plus d'un air de vent plus Orientales qu'elles ne ſont effectivement.

Il a trouvé auſſi que la diſtance du Détroit de Magellan au détroit du Maire, auſſi-bien que leur ſituation, eſt tres-mal marquée dans les Cartes ordinaires.

Ces deux Détroits ſuivant ſon eſtime ſont éloignez

l'un de l'autre d'environ 55 à 56 lieuës, & celui du Maire est situé au Nord-Oüest cinq degrés Nord du Détroit de Magellan.

Il y a apparence que le sieur de la Verune n'a pas vû la Carte des variations de M. Halley imprimée en 1700, & celle du Détroit de Magellan de M. de Lisle de 1703, où ces deux Détroits ont entr'eux à peu prés la même distance & situation que celle qu'il a déterminé par son estime.

Il remarque aussi que la Terre de Feu n'est pas à beaucoup prés si étenduë qu'on le croyoit, ni si Meridionale; & il assure que le Cap de Horn, auquel les Cartes ordinaires donnent une latitude Meridionale de 57^d 40', n'en a que 55^d 40' l'ayant passé par cette latitude.

Il ajoûte que les Isles de Barnavelt, que les Cartes mettent aussi à la même hauteur que le Cap de Horn, ont 56^d 35' de latitude, étant situées à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap, d'où elles sont éloignées de 25 à 26 lieuës.

Il s'accorde encore en cecy à la Carte de M. de Lisle, qui donne environ 56^d de latitude au Cap de Horn, & 56^d 30' aux Isles de Barnavelt, qu'il place à l'Oüest Nord-Oüest de ce Cap.

Dans la Carte de M. Halley la latitude du Cap de Horn est marquée de 57^d 20', à peu prés de même que celle des Isles de Barnavelt, qui sont placées à l'Oüest de ce Cap.

M. de la Verune remarque aussi que les Isles de Barnavelt sont les Terres les plus Meridionales, & qu'on ne doit pas craindre de passer entre ces Isles & le Cap de Horn. Il a passé à son retour de la Mer du Sud sans les voir; mais il les a vûës en allant, & s'est assuré de leur situation. La distance du Détroit le Maire au Cap de Horn, qui est à l'Est Nord-Est de ce Détroit, est d'environ 80 lieuës. Cette distance s'accorde à celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley; mais elle excede de beaucoup celle qui est marquée dans la Carte de M. de Lisle, qui place de même que lui le Cap de Horn à l'Est Nord-

Eſt du Détroit du Maire à la diſtance d'environ cinquante lieuës.

Lorſqu'on a doublé le Cap de Horn la navigation n'eſt plus difficile : toutes les Cartes ſont bonnes pour le Chilly & pour le Perou, où toutes les Côtes ſont ſaines, & où l'on n'a pas de mauvais temps à craindre.

M. de la Verune fait encore pluſieurs remarques curieuſes & utiles ſur la navigation de ces Mers ; il enſeigne les temps favorables pour paſſer le Cap de Horn, & comme il faut s'y prendre tant en allant qu'en revenant. Il place l'iſle de l'Hermite à 24 ou 25 lieuës de ce Cap vers l'Eſt par la même latitude, & il lui donne 18 à 20 lieuës d'étenduë. Il détermine auſſi la ſituation des Iſles de Sebalt, dont la pointe la plus Orientale eſt ſituée au Nord Nord-Eſt du Détroit du Maire à la diſtance d'environ 55 lieuës, & qu'il juge former une eſpece d'Archipel. Il les vit en revenant fort diſtinctement, & trouva leur ſituation bien differente de celle qu'on leur croyoit. Il leur donne une étenduë de 55 à 60 lieuës, & avertit qu'on eſt obligé pour les éviter de ranger la Terre de Feu, ou de faire un grand tour lorſque le vent ne le permet pas, ce qui arrive aſſez ſouvent. Enfin il remarque que les Terres du Breſil ſont marquées plus Orientales qu'elles ne ſont effectivement ; ce qui fait que tous les Vaiſſeaux qui ſont partis du Détroit de Magellan ou du Maire, ont trouvé à l'atterage du Breſil 200 lieuës ou environ d'erreur.

Pour ce qui regarde les variations de l'Aiman qui ont été obſervées dans ce voyage, l'on a eu ſoin de marquer les longitudes ſuivant le premier Meridien Hollandois de Pieter Goos qui paſſe par le Pic de Teneriffe, ce qui nous a donné la commodité de comparer les Obſervations de la variation de l'Aiman avec celles qui ſont marquées dans la Carte de M. Halley.

Comme ces Obſervations ſont en grand nombre, nous nous contenterons d'en donner le réſultat, & de marquer ſeulement celles qui ont été faites à la vûë ou prés de

quelques Isles ou Côtes, & dont la comparaison se peut faire avec plus de précision.

Le 27 Decembre 1706 à 345^d 44′ de longitude & 20^d 44′ de latitude Meridionale prés de l'Isle de l'Ascension, la variation fut observée de 7^d 30′ Nord-Est. Elle est marquée à cet endroit dans la Carte des variations d'un peu plus de 7^d Nord-Est.

Le 26 Decembre 1707 à 297^d 12′ de longitude & 56^d 6′ de latitude Meridionale prés de l'Isle de l'Hermite, la variation fut observée de 20^d 0′ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de 20^d 30′ Nord-Est.

Le 31 Decembre à 310^d 30′ de longitude & 52^d 19′ de latitude Meridionale prés des Isles de Sebalt, la variation fut observée de 23^d 0′ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte des variations de 21^d 30′ Nord-Est.

Dans les autres endroits de sa route, tant en allant qu'en revenant, depuis le Cap de Horn jusques prés de la ligne Equinoxiale, les variations observées s'accordent la plûpart à un degré prés de celles qui sont marquées dans la Carte de M. Halley.

A l'égard des variations de la Mer du Sud, comme M. Halley ne les a pas representé dans sa Carte faute d'en avoir des relations, j'ay essayé par le moyen des Observations qui ont été faites le long de la Côte Occidentale de l'Amerique, de tracer des lignes qui marquassent les degrés de variation. Je me suis servi pour cela principalement de quelques Observations faites prés des Côtes, que je rapporte icy suivant l'ordre des latitudes.

Le 31 Aoust 1707 à 300^d 10′ de longitude & 13^d 6′ de latitude Meridionale prés de la pointe Canette & celle de S. Galland, la variation fut observée de 7^d Nord-Est.

Le 15 Octobre 1707 à 296^d 27′ de longitude & 14^d 1′ de latitude Meridionale prés de Pisco, la variation fut observée de 7^d Nord-Est.

Le 14 May 1707 à 297^d 30′ de longitude & 31^d 49′ de latitude Meridionale prés de Valpareze, la variation fut observée de 8^d Nord-Est.

Le 9 Octobre 1707 à 299ᵈ 25′ de longitude & 36ᵈ 30′ de latitude Meridionale prés de la Conception, la variation fut observée de 10ᵈ Nord-Est.

Ces Observations font voir que la variation de l'Aiman augmente le long de la Côte Occidentale de l'Amerique à mesure que la latitude Meridionale augmente ; ce qui est confirmé par diverses autres Observations faites à peu de distance de cette Côte.

Car à la hauteur de 44ᵈ 49′, la variation fut observée de 12ᵈ Nord-Est.

A la hauteur de 48ᵈ 58′, la variation fut observée de 13ᵈ Nord-Est.

A la hauteur de 53ᵈ 37′, la variation fut observée de 15ᵈ Nord-Est.

Et à la hauteur de 56ᵈ 42′, on la trouva de 17ᵈ Nord-Est.

Dans les autres endroits de la route du Vaisseau, où il paroît par la longitude qui y est marquée qu'il étoit éloigné des Côtes de plusieurs degrés, la variation est marquée differente sous les mêmes paralleles ; ce qui sert à déterminer en quelque maniere la direction des lignes qui marquent les variations, que l'on espere pouvoir rectifier par les Observations que l'on recevra dans la suite. Car outre qu'il y a plusieurs de ces Observations qu'il est difficile de concilier ensemble, il faudroit qu'on en eût plusieurs faites à diverses distances des Côtes pour pouvoir esperer de déterminer avec quelque précision la direction de ces lignes.

J'ajoûteray icy quelques Observations des variations de l'Aiman, qui sont rapportées dans le voyage de M. Dampier autour du monde.

Aux Isles de Sebalt, qu'il appelle de Sible de Ward, qu'il dit être trois Isles situées à 51ᵈ 25′ de latitude Meridionale, il trouva le 28 Janvier 1683 la variation de l'Aiman de 23ᵈ 10′ Nord-Est. J'ay rapporté cy-dessus que la variation avoit été observée le 31 Decembre 1707 prés de ces Isles de 23ᵈ 0′ ; de sorte qu'on peut supposer qu'en prés de

de 15 années il n'y a pas eu de difference sensible; ce qui paroîtroit confirmer ce qui est marqué dans ce dernier Mem. des variations, que depuis cent années jusqu'à present les variations n'ont aucunement changé au Cap de Horn.

A 47^{d} 10$'$ de latitude dans la Mer du Sud, M. Dampier trouva 15 degrés $\frac{1}{2}$ de variation Nord-Est, & à la latitude de 36 degrés huit degrés de variation Nord-Est.

Il paroît par ces deux dernieres Observations que dans la Mer du Sud prés de la Côte Occidentale de l'Amerique, la variation va en augmentant à mesure qu'on s'éloigne de la ligne Equinoxiale; de même qu'il résulte des Observations que j'ay rapportées cy-dessus, quoiqu'il y ait quelques degrés de difference entre les Observations faites à peu prés sous le même parallele, ce qui peut venir en partie de la difficulté qu'il y a de faire ces sortes d'Observations avec une grande précision.

OBSERVATION

Du passage de la Lune par les Etoiles Meridionales des Pleïades le matin du 10 *Aoust* 1708.

PAR Mrs. CASSINI ET MARALDI.

LE matin du 10 Aoust nous nous préparâmes à observer le passage de la Lune par les Etoiles des Pleïades, qui étoit marqué dans la Connoissance des Temps. 1708. 14. Aoust.
Il n'y avoit que quelques-unes de ces Etoiles qui sont les plus Meridionales qui devoient être cachées; mais comme ces Etoiles ne sont pas la plûpart fort claires, & que la Lune étoit le plus souvent couverte des nuages, nous ne pûmes pas observer l'Eclipse de celles qui sont plus Occidentales, & qui furent cachées les premieres par la Lune On vit seulement à 1^{h} 8$'$ 45$''$ que son bord éclairé étoit éloigné d'une Etoile marquée *e* dans la figure de l'ouverture de la Lunete de 18 pieds. La Lune se couvrit ensuite.

A 1^{h} 20$'$ 30$''$ une autre Etoile marquée dans la figure

par la lettre *o*, étoit sortie de la partie obscure de la Lune : elle étoit éloignée de la corne inferieure autant que la tache d'Aristarchus est éloignée de Grimaldi. La Lune s'est ensuite couverte.

A $1^h 44' 5''$, la Lune s'étant découverte, on voyoit la claire des plus orientales des Pleïades appellée Atlas proche de la corne septentrionale. Elle avoit déja passé la ligne tirée par les cornes de la Lune, & paroissoit être éloignée de son bord Superieur de $1' 30''$.

A $2^h 4' 5''$ nous vîmes une petite Etoile *i* qui étoit sortie du bord obscur de la Lune.

Comme nous ne pouvions pas distinguer avec assez d'évidence ce bord pour pouvoir marquer la sortie précise des deux petites Etoiles qui devoient encore en sortir, nous prîmes le parti de comparer les cornes & le bord de la Lune avec la belle Etoile appellée Atlas par le moyen des fils perpendiculaires & obliques qui sont au foyer de la Lunette ; d'où nous avons tiré les differences d'ascensions droites & des declinaisons entre cette Etoile & la Lune, ayant fait les réductions qui sont necessaires pour le parallele & pour le mouvement de la Lune dans la détermination de la declinaison.

A $2^h 23'$ La difference d'ascension droite entre Atlas & la corne septentrionale $21' 48''$. Entre l'Etoile & la corne meridionale 30 25. Difference de declinaison entre Atlas & la Corne Septentrionale 8 0. Entre la même Etoile & la corne merid. 24 0.

A $2^h 32'$ La difference d'ascension droite entre la même Etoile & la corne septent. 24 33. La corne meridionale 52 50. Difference de declinaison entre l'Etoile & la corne septentrionale 9 10. La corne meridionale 13 50.

A $2^h 33' 38''$ On vit une petite Etoile qui étoit sortie de la Lune.

A $2^h 50'$ Difference d'ascension droite entre l'Etoile Atlas & la corne septent. 35 34. Et la Corne meridionale 44 20. Difference de declinaison entre l'Etoile & la corne septent. 13 50. Et la corne meridionale. 18 0.

A 2^h 56′ 30″ La plus occidentale des petites Etoiles des Pleïades sortoit de la Lune.

Voici la situation des principales Etoiles des Pleïades pour l'année 1697.

	Asc. droite.	*Declinais. B.*	*Longitude.*	*Latitude B.*
Celeno.	51 43 25	23 18 12	♉ 25 12 35	4 19 54
Electra.	51 44 41	23 7 42	25 11 10	4 9 34
Taigeta.	51 49 11	23 29 12	25 20 40	4 29 10
Maja.	51 59 0	23 23 40	25 27 50	4 21 40
Asterope.	51 59 45	23 35 0	25 31 20	4 32 25
Merope.	52 7 0	22 56 20	25 28 30	3 53 27
Alcione.	52 24 3	23 8 12	25 46 27	4 1 3
Atlas.	52 49 21	23 5 42	26 8 30	3 53 30
Pleione.	52 50 9	23 10 42	26 10 50	3 57 30

Nous donnons dans la Figure cy-jointe la description de toutes les Etoiles qui composent la constellation des Pleïades. La situation des plus claires a été déterminée en observant leur passage au meridien, & leur hauteur meridienne. La situation des autres a été déterminée en observant leur difference d'ascension droite & de declinaison à l'égard des plus claires. L'Epoque de leur mouvement marquée dans la figure est pour l'année 1708.

Le diametre de la Lune résulte de la plûpart des Observations précedentes de 32′ 0″.

OBSERVATION

Du passage de la Lune par les Pleïades, le 10 *Aoust* 1708 *au matin à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

ON peut voir dans les Memoires de l'Academie de l'année 1693 au mois de Mars, une Observation que nous fîmes du passage de la Lune par les Etoiles des Pleïades, comme celle que nous rapportons icy, avec la figure exacte & la position des principales Etoiles de cette petite constellation que nous en donnâmes dans ce 1708. 14. Aoust.

tems-là. La Lune étoit alors nouvelle, & ce fut le soir; & dans celle-cy la Lune étoit en décours, & c'étoit le matin. En 1693 nous ne pûmes observer la position de la Lune que par raport à une seule Etoile de cette constellation, & cette Etoile est appellée par le P. Riccioli *Pater Atlas*, & elle est marquée *h* dans ma figure, car le tems & l'heure ne permirent pas d'en observer davantage; & cette fois le tems n'a pas non-plus été favorable pour en faire d'autres, & nous n'avons pû observer aussi que la position de la Lune à l'égard de la même Etoile.

Le Ciel étoit tout couvert de petits nuages pommelés qui ne donnoient pas le tems d'observer exactement la position de cette Etoile avec la Lune, à cause qu'elle paroissoit & disparoissoit continuellement. Et comme la Corne Septentrionale de la Lune parut fort proche de l'Etoile, & à peu prés dans la même latitude vers $1^h\ 45'$, nous ne pouvons pas assurer qu'elle l'ait cachée; & si elle l'a cachée, ce n'a pû être que pendant fort peu de tems.

Le Ciel s'étant ensuite éclairci, & la Lune s'éloignant toûjours de l'Etoile qui est la derniere des plus grandes de cette constellation par raport au mouvement de la Lune, nous observâmes avec le Micrometre à $2^h\ 18'$ la distance de l'Etoile à la ligne qui passoit par les Cornes de la Lune, laquelle nous trouvâmes de $17'\ 49''$. Ensuite à $2^h\ 55'$ nous fîmes encore une semblable Observation, & nous trouvâmes cette distance de $38'\ 15''$. Par la proportion de ces deux distances nous concluons que l'Etoile a été dans la ligne des Cornes, ou jointe à la Corne Septentrionale à $1^h\ 46'$.

Dans l'Observation de 1693 la Corne Meridionale de la Lune n'étoit éloignée de cette même Etoile que de $6'\ 20''$. On peut voir aussi dans la figure le chemin que la Lune faisoit alors, & qui étoit presque parallele à l'Ecliptique, en le comparant à un cercle de latitude éloigné de 4° vers le Septentrion, lequel est tracé sur la figure: mais dans celle-cy la latitude Septentrionale de la Lune croissoit; c'est-pourquoy la ligne menée par l'Etoile per-

pendiculairement à la ligne des Cornes, coupoit cette même ligne plus vers le centre de la Lune à proportion que l'Etoile étoit plus éloignée de la Lune.

Le diametre de la Lune étoit dans le tems de l'Obſervation de 1693 de 30′, & dans celle-cy il étoit de 32′ 10″.

On pourra tirer de cette Obſervation quelque connoiſſance qui pourra ſervir à rectifier le mouvement de la Lune, comme auſſi de celle de 1693, & de plus en les comparant enſemble & avec la même Etoile dont on connoît parfaitement la longitude & la latitude.

Quand on fit imprimer en 1693 dans les Memoires de l'Academie mon Obſervation du paſſage de la Lune par les Pleïades, je ne pûs pas obſerver alors la longitude & la latitude des Etoiles de cette conſtellation, & ce ne fut qu'au mois de Septembre ſuivant où je les determinay par leur paſſage par le meridien, & par leur hauteur meridienne que je comparay avec celles d'Aldebaram, qui n'en eſt pas beaucoup éloignée. Ces Obſervations n'ont point été imprimées, & voici ce que je trouvay.

L'Etoile marquée *a* dans la figure, & qui eſt la plus claire de toutes, étoit en longitude au 25° 43′ 40″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 1′ 1″.

L'Etoile *b* étoit au 25° 8′ 50″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 8′ 51″.

L'Etoile *c* étoit au 25° 17′ 50″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 26′ 56″.

L'Etoile *d* étoit au 25° 26′ 13″ ♉, & ſa latitude Boreale de 3° 55′ 24″.

L'Etoile *e* étoit au 25° 24′ 58″ ♉, & ſa latitude Boreale de 4° 20′ 43″.

L'Etoile *h* étoit au 26° 5′ 23″ ♉, & ſa latitude Boreale de 3° 53′ 0″.

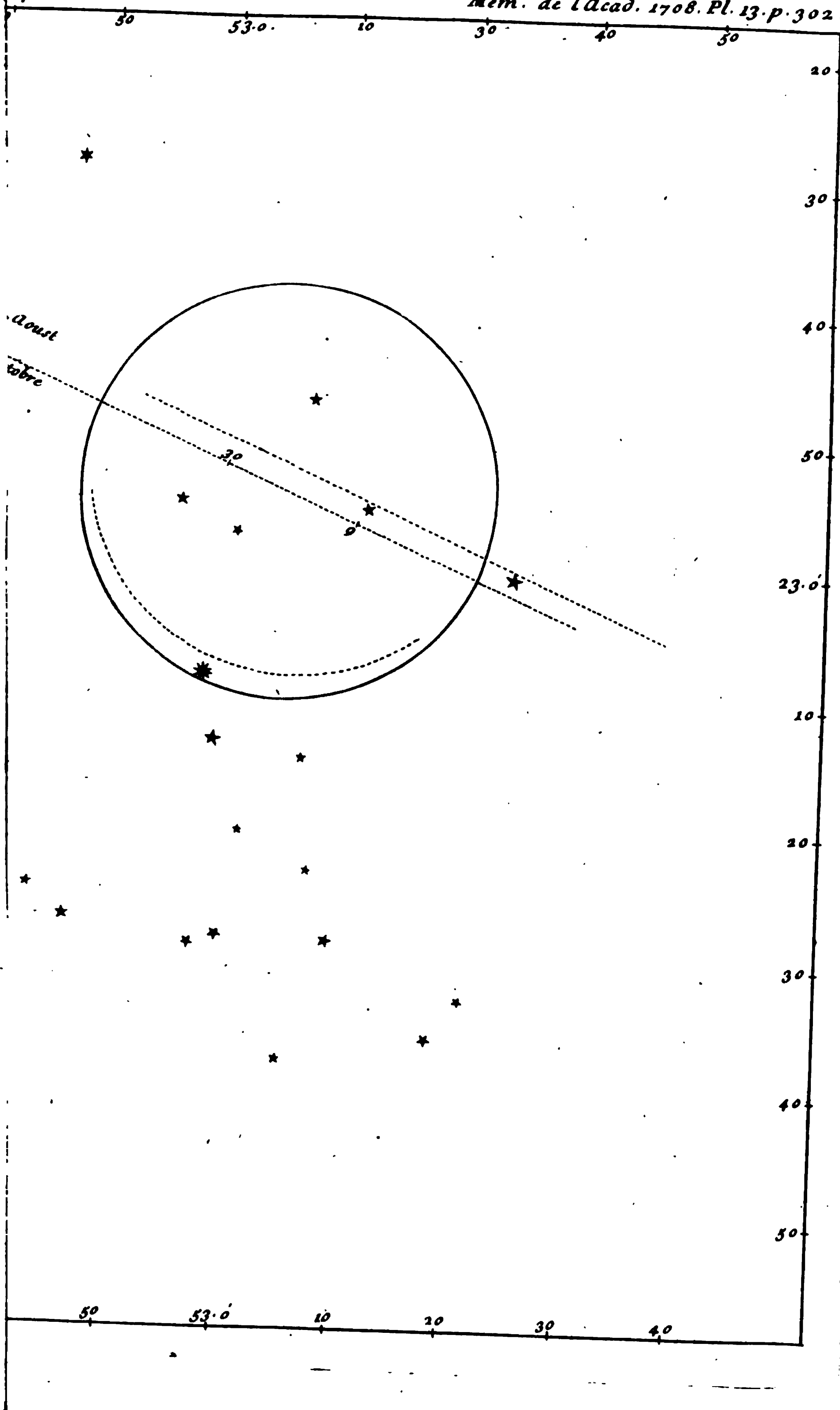
On pourra voir dans l'Obſervation de l'année 1693 les diſtances de ces Etoiles entr'elles, & les noms que le P. Riccioli leur a donnés.

ACCORD DES SOLUTIONS

Du Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. avec celles de M. Nevvton, & de M. Hughens, touchant la ligne que décriroit un corps de pesanteur constante jetté suivant quelque diréction que ce fût dans un milieu dont les résistances seroient en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

1708. 22. Aoust. LE 18. Juillet dernier je donnay deux Solutions d'un Problême où il s'agissoit de trouver la Courbe que decriroit un corps de pesanteur constante jetté à volonté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps; & le mouvement de projéction oblique consideré comme simple, m'ayant suffit pour cela, au lieu que M. Newton & M. Hughens l'ont consideré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, je promis de résoudre aussi ce Problême en décomposant ainsi le mouvement de projéction, & de faire voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux grands Geometres. Mais ce que j'ay trouvé sur tout cela étant trop long pour être ici, je croy qu'il suffira quant à présent de faire voir l'accord des deux Solutions précédentes avec les leurs, & conséquemment aussi des leurs entr'elles, en démontrant que la Courbe de projéction que j'ay trouvée (*pag. 251. &c.*) sans décomposer le mouvement du jet, comme ils ont fait, en un horizontal & un vertical, est précisément la même que la leur : en voici l'Identité en me servant de leurs figures.

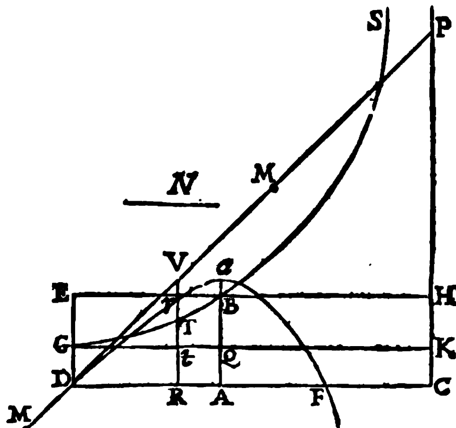


dy
50
53.0.
10
30
40
50
20
30
40
50
23.0.
10
20
30
40
50
Aoust
tobre
30
9
50
53.0
10
20
30
40

IDENTITÉ I.

De la Courbe de projection trouvée par M. Newton dans l'hypothèse des résistances du milieu en raison des vitesses du corps mû, avec celle qui a été trouvée dans les Solutions des pag. 251. & 264. de ces Mémoires-ci.

I. Voici la construction que M. Newton donne de cette Courbe dans le Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. de ses Princip. Math. de la Phil. Nat. Si d'un point quelconque *D* on jette un corps de pesanteur constante suivant la ligne droite *DP*, dont la longueur *DP* exprime la vitesse de projection au commencement du mouvement, & que du point *P* on fasse la verticale *PC* qui rencontre en *C* l'horizontale *DC*; soit cette horizontale divisée en *A*, ensorte que *DA* soit à *AC* comme la résistance initiale du milieu au mouvement de bas en haut, est à la pesanteur du corps jetté : c'est à dire suivant la Remarque 2. sur le Prob. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 153. comme la vitesse initiale de bas en haut est à la plus grande (appellée *terminale*) que le mobile pût aquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans le milieu supposé. Puis aprés avoir fait une hyperbole quelconque *GTBS* entre les asymptotes orthogonales *CD*, *CP*, laquelle rencontre en *G*, *B*, les verticales *DG*, *AB*; soit achevé le parallelogramme *DGKC* dont le côté *GK* coupe *AB* en *Q*. Soit enfin la ligne *N*. *QB* :: *DC*. *CP*. Et aprés avoir fait la verticale *RV* d'un point quelconque *R* de l'horizontale *DC*, laquelle verticale rencontre l'hyperbole *GTBS* en



T, & les droites GK, DP, en t, V, ſoit priſe $Vr = \frac{tGT}{N}$.

Cela fait, M. Newton démontre que la ligne $DraF$ qui paſſera par tous les points r ainſi trouvés, ſera la Courbe de projection que le corps jetté ſuivant DP décrira dans le milieu ſuppoſé réſiſtant en raiſon des viteſſes de ce corps.

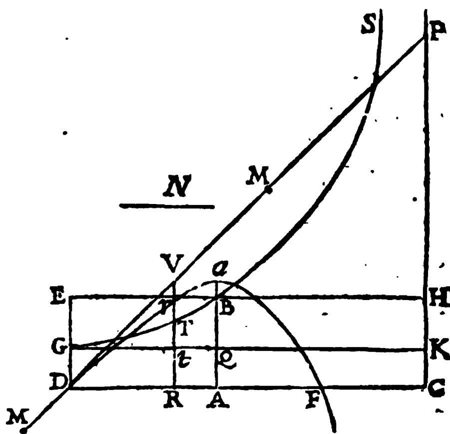
II. Pour tirer preſentement de cette conſtruction une équation de cette Courbe qui en faſſe voir l'identité avec celle des Solutions des pag. 251. & 264. ſoit priſe PM à DP comme la viteſſe terminale du corps jetté eſt à ſa viteſſe initiale de projection ſuivant DP. Soient enſuite appellées MP, a; DP, b; CP, c; DC, e; AC, m; AB, p; DV, y; Vr, x; & DR, u.

III. Cela poſé, l'hyperbole GBS donnera $DC\,(e).\ AC\,(m) :: AB\,(p).\ GD = \frac{mp}{e}$. Et $RC\,(e-u).\ AC\,(m) :: AB\,(p).\ RT = \frac{mp}{e-u}$. D'où réſultent $QB\,(AB - GD) = p - \frac{mp}{e} = \frac{ep-mp}{e}$, l'aire hyperbolique $GDRT = \int \frac{mpdu}{e-u}$, le rectangle $GDRt = \frac{mpu}{e}$; & par conſéquent le triligne hyperbolique $tGT\,(GDRT - GDRt) = \int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{mpu}{e}$.

IV. Mais aprés avoir pris $N.\ QB\left(\frac{ep-mp}{e}\right) :: DC\,(e).\ CP\,(c)$. c'eſt à dire $N = \frac{ep-mp}{c}$, la conſtruction (*art.* 1.) éxige $Vr\,(x) = \frac{tGT}{N} = \frac{c \times tGT}{ep-mp}$. Donc (*art.* 3.) $x = \frac{c}{ep-mp} \times \int \frac{mpdu}{e-u} - \frac{c}{ep-mp} \times \frac{mpu}{e} = \frac{c}{e-m} \times \int \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmu}{ee-em}$, & (en différentiant) $dx = \frac{c}{e-m} \times \frac{mdu}{e-u} - \frac{cmdu}{ee-em} = \frac{c}{e-m} \times \frac{medu - medu + mudu}{ee-eu}$ $= \frac{mc}{ee-em} \times \frac{udu}{e-u}$. Donc auſſi les triangles ſemblables DCP, DRV, donnant $DP\,(b).\ DV\,(y) :: DC\,(e).\ DR\,(u)$. D'où réſultent $u = \frac{ey}{b}$, $du = \frac{edy}{b}$, $e - u = e - \frac{ey}{b} = \frac{eb-ey}{b}$, $udu = \frac{eeydy}{bb}$, & $\frac{udu}{e-u} = \frac{eydy}{bb-by}$; l'on aura $dx = \frac{mc}{ee-em} \times \frac{eydy}{bb-by}$ $= \frac{mc}{e-m} \times \frac{ydy}{bb-by}$.

V. Si

V. Si l'on considere presentement avec M. Newton, la vitesse de projection suivant DP, comme composée d'une horizontale suivant DC, & d'une verticale de bas en haut suivant CP; cette vitesse de projection se trouvera être à la verticale qui en résulte :: $DP(b).CP(c)$. Et (*art.* 1.) cette verticale à la terminale :: $DA(e-m)$. $AC(m)$.



Donc (en multipliant par ordre) la vitesse de projection suivant DP, sera ici à la terminale du corps jetté :: $be-bm.cm :: b.\frac{cm}{e-m}$. Mais (*art.* 2.) la premiere de ces deux vitesses est aussi à la seconde :: $DP(b)$. $PM(a)$. Donc $b.\frac{cm}{e-m} :: b.a$. Et par conséquent $a=\frac{cm}{e-m}$. Donc enfin en substituant a au lieu de cette fraction dans l'équation $dx=\frac{mc}{e-m}\times\frac{ydy}{bb-by}$ trouvée dans le précédent art. 4. l'on aura ici $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ pour l'équation de la Courbe $DraF$ de projection trouvée par M. Newton; laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les pag. 255. 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier, pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264. y ont données, fait voir l'accord de mes Solutions avec celle de ce grand Geometre. *Ce qu'il falloit premierement démontrer.*

REMARQUE.

Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide, suivant M. Newton.

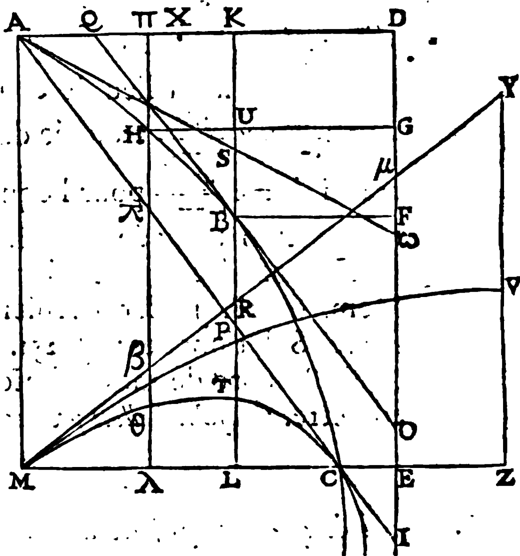
VI. Pour ce qui est de la Parabole que le corps jetté suivant DP, auroit décrite dans un milieu sans résistan-

ce, M. Newton l'a aussi déterminée en démontrant (*Corol. 1. pag.* 242. & 243. *Princ. Math.*) que son parametre au point *D* de projection, auroit été $= \frac{2DP \times DP \times DA}{AC \times CP}$. Mais (*art.* 2. & 5.) $MP = a = \frac{mc}{c-m} = \frac{AC \times CP}{DA}$. Donc ce parametre en *D* doit aussi être $= \frac{2DP \times DP}{MP}$; & par conséquent le même, en d'autres noms, que celui que nous avons déterminé dans l'art. 2. de la Remarque des pag. 270. &c. pour ce point *D* de la Parabole cherchée.

IDENTITÉ II.

De la Courbe de projection trouvée par M. Hughens dans la précédente hypothèse des résistances du milieu en raison des vitesses du corps mû, avec celle qui a été trouvée dans les Solutions des pag. 251. & 264. *de ces Mémoires-ci.*

I. M. Hughens suppose dans la construction de cette Courbe de projection (pag. 169. 170. & 171. de son *discours de la cause de la pesanteur*) ce qu'il a dit, deux pages auparavant, de la logarithmique qu'il y emploie. *Cette ligne infinie* (dit-il) *étant* ABC, *elle a une ligne droite pour asymptote, comme* DE; *dans laquelle si on prend des parties égales quelconques qui se suivent, comme* DG, GF, *& que l'on tire des points* D, G, F, *des perpendiculaires jusqu'à la Courbe, sçavoir* DA, GH, FB, *ces lignes seront proportionelles conti-*



nues..... Soit KB *parallele à son asymptote, & qu'au point* B *cette Courbe soit touchée par la droite* BO *qui rencontre* DE *en* O, *&* DA *en* Q. *Laquelle tangente se trouve en prenant* FO, *depuis l'ordonnée* BF, *égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même..... Puis soit* AC *parallele à cette tangente, coupant* KB *prolongée en* P; *& du point* C, *où elle rencontre la Courbe, soit tirée* CLM *parallele à* AD, *& coupant* KB *prolongée, &* AM *parallele à l'asymptote, aux points* L *&* M.

M. Hughens aprés s'être servi (*pag.* 171.) de cette construction pour énoncer les proprietés de la logarithmique, que nous avons démontrée dans le Mem. du 13. Juin dernier, pag. 212. &c. par raport au mouvement des corps dans un milieu qui leur résisteroit en raison de leurs vitesses, il s'en sert aussi pour construire la Courbe de projéction dont il s'agit ici, en appellant *vitesse terminale* de chaque corps, la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de sa pesanteur en tombant dans ce milieu. *Dans la même figure* (dit-il pag. 171.) *si l'angle du jet sur la ligne horizontale est* LMR, *avec une vitesse donnée, dont le mouvement en haut soit à la vitesse terminale comme* AK *à* KD: *soit repetée la construction précédente, & que la droite* AS, *qui touche la Courbe* ABC *en* A, *rencontre* KB *en* S. *Puis comme* SP *à* BP *ainsi soit* RL *à* LT, *& sur la base* MC *soit dressée une figure proportionelle au segment* ABCP, *ensorte que les paralleles & également distantes de l'asymptote* DE *dans l'une & l'autre figure* (il en fait deux comprises en celle-ci) *ayent par tout la même raison de* BP *à* TL. *Ce sera* (dit-il) *la Courbe* MTC *qui marquera la figure requise du jet.*

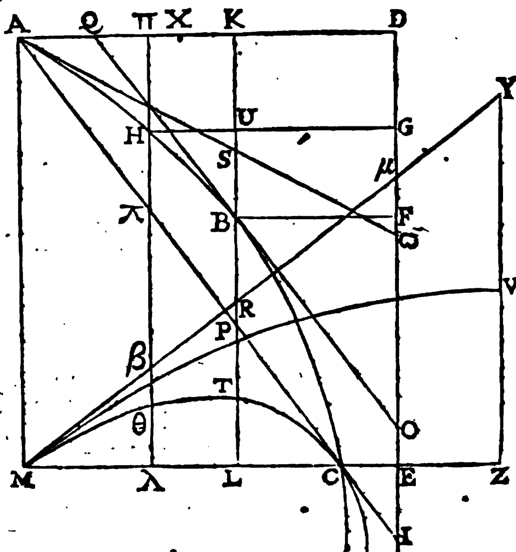
M. Hughens n'en dit pas davantage sur cette Courbe, que voici démontrée par son identité avec la nôtre des pag. 251. 264. 265. & avec la précédente *DraF* (*pag.* 303.) de M. Newton. Pour cela soit presentement *GH* une ordonnée quelconque de la logaritmique *ABC*, par le point *H* de laquelle soit la droite Πλ parallele à *DE*, & qui rencontre *AD*, *APC*, *MR*, *MTC*, *ME*, en Π, π, β, θ, λ. Soient ensuite les droites *APC*, *MR*, *AS*, prolongées jusqu'à la

rencontre de DE en I, μ, ω, & enfin KL rencontrée en V par GH parallele à DA.

II. Cela fait, la logarithmique ABC ayant ses soûtangentes $D\omega$, FO, égales entr'elles, l'on aura aussi $\omega O = DF = KB$, outre $OI = BP$; & par conséquent $\omega I = KP$.

Soient presentement appellées $D\omega$ ou FO, a; $M\mu$, b; $E\mu$, c; EM ou DA, e; ML ou AK, n; $M\beta$, y; $\beta\theta$, x; KV ou ΠH, t; & VH, u.

III. Il est manifeste que si l'on prend $M\mu$ pour la vitesse de projéction suivant cette ligne, l'on aura ME pour la vitesse horizontale, & $E\mu$ pour la verticale, qui en résultent; & aussi (suivant la Remarque de la pag. 219. jointe aux Corol. 9. & 10. de la pag. 123.) FO ou $D\omega$ pour la terminale du corps jetté: de sorte que la vitesse de bas en haut sera ici à la terminale :: $E\mu$. FO. Donc ayant aussi (*art.* 1.) AK à KD, ou ML à LE en cette raison; l'on aura ici $E\mu$ (c). FO (a) :: ML (n). $LE = \frac{an}{c}$. Par conséquent (*art.* 2.) ME (e) $= n + \frac{an}{c}$, & $GH = u + \frac{an}{c}$.



On aura de plus FB ou EL $\left(\frac{an}{c}\right)$. FO (a) :: AK (n). $KP = c$. Et conséquemment aussi (*art.* 2.) $E\mu = KP = \omega I$: d'où résulte pareillement $\omega I = c$, & $DI = a + c$.

IV. Les paralleles DE, KL, donneront aussi DA (e).

$KA\,(n) :: \omega A.\ SA :: \omega I\,(c).\ SP = \frac{cn}{e}$. Et $EM\,(e).\ LM\,(n) :: E\mu\,(c).\ LR = \frac{nc}{e}$. Par conséquent $SP = LR$. Mais (*art.* 1.) $SP.\ LR :: BP.\ LT :: H\pi.\ \lambda\theta$. Donc aussi $BP = LT$, & $H\pi = \lambda\theta$.

V. Les triangles semblables $ME\mu$, $M\lambda\beta$, donneront pareillement $M\mu\,(b).\ M\beta\,(y) :: ME\,(e).\ M\lambda$ ou $A\Pi = \frac{ey}{b}$. Et $M\mu\,(b).\ M\beta\,(y) :: E\mu\,(c).\ \lambda\beta = \frac{cy}{b}$. D'où résulte $\lambda\theta\ (\lambda\beta - \beta\theta) = \frac{cy}{b} - x$; & conséquemment aussi (*art.* 4.) $H\pi = \frac{cy}{b} - x$.

VI. Mais d'un autre côté, ayant (*art.* 3.) $DI = a + c$, & (*art.* 5.) $A\Pi = \frac{ey}{b}$, les triangles semblables ADI, $A\Pi\pi$, donnent $AD\,(e).\ DI\,(a+c) :: A\Pi\,\left(\frac{ey}{b}\right).\ \Pi\pi = \frac{ay+cy}{b}$. D'où résulte $H\pi\ (\Pi\pi - \Pi H) = \frac{ay+cy}{b} - t$. Donc (*art.* 5.) $\frac{cy}{b} - x = \frac{ay+cy}{b} - t$, ou $t = \frac{ay}{b} + x$, & $dt = \frac{ady}{b} + dx$.

VII. Or la logarithmique ABC, ayant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{GH}$ (*art.* 3.) $= \frac{-du}{\frac{an}{c}+u}$, c'est à dire, $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\frac{an}{c}+u}$ pour son équation, dont u (*art.* 2.) $= VH = KA - A\Pi$ (*art.* 2. & 5.) $= n - \frac{ey}{b}$, $du = -\frac{edy}{b}$, & $\frac{an}{c} + u = \frac{an}{c} + n - \frac{ey}{b}$ (*art.* 3.) $= e - \frac{ey}{b} = \frac{eb - ey}{b}$; cette logarithmique donnera aussi $\frac{dt}{a}\left(\frac{-du}{\frac{an}{c}+u}\right) = \frac{edy}{b} \times \frac{b}{eb-ey} = \frac{dy}{b-y}$, ou $dt = \frac{ady}{b-y}$. Donc (*art.* 6.) $\frac{ady}{b-y} = \frac{ady}{b} + dx = \frac{ady+bdx}{b}$, ou $abdy = abdy - aydy + bbdx - bydx$; d'où résulte $\frac{aydy}{bb-by} = dx$ pour l'équation de la Courbe MTC de projection, construite par M. Hughens : laquelle équation ayant aussi été trouvée dans les pages 255. 269. & 270. du Mem. du 18. Juillet dernier, pour celle de la Courbe que les Solutions des pag. 251. & 264.

y ont données ; & cy-dessus (*Ident.* 1.) pour celle de la Courbe *DraF* de M. Newton ; fait voir l'accord de mes Solutions avec celles de ces deux Auteurs, & des leurs entr'elles. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

REMARQUE.

Sur la Parabole que le corps jetté auroit décrite dans le vuide, suivant M. Hughens.

VIII. M. Hughens, aprés avoir pris (*pag.* 171.) $AX = \frac{AK \times AK}{2DK}$, dit que *comme* QA *à* AX, *si l'on fait que* TL *ait cette même raison à une autre ligne* VZ ; *ce sera la hauteur de la Parabole* MV *que fait le jet libre commencé en* M *avec la même force, & dans la même direction* MR, *qu'avoit l'autre jet.*

Pour le démontrer, il faut considérer que l'analogie de $KP. KA :: FO. DK :: 2FO. 2DK.$ donnant $\frac{KP}{2FO} = \frac{AK}{2DK}$, l'on aura aussi $\frac{KP \times KP}{2FO} . \frac{KA \times KA}{2DK} :: KP. KA :: BP. QA.$ ou $\frac{KP \times KP}{2FO} . BP :: \frac{KA \times KA}{2DK} . QA :: AX. QA.$ Mais en prenant $KP = KA$, on a vû en d'autres noms dans le Corol. 11. des pag. 142. & 143. du Mem. du 7. Mars dernier, que la hauteur du jet libre de bas en haut, étoit à son élevation malgré les résistances ici supposées :: $\frac{KP \times KP}{2FO} . BP.$ Et (*Corol.* 8. *pag.* 141. *du même Mem.*) que BP étoit la hauteur de ce jet dans le milieu résistant. Donc la premiere de ces hauteurs sera pareillement ici à la seconde :: $AX. QA.$ Et TL (*art.* 4.) $= BP$, sera cette seconde hauteur parcouruë dans le milieu résistant (comme l'autre dans le milieu libre) jusqu'à extinction des vitesses de bas en haut. Donc en prenant $VZ. TL :: AX. QA.$ l'on aura aussi VZ pour la hauteur du même jet dans le milieu sans résistance, c'est à dire, pour la hauteur de la Parabole qui y seroit décrite en vertu de ce jet, ainsi que l'a dit M. Hughens. Par conséquent *si dans l'angle* LMR

on ajuste YZ *perpendiculaire à* MC, *& égale à la double* VZ (ainsi qu'il le dit encore, pag. 172.) ; *on aura le sommet de cette Parabole en* V *au milieu de* YZ, *& sa demie base ou demie amplitude* MZ.

IX. Cette Parabole ainsi construite par M. Hughens, se peut encore démontrer être celle que le corps jetté (comme ci-dessus) suivant MY, décriroit dans un milieu sans résistance : cela, dis-je, se peut encore démontrer par l'identité de cette Parabole MV avec celle que nous avons démontrée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. y devoir être décrite par ce corps ainsi jetté. Car si l'on considere que le parametre en M de celle (*art.* 8.) de M. Hughens, doit être $= \frac{MY \times MY}{VZ}$, & que $E\mu . M\mu :: ZY (2VZ). MY = \frac{2M\mu \times VZ}{E\mu}$. On verra que ce parametre en M doit aussi être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times VZ}{E\mu \times E\mu}$. Mais à cause que (*art.* 8.) $VZ. TL :: AX. QA :: \frac{KP \times KP}{2FO}. BP.$ ou $VZ. \frac{KP \times KP}{2FO} :: TL. BP.$ Et que (*art.* 4.) $TL = BP$; l'on aura aussi $VZ = \frac{KP \times KP}{2FO}$. Donc ce parametre en M, doit pareillement être $= \frac{4M\mu \times M\mu \times KP \times KP}{2FO \times E\mu \times E\mu}$ (l'art. 3. donnant $E\mu = KP$) $= \frac{2M\mu \times M\mu}{FO}$. Ce qui est le parametre trouvé en d'autres noms dans l'art. 1. de la Remarque de la pag. 270. pour celui que la Parabole cherchée MV doit ici avoir en M. Ce qui prouve encore la validité de la construction que M. Hughens en a donnée dans les pages 171. & 172. de son *Discours de la cause de la pesanteur*, telle qu'on la voit dans le précédent art. 8.

Telle est la conformité de nos Solutions du Mem. du 18. *Juillet dernier, pag.* 251. *&* 264. *dans lesquelles le mouvement de projection a été consideré comme simple, avec celles de M. Newton & de M. Hughens, qui l'ont consideré comme composé d'un horizontal & d'un vertical ; non-seulement quant à la Courbe de projection dans un milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté, mais encore quant à la Parabole que*

ce corps auroit décrite en vertu du même jet dans un milieu sans résistance. Ainsi ayant déja démontré dans le Mem. du 13. Juin dernier, pag. 212. &c. le surplus de ce que M. Hughens avoit encore énoncé sans démonstration sur la fin de son Discours de la cause de la pesanteur, *touchant les mouvemens faits dans ce milieu résistant, il ne nous reste plus qu'à démontrer aussi comment la Courbe de projection résultante de nos principes dans ce milieu, en considerant le mouvement oblique du jet comme composé d'un horizontal & d'un vertical, s'accorde encore avec celle de ces deux Auteurs : Ce sera pour un autre Mémoire, si ce que j'ay encore trouvé sur cela, peut devenir assez court pour être inseré dans ceux-ci. Quant à l'hypothêse des milieux résistans en raison des quarrés des vitesses des corps qui y seroient mûs, beaucoup plus vrai-semblable que celle qu'on fait ici, on en verra aussi les conséquences dans d'autres Mémoires tirées de la Regle générale des mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison quelconque, démontrée dans la Proposition générale des Mem. de 1707. pag. 386. &c. Et dans le Lem. 1. pag. 114. & 115. de ces Mémoires-ci.*

MEMOIRE

Touchant les Acides & les Alkalis, pour servir d'addition à l'article du Sel principe, imprimé dans nos Memoires de l'année 1702. pag. 36.

PAR M. HOMBERG.

1708. 1. Septembre.

JE me suis engagé dans une de nos dernieres Assemblées de donner un éclaircissement distinct touchant la matiere des Acides & des Alkalis, voici l'idée que je m'en suis faite aprés une longue suite d'observations & de reflexions sur quantité d'operations Chimiques que j'ay faites en cette vûë, & que je rapporte icy comme toutes nos

nos autres reflexions de Physique, non comme des veritez constantes ou Mathematiques, mais comme des opinions qui par la quantité des faits qui y quadrent, m'ont paruës vrai-semblables.

J'appelle Acide manifeste tout ce qui imprime un goût aigre sur la langue, & j'appelle Alkali manifeste tout ce qui reçoit les acides avec ébullition & effervescence, & dont le mêlange se cristallise en une substance saline. Pour les Acides & les Alkalis douteux, j'en parleray dans la suite de ce Memoire: mais comme il s'agit principalement de ceux de la premiere sorte, & qu'il s'en trouve de differentes natures, il sera bon de les examiner dés leurs origines.

Les Sels que la nature nous fournit sans aucun mêlange artificiel, ne laissent pas d'être des mêlanges, dont la décomposition & la récomposition sont fort aisées à faire; ils se réduisent principalement en ces trois genres, sçavoir en salpetre, en sel marin & en sel vitriolique, dont chacun a ses especes differentes, & de la combinaison desquels avec les differentes matieres huileuses sont produits tous les autres sels que nous connoissons; les analyses que nous en avons faites nous ont montré qu'ils sont composez de matieres aqueuse, terreuse, huileuse ou sulphureuse & acide. La matiere acide est le sel pur, que j'ay appellé le sel principe, qui est la base generale de tous les sels, & qui m'a parû uniforme ou semblable avant sa détermination particuliere pour quelqu'un des genres des sels connus, qui cependant ne se trouve seul ou sans mêlange dans aucun sel, mais toûjours accompagné de quelque matiere sulphureuse, & selon la nature de la matiere sulphureuse qui s'est jointe à l'acide pur, elle le détermine à être l'acide particulier de l'un des trois sels fossiles que nous avons nommés cy-dessus, dont les particularitez ont été amplement décrites dans mon article du sel principe.

Cet acide quoiqu'accompagné de sa matiere sulphureuse déterminante, ne peut pas nous devenir palpable

& visible ; que lorsqu'il s'est logé ou naturellement dans dans quelque matiere terreuse, ou artificiellement dans une matiere simplement aqueuse ; dans le premier cas il nous paroît sous la forme d'un sel cristallisé comme le salpetre, le sel marin, &c. & dans le second cas il nous paroît sous la forme d'un esprit acide, qui selon la détermination du souphre qui l'accompagne, est ou esprit de nitre, ou esprit de sel, ou esprit de vitriol.

Ce que je viens de dire icy des trois sels simples ou fossiles, se peut appliquer de même à tous les sels plus composez des plantes & des animaux, avec cette difference, qu'ils occupent toûjours à proportion une plus grande quantité de matiere terreuse que les simples quand ils sont en forme de sel concret, & qu'ils occupent une plus grande quantité de matiere aqueuse quand ils sont en forme d'esprit acide ; delà il résulte deux observations importantes, la premiere est que leurs esprits acides sont toûjours à proportion plus foibles ou moins penetrans & plus legers en poids que ceux des sels fossiles ; la seconde est qu'ils laissent, aprés la violente distillation, une plus grande quantité de matiere terreuse que les sels fossiles ; & quoique dans le grand feu la plûpart du sel acide s'en separe en esprit acide, il en reste cependant encore une partie si fortement enclavée dans cette terre, que le grand feu, en la réduisant en cendres, n'est pas capable de l'en chasser ; ce reste de sel acide suffit pour faire dissoudre dans l'eau une portion des cendres, ou de la terre dans laquelle il s'est logé, de sorte que la partie terreuse des cendres, qui a été entierement dépoüillée de son sel acide par la lixiviation, y reste en forme d'une simple terre insipide, & qui ne se refond plus dans l'eau, mais l'autre partie terreuse des cendres, qui dans le grand feu n'a pas été dépoüillée de tout son sel acide, reste fondu dans l'eau de la lixiviation, & elle paroît, aprés l'évaporation de l'eau en forme de sel, que nous appellons ordinairement le sel fixe lixiviel de la plante, ou son sel alkali fixe. L'on ne separe pas aussi commodé-

ment le sel lixiviel des sels fossiles, si ce n'est des sels vitrioliques ; mais comme ils restent toûjours mêlez de quelques parties métalliques, on ne s'en sert pas comme d'un simple sel alkali, aussi n'entend-on communément sous le nom de sel alkali fixe que les sels lixiviels des plantes.

Nous pouvons donc considerer le sel contenu naturellement dans les plantes comme un mélange composé de terre, de sel acide, d'huile & d'un peu d'eau, ce sel ayant été separé de la plante sans un feu brûlant, se cristalise en un sel qui conserve quelquefois un goût acide, comme dans le tartre du vin, quelquefois une grande douceur comme dans le sucre, quelquefois il est fort amer comme dans le Quinquina, & quelquefois il est presque insipide comme dans la Sauge, dans la melisse, &c. J'appelle ce sel qui n'a pas encore passé par le grand feu, & qui contient encore toutes les parties qui entrent dans sa concretion, le sel essentiel de la plante ; mais en exposant ce sel au grand feu, il se divise en ses principes qui le composoient, c'est à dire qu'il en vient par la distillation douce d'abord une eau toute simple & insipide, puis une liqueur acide, aprés quoy il en vient une liqueur rousse & fétide, qui contient en même temps une partie du sel acide & une partie de l'huile fétide de la plante, de la combinaison desquels il se compose un sel particulier toûjours fétide & sentant l'urine, que l'on a appellé le sel volatile de la plante, ou son alkali volatile, & qui se tire aussi bien des plantes que de toutes les parties des animaux ; aprés le sel volatile, le feu ayant été augmenté, la distillation finit en continuant de fournir l'huile fétide de la plante, qui étoit entrée dans la concretion de son sel essentiel ; la tête-morte qui reste, aprés avoir été réduite en cendres, se partage par la lixiviation en une partie de sel fixe alkali, & en une partie de terre insipide alkaline.

Nous observerons que le sel essentiel se dissout entierement dans l'eau, c'est à dire que toute la partie ter-

reuse qu'elle contient, se confond avec l'eau de maniere qu'on ne l'en sçauroit distinguer à la vûë; mais lorsque ce sel a passé par le grand feu, qui en a enlevé la plûpart de son sel acide, la terre qui reste ne se dissout plus entierement dans l'eau; c'est à dire que l'eau en devient fort trouble, & dépose une terre insipide qui ne se dissout pas par l'eau simple; mais quand on verse un esprit acide sur cette terre, elle s'y dissout de nouveau, & récompose avec cet acide un sel qui se dissout entierement dans l'eau, ce qui prouve assez vrai-semblablement que l'acide qui s'est introduit dans cette terre, & qui l'a changé en une des parties du sel concret, est la seule cause qu'elle se dissout dans l'eau; nous pouvons par-là vrai-semblablement conclure aussi, que l'autre partie des cendres qui se dissout dans l'eau, & qui paroît aprés l'évaporation sous la forme du sel fixe lixiviel, que ce sel, dis-je, ne se dissout dans l'eau que par le même moyen, c'est à dire que sa terre doit avoir conservée une assez grande partie de son acide, pour suffire à sa dissolution.

Mais comme la terre de la plante entierement rassasiée de son acide devient un sel cristallisé, dans la composition duquel on ne peut pas faire entrer une plus grande quantité de ce même acide, & qu'au contraire le sel lixiviel, qui se retire des cendres dont nous venons de parler, ne se cristallise pas, & qu'il boit avidement les esprits acides qu'on y veut joindre, nous pouvons vrai-semblablement conclure que le sel lixiviel ou le sel alkali fixe n'est autre chose qu'une partie de la terre de la plante, qui a retenu une petite portion de son sel acide que le grand feu n'étoit pas capable d'en separer, & qui suffit seulement pour le dissoudre dans l'eau, conservant une grande quantité de locules vuides ou de pores, pour y loger le premier acide qui se presentera à la place de celui qui en avoit été chassé par le grand feu; & comme l'on ne donne le nom d'alkali à un sel que parcequ'il boit & retient l'acide qu'on lui presente, pour en produire ensuite un sel cristallisé, le sel lixiviel des plantes pourra

être plus ou moins alkali selon qu'il absorbera une plus grande ou plus petite quantité d'acides, ou ce qui revient au même, selon qu'il contiendra plus ou moins de locules vuides à remplir d'acides; ce que nous avons toûjours observé dans la grande quantité d'analyses des plantes qui ont été faites par l'ordre de l'Academie, où l'on trouve rarement deux sels lixiviels de differentes plantes qui soient d'égales forces d'alkali; de sorte que si pour mesurer cette force alkaline dans les sels lixiviels, on supposoit que dans une certaine masse de cendres de plantes, pour être rassasiée de son acide, c'est à dire qu'elle ne fût point alkaline du tout, il fallût qu'elle contînt cent parties de terre & cent parties d'acide, & que pour être un sel alkali dans le plus fort degré, il fallût qu'elle contînt cent parties de terre & dix parties seulement d'acide, les autres quatre-vingt-dix étant à remplir par quelque acide, nous trouverions dans nos analyses des plantes des sels lixiviels, qui auroient des degrez d'alkali dans toutes les combinaisons de cent parties de terre qui contiendroient depuis dix jusqu'à cent parties d'acide.

Il arrive quelquefois qu'un sel alkali, ayant été rassasié d'une certaine sorte d'acide, qu'il ne laisse pas de recevoir encore & de retenir une partie d'un autre acide; ce que nous observons ordinairement lorsqu'un acide vegetal s'est logé le premier dans le sel lixiviel, apparemment parceque les acides vegetaux, ayant été rendus plus rares & plus legers par les fermentations qu'ils ont souffert dans les plantes, qu'ils occupent plus de place dans les pores des alkalis, & n'y penetrent pas si avant que les acides mineraux tirez des sels fossiles; de sorte que les acides plus solides & plus pesants des sels fossiles étant poussez plus vigoureusement dans les pores des alkalis, quoique remplis déja d'un acide vegetal, il en pourra entrer encore une partie, en rangeant & en comprimant les acides rares des vegetaux qui ont occupé en premier lieu ces mêmes pores.

Ceci arrive toûjours lorsqu'il paroît qu'un acide est un alkali à l'égard d'un autre acide, c'est à dire que des deux esprits acides, dont il pourroit s'agir, il y en a toûjours un qui n'est pas sans mêlange de quelque alkali, & que le plus rare de ces deux acides qui occupe les pores de l'alkali, est comprimé dans ces pores par un acide plus solide; comme, par exemple, un étuis qu'on auroit rempli à force de cotton, ne laissera pas de recevoir encore fort aisément plusieurs aiguilles qu'on y voudroit fourer.

Nous observons que les sels volatiles qui sentent l'urine sont alkalis aussi-bien que les sels fixes lixiviels des plantes, c'est à dire qu'ils reçoivent comme eux les acides avec avidité, qu'ils les retiennent, & qu'ils composent ensemble des sels qui se cristallisent. Nous sommes bien persuadez par la volatilité de ces sels qu'ils ne sont pas un mêlange d'une matiere purement terreuse avec un peu d'acide, comme le sont les sels lixiviels, parcequ'une simple terre ne peut pas devenir volatile par le mêlange d'un peu d'acide. J'ay toûjours eu lieu de croire que leur composition, à la verité, n'est autre chose qu'une portion de la même matiere qui auroit produit le sel fixe lixiviel, mais qu'elle est mêlée intimement de beaucoup d'huile fétide de la plante, & que cette huile est la seule cause de la volatilité de ces sels; & comme toutes les huiles distillées absorbent les acides de la même maniere que font les alkalis, ces sels reçoivent dans toutes leurs parties toutes sortes d'acides, & en s'en rassasiant ils composent de même que les alkalis fixes, des sels qui prennent, en se cristallisant, la figure du sel fossile qui avoit produit l'acide dont ils ont été rassasiez.

Quoique toutes les plantes produisent du sel volatile qui sent l'urine, & que les uns en rendent plus, les autres moins dans leurs analyses, il en provient cependant une quantité incomparablement plus grande de quelque partie animale que ce puisse être, & même des insectes & des poissons, apparemment parceque dans les animaux vivans, la chaleur plus grande que dans les plantes, tra-

vaille & joint plus intimement les parties huileuſes avec les ſalines & les terreuſes, pour les diſpoſer à paroître dans les analyſes plutôt en la compoſition volatile du ſel d'urine, qu'en celle d'un ſel fixe plus ſimple ou lixiviel, qui ne ſe trouve qu'en tres-petite quantité dans les animaux, & en plus grande quantité dans les plantes; cependant quelque grande ou quelque petite quantité de ſel d'urine qu'on tire, ſoit des animaux ou des plantes, il m'a toûjours paru que ces ſels ſont à peu prés ſemblables entr'eux, c'eſt à dire ſans aucune difference ſenſible, & qu'ils produiſent les mêmes effets en les joignant aux eſprits acides, ou en les emploïant en médicamens, pourvû qu'on en ſepare toutes les parties purement huileuſes ſuperfluës, & qui y ſont mêlées ſuperficiellement ſans être de la compoſition même de ces ſels.

Il ſe trouve outre les ſels alkalis encore une infinité d'autres matieres alkalines, qui produiſent à peu prés les mêmes effets avec les acides que les ſels alkalis que nous venons d'examiner: ces matieres alkalines ſont de differentes natures, quelques-unes en ſont purement terreuſes, comme la chaux, le marbre, les terres figillées, &c. D'autres ſont métalliques, parmi leſquels les unes ont leurs acides affectez pour s'y diſſoudre comme l'or, l'étain & l'antimoine par l'eau regale, l'argent, le plomb & le mercure par l'eau-forte, & les autres par toutes ſortes d'acides, comme le fer, le cuivre, le zink, le biſmut, &c. Il y en a d'autres qui ſont de la claſſe animale, & conſiſtent, 1°. En toutes ſortes de matieres pierreuſes, qui ſe trouvent dans les viſceres de differens animaux, comme le calcule humain, les bezoards, les yeux d'écreviſſes, &c. 2°. En des matieres teſtacées & en des coquillages, comme les perles, les coquilles d'huîtres, les os des ſeiches, les envelopes des écreviſſes, &c. 3°. En des parties animales, qui par la longueur du temps, ou par quelqu'autre accident ſont devenuës pierreuſes ou ſimplement terreuſes, comme l'unicornu foſſile, &c. Enfin preſque toutes les plantes pierreuſes marines ſont auſſi des

matieres alkalines, comme le corail & semblables. Toutes ces matieres se dissolvent avec ébullition & effervescence par les acides, & ils composent ensemble dans leurs cristallisations, des matieres salines de differentes figures, comme font les sels alkalis fixes & volatiles.

Nous avons observé que tous les alkalis, de quelque nature qu'ils soient, s'unissent aux acides avec ébullition & effervescence, il ne s'ensuit pas pour cela, que tout ce qui s'unit aux acides avec ébullition & effervescence soit un alkali; car toutes les huiles distillées, soit essentielles ou fétides, produisent les mêmes effets avec les acides, & même avec plus d'éclat, car souvent le feu y prend, ce qui n'arrive jamais aux effervescences causées par le mélange des acides & des alkalis; mais nous avons remarqué aussi au commencement de ce Memoire, qu'il ne suffit pas, pour être un alkali, que la matiere bouillonne & s'échauffe avec les acides, il faut aussi qu'aprés ces deux actions le mêlange se cristallise en une matiere saline, ce que les simples huiles joints aux acides ne font pas, ils ne produisent point de matieres salines ni se cristallisent, mais ils composent une matiere resineuse inflammable, approchante en consistance à peu prés au benjoin; ce qui est la cause pourquoy nous n'avons pas rangé les huiles distillées parmi les differentes especes des alkalis.

Pour les acides & les alkalis douteux, c'est à dire ceux qui ont conservé si peu de la nature de l'un ou de l'autre, qu'ils ne puissent pas donner les marques que nous avons attribuées à leurs caracteres, l'on ne sçauroit mieux faire pour les démêler, que de les confondre avec les infusions violettes des fleurs des plantes, qui rougiront plus ou moins par les uns, & qui verdiront par les autres.

Il me reste encore à dire de quelle maniere je conçois que les acides agissent sur les alkalis, ce que c'est que cette grande quantité de bulles que l'on observe pendant leur action, & ce qui excite la chaleur qu'on y ressent. Voici comment je m'imagine que tout ceci arrive: J'ay remarqué

remarqué dans mon article du souffre principe, que la matiere de la lumiere qui occupe tout l'espace de l'univers, est dans un mouvement perpetuel par les secousses que le Soleil & les Etoiles fixes lui donnent continuellement, & que ce mouvement s'étant rallenti dans certaines occasions, se peut rétablir & augmenter considerablement par l'approche de quelque flame, que j'ay supposé être la seule matiere capable d'imprimer du mouvement à la matiere de la lumiere, qui ne peut pas être en un grand mouvement sans heurter continuellement contre tous les corps solides, & sans passer au travers de tous les corps poreux qu'elle rencontrera en son chemin.

Nous pouvons donc nous imaginer que les acides, que je suppose avec tout le monde des petits corps solides & pointus, qui nagent librement dans une liqueur aqueuse, sont en un mouvement tres-libre & continuel, étant poussez continuellement par la matiere de la lumiere ; & que les sels alkalis, que je suppose être des corps poreux ou spongieux, dont les pores ont été autrefois remplis par les pointes des acides, & qui en conservent toûjours les moules, sont tout prêts à recevoir ces pointes lorsqu'on voudra les pousser dedans. Il est aisé à concevoir que si dans la liqueur où nagent les pointes solides des acides, on fait nager aussi les petits corps poreux des sels alkalis qui ont conservé en creux la figure des pointes des acides, qui les occupoient avant que le grand feu les en eut chassez ; que ces pointes, dis-je, étant poussées par la matiere de la lumiere, renfileront tout aussi-tôt les pores des sels alkalis, qui ont été faits exprés pour les loger, & qu'elles le feront encore plus promptement si elles y sont poussées par la matiere de la lumiere, dont le mouvement aura été acceleré par une chaleur exterieure.

L'introduction des acides dans les sels alkalis, selon toutes les apparences, se fait avec une grande vitesse & avec beaucoup de frottement, puisqu'elle produit une chaleur fort sensible ; & comme les pores de ces alkalis

ne laissoient pas d'être remplis d'une matiere aërienne, qui en est chassée par les pointes des acides en prenant leurs places, cet air paroît dans l'action & produit les bulles qu'on y remarque, qui sont d'autant plus sensibles que la chaleur qui accompagne cette action est grande, qui est capable, comme tout le monde sçait, de dilater prodigieusement le volume de l'air.

Tout ce que nous venons de dire icy de l'action des acides sur les sels alkalis, arrive aussi dans leur action sur les autres matieres alkalines; mais comme ces matieres par leur solidité ne sont pas en état de recevoir aussi vîte & en aussi grande quantité à la fois les pointes des acides, l'action en dure plus long-temps, & la chaleur continuée s'augmente de plus en plus; de sorte que dans l'action des acides sur ces matieres l'on s'apperçoit d'une chaleur infiniment plus grande que dans celle sur les sels alkalis; & comme la grande chaleur n'est autre chose que le concours d'une grande quantité de matiere de la lumiere, qui agit violemment dans un petit espace, cette matiere pressée occupe sensiblement de la place, & range pour un moment la liqueur dans laquelle elle se trouve, & y paroît en bulles, à peu prés de la même maniere que fait l'air lorsqu'il occupe de la place dans l'eau, avec cette difference pourtant, que l'air étant un corps grossier en comparaison de la matiere de la lumiere, ne peut pas se disperser à travers la substance de l'eau, & passer par les pores du vaisseau comme fait la matiere de la lumiere, ce qui fait que l'air est toûjours obligé de traverser toute la masse de l'eau, & d'en sortir par la superficie, ce qui continuë le boüillonnement dans toute l'étenduë de la liqueur jusqu'à sa superficie, quelque haute qu'elle soit dans le vaisseau; mais dans le boüillonnement causé par le concours d'une grande quantité de matiere de lumiere, il ne paroît des bulles que dans un fort petit espace autour du corps qui produit ce boüillonnement, & ces bulles n'atteignent pas la superficie de la liqueur quand elle est un peu haute, s'évanoüissant dans la sub-

ſtance même de la liqueur, ce qui arrive toûjours dans les diſſolutions des alkalis terreux & métalliques.

OBSERVATION

D'une Comete qui a paru à la fin de Novembre 1707, faite à Bologne par Mrs Manfredi & Stancari dans l'Obſervatoire de M. le Comte Marſigli, avec des Reflexions de M. Caſſini.

ON a obſervé à Bologne une Comete depuis le 25 Novembre 1707 juſqu'à la fin de l'année, & on la voit même encore ces premiers jours de Janvier, autant que le mauvais temps le permet, en la cherchant avec des Lunetes à l'endroit où elle ſe trouve, qui eſt dans la Voye de lait. Je ne la découvris que le 25 Novembre à 7 heures du ſoir, ayant jetté les yeux par hazard ſur la Conſtellation du Capricorne où elle ſe trouvoit. Il eſt pourtant aiſé de conclure par les Obſervations ſuivantes qu'on auroit pû la voir à Bologne un ou deux jours auparavant, c'eſt à dire le 22 & le 23. Avant ce temps elle étoit dans la partie du Ciel qui demeure toûjours cachée ſous l'horizon de Bologne. Elle parut d'abord à la vûë ſimple comme une étoile nebuleuſe à peu prés de la grandeur de Jupiter; mais en la regardant par des Lunetes, on voyoit à ſon milieu comme un noyau envelopé de rayons en forme de chevelure, le tout de couleur blanche, & d'une lumiere tres-foible. Ce noyau n'étoit pas bien rond, ni de figure reguliere, mais il paroiſſoit interrompu en pluſieurs endroits, ſoit que ce fût un amas de pluſieurs petits corps un peu éloignez entr'eux, ſoit qu'il y eût des taches à ſa ſurface. Les nuits ſuivantes la Comete a toûjours diminué de grandeur apparente, en ſorte que depuis le 16 Decembre je ne l'ay pû trouver

1708. 4. Juillet.

qu'à l'aide des Lunetes. Pendant tout ce temps elle n'a point eu de queuë.

Le 25 Novembre aussi-tôt qu'on découvrit la Comete, on remarqua auprés d'elle deux petites étoiles fixes, qu'on voyoit dans la même ouverture de la Lunete de 8 pieds avec laquelle on la regardoit. Ces étoiles ne sont pas marquées ni dans les Tables de Bayer, ni dans les Catalogues que nous avons icy. Mais par la comparaison qu'on en a fait avec d'autres étoiles fixes dont la situation est connuë, on trouve qu'elles se rapportent à 4 degrés $\frac{2}{3}$ du Verseau avec une latitude australe de 5 degrés ou environ. Il n'a pas été possible d'en verifier la position plus exactement. A 7 heures 14′ 47″ aprés midy le centre de la Comete se trouvoit dans la ligne droite qui joint ces deux étoiles, & sa distance à la plus boreale des deux étoit la troisiéme partie de la distance de l'une à l'autre, ce qui pourra servir pour déterminer exactement le lieu de la Comete lorsqu'on aura le loisir de verifier ces étoiles. Cette ligne étoit fort peu inclinée au vertical, dont elle declinoit du Midy vers l'Orient. Cette position à l'égard du vertical avec les autres circonstances marquées, pourra servir pour reconnoître ces étoiles & en trouver le lieu. Il est encore à remarquer qu'à 7^h 22′ 35″ la Comete touchoit presque l'étoile la *plus* boreale par son bord précedent, & cette étoile étoit comme envelopée dans la chevelure de la Comete, ce qui n'empêchoit pas qu'on ne la vît fort bien. M. Stancari remarqua aussi que la Comete avoit un mouvement fort vîte du Midy vers le Septentrion par une ligne qui étoit dirigée à l'Ecliptique presqu'à angles droits, & vers le 5e degré du Verseau. Elle parcourut pendant 27′ d'heure un espace égal à peu prés à la distance des deux étoiles, que l'on jugea de 9′ d'un grand cercle, ce qui étoit en raison de 8 degrés par jour. Les Observations suivantes ont confirmé ces premieres suppositions.

Le 26 Novembre le Ciel fut couvert. Le 27 la Comete étoit vers les deux étoiles du Linge, qui sort de la main

précedente du Verſeau marquées par Bayer ε & μ. Il étoit fort difficile d'en prendre la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon par le moyen des Micrometres; car auſſi-tôt qu'on éclairoit le verre objectif pour découvrir les filets qui ſont au foyer, la Comete diſparoiſſoit; c'eſt-pourquoy on n'en fit l'obſervation qu'avec beaucoup de peine. A 6 heures 41′ aprés midy la Comete paſſoit par le cercle horaire 8′ 17″ avant l'étoile ε, & 1′ 28″ avant l'étoile μ. Sa declinaiſon étoit pour lors plus auſtrale que l'étoile μ de 34′ de tems, autant qu'on peut eſtimer. Quoiqu'il en ſoit, il eſt certain que le parallele de la Comete étoit entre les deux paralleles de ces fixes, & beaucoup plus proche de celle qui eſt marquée μ que de l'autre. Ayant ſuppoſé la longitude de l'étoile μ de 8° 59′ du Verſeau, & la latitude boreale de 8° 19′, on trouve par le calcul ſon aſcenſion droite de 309° 12′, & ſa declinaiſon auſtrale de 10° 0′, dont on a l'aſcenſion droite de la Comete pour l'heure de l'obſervation de 305° 49′, ſa declinaiſon auſtrale de 9° 51′, ſa longitude de 5° 45′ du Verſeau, & ſa latitude Septentrionale de 9° 17′.

Le 28 comme l'on ſe préparoit pour obſerver le lieu de la Comete le Ciel ſe couvrit. On fit pourtant à la hâte quelques allignemens qui peuvent ſervir pour en déterminer le lieu à peu prés. A 7 heures 10′ je remarquay qu'en tirant une ligne droite par l'étoile de la main d'Antinous marquée θ, & par la Luiſante de l'épaule Occidentale du Verſeau, la Comete étoit environ 50′ plus auſtrale que cette ligne; & qu'en prolongeant vers l'Orient une autre droite qui joint les deux η & θ d'Antinous, la Comete étoit auſſi plus auſtrale de 20′ que cette autre ligne. Peu aprés M. Stancari en la comparant à cette derniere ligne droite la trouva 15′ plus auſtrale, & remarqua auſſi qu'elle étoit éloignée également de l'étoile θ d'Antinous & de l'étoile ε du Verſeau. Ayant rapporté ces meſures ſur le Globe de Blaeu, & prenant un milieu entre les deux Obſervations qui ne s'accordent pas préciſément, on trouve le lieu de la Comete à peu prés à 7° du

Verſeau avec une latitude boreale de 15 degrés, en tenant compte du mouvement que les étoiles fixes ont fait depuis la conſtruction de ces Globes.

Le 29 on fut encore obligé par le mauvais tems de ſe contenter de la détermination qu'on pouvoit faire de la Comete, en la comparant à la vûë ſimple avec des fixes qu'on entrevoyoit parmi les nuages. A 7 heures 10′ nous la trouvâmes 5′ plus auſtrale que la droite tirée par l'étoile θ d'Antinous & l'étoile α du petit Cheval, & 20′ auſſi plus auſtrale que la droite qu'on tireroit par l'étoile β de l'Aigle & la Luiſante de l'épaule Occidentale du Verſeau. Son lieu déterminé par ces meſures ſur le Globe de Blaeu, tombe fort prés du cercle Equinoxial à 7 ½ du Verſeau avec une latitude Septentrionale de 19 degrés.

Le 30 le Ciel fut couvert tout le jour & toute la nuit ſuivante.

Le 1 Decembre on voyoit aſſez bien la Comete nonobſtant la lumiere de la Lune. A 6 heures 28′ elle étoit dans la ligne droite prolongée qui paſſe par les deux fixes α & ε du Dauphin, ou un peu vers l'Orient, & ſa diſtance à l'étoile ε étoit égale à la diſtance des deux ε & α. Ce lieu ſe rapporte à 7 ½ du Verſeau & à 5 de latitude Septentrionale.

Le 2 Decembre ayant pointé la Lunete de 8 pieds à la Luiſante de l'Aigle, & l'ayant fait paſſer par la partie ſuperieure de l'ouverture de cette Lunete qui renverſe, on attendit la Comete qui devoit paſſer par la partie inferieure de cette ouverture, à ce que l'on jugeoit; mais la Comete s'approchant de l'endroit du Ciel auquel la Lunete étoit pointée, on s'apperçût qu'elle n'y paſſeroit point; c'eſt pourquoy ſans toucher la Lunete on obſerva le paſſage d'une petite fixe qui y paſſoit par la partie inferieure, & par la comparaiſon des tems auſquels ces deux étoiles paſſerent par les fils obliques & par l'horaire, on trouva que la petite fixe ſuivoit l'Aigle de 34′ 13″, & qu'elle en étoit plus boreale de 34″ de temps. Alors ayant changé la Lunete de place, & y ayant fait

passer la même petite fixe dans la partie superieure, la Comete vint dans la partie inferieure, & par la comparaison des heures on trouva qu'elle passoit par le cercle horaire 1′ 30″ de temps aprés la petite étoile fixe, & qu'elle avoit une declinaison plus boreale que celle de la fixe de 2′ 0″ de tems. La Comete passoit donc 35 minutes aprés la Luisante de l'Aigle, & elle en étoit plus-boreale de 2′ 34″ de temps. Or l'ascension droite de l'Aigle étant de 294° 8′, & sa declinaison Septentrionale de 8° 7′. L'ascension droite de la Comete sera de 303° 5″, & sa declinaison Septentrionale de 8°. 46′, d'où l'on trouve sa longitude de 7° 41′ du Verseau, & sa latitude boreale de 28° 1′. Cette Observation a été faite à 8 heures aprés midy.

Depuis le 2 Decembre jusqu'au 6 le Ciel fut couvert.

Le 6 Decembre je vis la Comete qui avoit passé la constellation du Dauphin, mais les nuages m'empêcherent d'en faire l'Observation..

Le 7 M. Stancari compara la Comete avec l'Etoile α de la Fleche, & à 8 heures aprés midy il trouva que la Comete passoit 38′ 50″ aprés cette étoile, & en étoit plus australe de 55″ de temps. Si l'on suppose la longitude de cette fixe de 26° 54′ du Capricorne, & sa latitude boreale de 38° 52′, on trouve par le calcul son ascension droite de 291° 40′, & sa declinaison de 13° 23′. Donc l'ascension droite de la Comete sera de 301° 24′, sa declinaison boreale de 17° 9′, sa longitude de 8° 17′ du Verseau, & sa latitude Septentrionale de 36° 33′.

Depuis le 7 jusqu'au 11 Decembre les nuages ont toûjours empêché de continuer les Observations.

Le 11 Decembre à 5 heures 45′ du soir la Comete étoit un peu au-dessous de la ligne droite prolongée vers l'Orient, qui joint les deux fixes θ & μ de la Fleche, & elle étoit alors éloignée vers l'Orient de la premiere de ces deux étoiles autant que cette fixe est éloignée de l'autre. Ce lieu tombe environ à 10° 50′ du Verseau avec une latitude Septentrionale de 40° 55″.

Depuis le 11 Decembre on a encore observé la Come-

te le 13, le 16, le 20, le 26 Decembre, & le 3 Janvier en la comparant à des étoiles informes qui ſont au Septentrion de la Fleche, & à des autres dans la Voye de lait; mais comme il ſeroit tres-difficile & même inutile de décrire toutes ces étoiles ſans en marquer les lieux, qui ne ſont pas dans les Tables ni dans les Globes, il faut attendre que le tems nous permette d'en déterminer la poſition par rapport à des autres fixes connuës.

Ayant rapporté toutes ces poſitions de la Comete telles qu'on les a obſervées ſur le Globe de Blaeu, on voit qu'elles tombent à peu prés ſur un grand cercle, ſans qu'elles s'en écartent plus de ce qu'on peut attribuer d'erreur aux Obſervations, & particulierement à celles qui ont été faites à la vûë ſimple par des allignemens avec des fixes. Si l'on prend les trois Obſervations du 27 Novembre, du 2 & du 7 Decembre qui ſont les plus aſſurées, elles tombent préciſément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 25 du Verſeau, & fait avec elle un angle d'environ 85° ¾ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais ſi on veut tenir quelque compte des autres Obſervations & prendre un milieu entre toutes, cet angle eſt de 85° 7′, le lieu de la ſection ne changeant preſque point. Il n'y a pas moyen de faire tomber ſur ce cercle l'Obſervation du 11 Decembre, ſans y ſuppoſer une erreur de plus d'un degré. D'ailleurs ayant placé ſur le Globe à peu prés & par eſtimation les Obſervations faites depuis ce jour-là, on voit que la route de la Comete ſe courbe tres-conſiderablement du côté de l'Orient. C'eſt pourquoy l'on peut juger qu'elle avoit auſſi commencé de ſe courber avant le 11 de Decembre, & que le point d'inflexion ſenſible tombe entre le 7 & le 11.

En prenant donc pour la route de la Comete au moins juſqu'au 7 de Decembre le grand cercle qui coupe l'Ecliptique à 5° 8′ du Verſeau avec un angle de 85° 7′, on trouve qu'il coupe l'Equinoxial à 304° 30′ avec un angle de 81° 20′ dans la partie auſtrale vers l'Orient.

L'on voit par-là que le mouvement de la Comete en aſcenſion

ascension droite a été contre la suite des signes, quoyque son mouvement en longitude fût direct. Ensuite ayant tiré des petits arcs perpendiculaires au grand cercle de tous les lieux observez de la Comete qui s'en écartent quelque peu pour les réduire à une route reguliere, on trouve ses ascensions droites comme dans la Table cy-jointe, les ayant réduites toutes à 7 heures aprés midy. Pour ce qui est des declinaisons elles ne changent point par cette réduction, & on peut prendre celles de cette Table, qui est aussi pour 7 heures aprés midy, & dans laquelle on a suppléé les declinaisons qui n'ont pas été observées immediatement par le calcul, ou par la mesure actuelle sur le Globe.

		Ascension droite.	*Declinaison australe.*
Novembre.	25	308d 25′	24d 17′
	27	305 50	9 51
	28	305 7	4 3
	29	304 30	0 0
		Ascension droite.	*Declinaison sept.*
Decembre.	1	303d 35′	5d 51′
	2	303 7	8 40
	7	301 24	17 7
	11	301 4	21 45

Quant à la parallaxe de cette Comete on auroit souhaité d'en pouvoir faire la recherche dés les premiers jours de son apparition, lorsque son mouvement qui étoit fort vîte, & son diametre apparent assez grand faisoient connoître qu'elle étoit le plus proche de la Terre; mais le tems ayant toûjours été contraire, on n'en pût faire rien jusqu'au 2 Decembre. Ce soir en comparant la Comete avec une petite fixe qui la précédoit de quelques secondes, on trouva qu'à 6h 11′ aprés midy cette étoile précédoit la Comete de 30″ de tems, & à 8h 53′ de 17″. La difference est de 13″, dont la Comete a acceleré son mouvement vers l'Occident dans l'espace de 2h 42′. Or en calculant les differences journalieres d'ascension droite de la Comete observées & réduites à un grand cercle,

comme cy-dessus, ayant égard à l'inégalité de son mouvement, on trouve que dans ce tems elle devoit accelerer de 11″, il n'y a donc que 2″ pour la parallaxe; & comme on peut même attribuer ces 2″ ou à l'observation ou à la détermination qu'on a fait du mouvement de la Comete, il paroît qu'elle n'a pas une parallaxe évidente, ou du moins est-elle fort petite. Le 7 Decembre on fit d'autres Observations pour cet effet, & l'on trouva qu'à 5ʰ 48′ une fixe passoit par le fil horaire 58″ ½ aprés la Comete, & qu'à 9ʰ 1′ elle passoit 65″ aprés, ces Observations étant réïterées & confirmées plusieurs fois. L'acceleration de la Comete vers l'Occident est de 6″ ½, ce qui s'accorde dans la seconde à son mouvement en ascension droite pour ce tems tiré des Observations. Il n'y a donc point icy de parallaxe sensible.

Reflexions sur les Observations de la Comete faites à Bologne par Mrs Manfredy & Stancari.

1708. 4. Juillet. Comme la Comete que nous avions apperçûë à Paris à la fin du mois de Novembre étoit portée par son mouvement particulier par les étoiles fixes du Midy au Septentrion, & que Bologne est plus meridionale que Paris de 4 degrés ⅓, elle arriva plutôt sur l'horizon de Bologne que sur celui de Paris, où la constitution de l'air étoit aussi moins propre pour les observations du Ciel. Elle fut donc observée à Paris par M. Maraldi & par mon Fils trois jours plus tard qu'elle n'avoit été observée à Bologne, c'est à dire le 28 de Novembre. Le jour suivant nous en donnâmes part à l'Academie, à laquelle nous fîmes le rapport des Observations qui nous avoient servi à déterminer sa situation, & en même tems nous en donnâmes avis à nos Correspondans en France, afin qu'ils pussent prendre part aux Observations de ce Phenomene.

On a fait le rapport à l'Academie des Observations qu'on a continué de faire, & des consequences qu'on en a tirées. Et comme M. Manfredi a dit avoir comparé la Co-

mete à des étoiles fixes prochaines qui ne ſont pas décrites ni dans le Catalogue ni dans les Cartes, ce qui l'a empêché ſouvent d'en tirer la ſituation exacte de la Comete, M. Maraldi a envoyé à M. Manfredi la ſituation qu'il avoit déterminée par ſes Obſervations de pluſieurs de ces étoiles qui ſe ſont rencontrées proche de la route de cette Comete.

Il y a cependant dans cet Exemplaire des Obſervations qui ont ſervi à M. Manfredi à chercher la parallaxe de cette Comete par la même methode que nous donnâmes à l'occaſion de la Comete de 1680, c'eſt à dire par l'Obſervation de la difference de l'aſcenſion droite entre la Comete & une étoile fixe obſervée en divers jours & en diverſes heures du même jour.

M. Manfredi témoigne qu'il n'y a trouvé qu'une fois 2 ſecondes d'heure pour argument de cette parallaxe, & qu'il n'eſt pas aſſuré ſi ces deux ſecondes ſe doivent attribuer à la parallaxe, ou à la difficulté de l'Obſervation, & que dans d'autres Obſervations il n'y a pas trouvé de difference ſenſible. Le cours de cette Comete du Midy au Septentrion étoit des plus propre pour cette maniere d'obſerver, parceque l'aſcenſion droite de la Comete ne varioit pas ſenſiblement dans une eſpace aſſez conſiderable de tems.

Nous attendons les concluſions que M. Manfredi aura tirées de la comparaiſon de ſes Obſervations avec les étoiles fixes, aprés qu'il aura reçû les Mémoires que nous lui avons envoyez.

Cependant M. Manfredi ayant choiſi trois de ſes Obſervations faites le 17 Novembre, le 2 & le 7 Decembre qui ſont les plus aſſurées, il les a trouvées préciſément dans un même grand cercle qui coupe l'Ecliptique au 5^d du Verſeau, & fait avec elle un angle d'environ $85^d \frac{1}{3}$ dans la partie Septentrionale vers l'Orient. Mais ſi on veut tenir quelque compte des autres Obſervations, & prendre un milieu entre toutes, cet angle eſt de $85^d\ 7'$ coupant l'Ecliptique preſque dans le même lieu. L'Ob-

ſervation du 11 Decembre decline de ce grand cercle, & s'en éloigne de plus d'un degré du côté de l'Orient. Il croit que la trace de la Comete a commencé à ſe courber entre le 7 & le 11 Decembre.

Nous avions obſervé une ſemblable courbure dans la route de la Comete de l'an 1664 vers la fin de ſon apparition, & nous l'avions repreſentée dans les Ephemerides que nous en dreſſâmes. Elle nous parut analogue à la courbure que la route des Planetes ordinaires fait dans le terme de ſes directions & retrogradations. M. Manfredi trouva auſſi que la route de cette Comete coupa l'Equinoxial à $304^d 30'$ avec un angle de $81^d 20'$, d'où l'on voit que le mouvement de la Comete en aſcenſion droite fût contre la ſuite des ſignes, & ſon mouvement en longitude ſuivant la ſuite des ſignes, ce que l'on voit auſſi par les Obſervations de Paris.

Il donne enfin une Table des aſcenſions droites & des declinaiſons de la Comete réduites à la même heure par le calcul fondé ſur ſes Obſervations depuis le 25 Novembre juſqu'au 11 Decembre.

On peut ſur ce fondement chercher le Perigée de la Comete, qui tombe fort prés du lieu qu'on avoit déja déterminé par nôtre methode, ſuivant laquelle il ſe trouve un jour avant la premiere Obſervation de M. Manfredi. Nous avions obſervé celle de 1664 fort long-tems auparavant qu'elle arrivât à ſon Perigée, comme celle-cy aura pû être obſervée dans les païs plus meridionaux, ſur l'horizon deſquels elle paroiſſoit, lorſqu'en Europe elle étoit encore cachée ſous l'horizon.

La difference qu'il y a entre le nœud de la Comete déterminé par les Obſervations de Bologne & par celles de Paris, n'eſt pas plus grande que celle qui ſe trouve ordinairement dans les nœuds des Planetes ordinaires déterminées par divers Aſtronomes par des Obſervations faites avec plus de commodité. Il a fallu ſe contenter de celles que l'on a pû faire dans l'ouverture des nuages qui ont empêché d'obſerver ce Phenomene auſſi long-tems

à Paris qu'à Bologne, où elle a été vûë par la Lunete jusqu'au 13 de Janvier de cette année 1708. Nous avions observé celle de 1680 plus d'un mois aprés qu'elle avoit cessé de paroître à la vûë simple, dont nous donnâmes au public la route décrite parmi les étoiles fixes qui s'y rencontrerent; ce qui favorise la pensée que les Cometes cessent de paroître par leur grand éloignement de la Terre.

Les Observations faites en même tems à Paris & à Bologne, s'accordent aussi dans la direction de la route de la Comete vers les Poles de l'Ecliptique.

Comme les nuages ne nous ont jamais donné à Paris la commodité d'observer pendant la même nuit cette Comete à des heures aussi éloignées l'une de l'autre que nous aurions souhaité pour pouvoir entreprendre avec succés la recherche de sa parallaxe, nous nous remettons à ce que Mrs Manfredi & Stancari ont fait à Bologne là-dessus.

Cependant l'accord de toutes les Observations que M. Maraldi a examinées avec la Theorie, qui pendant le tems des Observations suppose le mouvement veritable à peu prés égal, quoique son mouvement apparent ait été en même tems fort inégal, & la correspondance de la variation de sa distance à la terre qui résulte de cette Theorie, font assez voir que pendant tout cet intervalle de tems ce mouvement n'a pas été moins regulier que celui des Planetes ordinaires, quoiqu'il se soit fait au travers de leur route avec un angle approchant de 84 degrés; ce qui pourroit donner lieu de juger qu'elle appartient à un autre Systême different de ceux des autres Cometes, dont la route n'a pas une si grande declinaison du Zodiaque que celle de cette derniere; de la maniere que les Satellites de Saturne sont dans un Systême different du Systême des Satellites de Jupiter, & font tous leurs cours particuliers par des cercles qui declinent du Zodiaque dix & onze fois plus que les cercles des Satellites de Jupiter, quoiqu'il ne soit qu'en-

viron deux fois plus éloigné du Soleil. Ce n'est pourtant pas une regle generale que les Planetes qui sont dans un Systême plus éloigné du Soleil ayent leur declinaison de l'Ecliptique plus grande que celles qui en sont plus proches. Le Systême des Satellites de Jupiter en est sans comparaison plus éloigné que celui de la Lune, & cependant il ne decline pas de l'Ecliptique plus de la moitié de la declinaison de la Lune.

Suite des Observations de la derniere Comete faites à Bologne, avec des reflexions. Par M. Maraldi.

1708. 5. Septembre.

Nous avons reçû la suite des Observations que Mrs Manfredi & Stancari ont faites de la derniere Comete depuis le 11 Decembre, où se terminent celles qu'ils ont envoyées dans le premier Memoire jusqu'au dernier jour de son apparition.

Le Ciel ayant été plus favorable à Bologne qu'à Paris, on en a continué les Observations presqu'un mois aprés que nous fûmes obligés par le mauvais tems de finir les nôtres; peut-être aussi que l'air étoit plus pur & plus propre pour l'observer à Bologne, car M. Stancari vit encore la Comete à la vûë simple le 13 Janvier, quoiqu'à Paris nous eussions déja beaucoup de peine à l'appercevoir le 22 Decembre précedent.

Depuis le 11 Decembre jusqu'au 17 Janvier, la Comete traversa les étoiles qui sont entre la constellation de la Fleche & celle du Cygne. Pour déterminer sa situation à l'égard de ces étoiles, on la comparoit à celles qui se rencontroient dans son parallele par la methode suivante. On mettoit une Lunete de 8 pieds dans une situation fixe, en la dirigeant à l'endroit du Ciel où devoit passer la Comete. 2°. On marquoit le tems de son entrée & de sa sortie par une ouverture circulaire qui étoit à son foyer. 3°. On observoit l'entrée & la sortie d'une étoile fixe par la même ouverture, & en changeant de situation de la Lunete, on faisoit passer l'étoile par le diametre de l'ou-

verture. On s'est servi de cette methode parcequ'on avoit de la peine à distinguer la Comete quand on éclairoit l'objectif pour observer son passage par les fils, n'ayant pas encore vû la construction du Micrometre dont il est parlé dans les Memoires de 1706.

Par ces Observations Mrs Manfredi & Stancari ont déterminé la difference d'ascension droite & de declinaison entre differentes fixes & la Comete; mais comme pour faire usage de ces Observations il faut sçavoir la situation de ces étoiles qui ne se trouvent point dans les Catalogues ordinaires, nous leur avons envoyé l'ascension droite & la declinaison de ces étoiles tirée de nôtre Catalogue, par le moyen desquelles ils ont trouvé l'ascension droite & la declinaison de la Comete comme dans la Table qui suit; d'où nous avons calculé la longitude & la latitude qui est à côté.

			Ascens. droite.		*Decl. Sept.*			*Longitude.*		*Lat. Sept.*	
Le 14 Dec. à	7^h	0′	299^d	50′	22^d	43′	♒	8^d	21′	42^d	18′
16	6	0			23	58					
20	7	0	298	46	25	35	♒	8	10	45	23
26	8	0	297	50	26	53	♒	7	28	46	48
1708. Janvier.											
1	7	30	297	11	27	52	♒	7	3	47	55
13	6	45	296	46	29	38	♒	7	15	49	42
17	6	20	297	3	29	39	♒	7	37	49	39

Aprés avoir comparé nos Observations avec les hypotheses de cette Comete établies dans les Memoires du mois de Decembre de l'année derniere, il nous reste à faire voir la conformité de ces mêmes hypotheses avec les Observations les plus exactes faites à Bologne, tant à l'égard de celles qui ont été faites en même tems que les nôtres, qu'à l'égard de celles qui ont été faites avant & aprés.

La premiere Observation que M. Manfredi fit de cette Comete fut celle du 25 Novembre. Il n'en pût déterminer exactement la situation que par raport à deux fixes

qui ſont ſeulement viſibles avec la Lunete, & dont il ne connoît pas la ſituation à l'égard des cercles de la Sphere. Nous avons cherché ces étoiles, & parmi un grand nombre qu'on en voit avec la Lunete en cet endroit du Ciel, nous n'en avons point trouvé qui ait plus de raport à la diſtance & tout enſemble à la ſituation que M. Manfredi leur donne, que deux petites étoiles qui ne ſont éloignées entr'elles en aſcenſion droite que d'une minute & un quart, & preſque 8 minutes en declinaiſon; ce qui convient aſſez bien à la diſtance d'environ 9′ que M. Manfredi leur donne. Ces deux étoiles ſont proche du parallele d'une étoile du Capricorne appellée *primà ex duabus auſtralibus ſub alvo*, que Bayer marque par ζ, & autour de laquelle on voit encore avec la Lunete deux autres étoiles un peu plus petites. Nous avons trouvé la difference d'aſcenſion droite entre cette plus belle étoile & la plus Septentrionale des deux avec leſquelles étoit la Comete de $9^d\ 40'\ 0''$, & la difference de declinaiſon de la plus Septentrionale des deux à l'égard de l'étoile ζ du Capricorne de $7'\ 20''$, dont l'étoile ζ eſt plus Septentrionale. L'aſcenſion droite de l'étoile ζ par nos Obſervations eſt $317^d\ 29'$, & ſa declinaiſon meridionale $23^d\ 39'$; donc l'aſcenſion droite de la petite étoile ſera $307^d\ 49'$, & ſa declinaiſon meridionale $23^d\ 46'\ 20''$. M. Manfredi remarque que le 25 Novembre à $6^h\ 23'$ la Comete touchoit preſque cette étoile; c'eſt-pourquoy le lieu de l'étoile ſera auſſi pour $6^h\ 23'$ le lieu de la Comete, d'où nous avons calculé ſa longitude en $40^d\ 15'$ d'Aquarius, avec une latitude auſtrale de $4^d\ 40'$.

Cette latitude étant ajoûtée à celle du 30 Novembre qui étoit de $18^d\ 54'$, & la ſomme étant ôtée de $52^d\ 25'$ diſtance de la Comete au Perigée le 30 Novembre, on aura $28^d\ 51'$ diſtance de la Comete au Perigée pour le 25 Novembre. Par les hypotheſes que nous avons établies dans le Memoire du mois de Decembre dernier, on trouve cette diſtance de $29^d\ 2'$, la difference entre cette Obſervation & l'hypotheſe eſt de 11 minutes.

Par

Par les Obſervations que M. Manfredi fit de la Comete le 27 Novembre à 6^{h} 41′ du ſoir, & qui ſont rapportées dans le Memoire précedent, nous avons trouvé ſon aſcenſion droite de 305^{d} 53′ 20″, ſa declinaiſon auſtrale de 10^{d} 11′ 50″, d'où nous avons calculé ſa longitude de 5^{d} 44′ d'Aquarius, avec une latitude ſeptentrionale de 8^{d} 56′. Cette latitude donne la diſtance de la Comete au Perigée de 42^{d} 27′, les hypotheſes la donnent de 42^{d} 31′, à 4 minutes prés de l'Obſervation.

Ayant comparé de la même maniere toutes les Obſervations les plus exactes faites à Bologne qui ont été calculées ſur la ſituation des étoiles fixes tirées de nos Obſervations, nous en avons trouvé cinq qui s'accordent avec les hypotheſes à 3 ou 4 minutes prés, outre ſix des nôtres qui s'accordent avec la même préciſion. Il y en a ſix qui s'y accordent à 10 ou 11 minutes prés, & il y en a deux qui en different de 22 & 24 minutes, comme eſt celle du 20 Decembre : mais cette Obſervation donne à la Comete une declinaiſon plus ſeptentrionale que celle que nous fîmes le 21 ; neanmoins le 20 elle devoit être plus meridionale que le 21, à cauſe que cette declinaiſon augmentoit d'un jour à l'autre. Cette difference peut venir de ce que l'étoile qui étoit proche du parallele de la Comete, vûë avec la Lunete, eſt compoſée de trois, comme nous l'avons dit dans le Memoire du mois de Decembre ; on aura comparé la Comete avec l'étoile la plus meridionale, & dans la détermination on ſe ſera ſervi de la ſeptentrionale, de laquelle nous avons envoyé ſeulement la ſituation.

Le mouvement apparent de la Comete qui ſuivant les hypotheſes étoit dans le Perigée de 10^{d} 25′, eſt toûjours allé en diminuant, de ſorte que depuis le premier Janvier juſqu'au 13, en 12 jours, il n'a été qu'un dégré & trois quarts. Par l'Obſervation du 13 Janvier comparée avec celle du 17 du même mois, il paroît que ſon mouvement avoit changé de direction ; car au lieu qu'auparavant il avoit été du Midy vers le Septentrion avec une latitude

qui augmentoit toûjours, le 17 elle avoit diminué de 4 minutes, & son cours étoit dirigé d'Occident en Orient, d'où l'on peut conjecturer qu'elle avoit été auparavant stationaire.

Cette station seroit arrivée plutôt qu'elle n'est representée par les simples hypotheses, qui ont été établies dans le Memoire du mois de Decembre.

On pourra examiner si cette anticipation, & la difference qu'il y a entre l'hypothese & la derniere Observation ne vient point de quelque inégalité causée par le mouvement du Soleil. En attendant cette difference ne doit pas paroître extraordinaire à ceux qui sçavent combien il est difficile de déterminer précisément par les hypotheses le temps de la station des Planetes.

Il est arrivé à cette Comete ce qui arrive à la plûpart des Planetes, & principalement à celles qui se meuvent dans un orbite qui ne comprend point la Terre. Leur mouvement apparent est plus vîte quand elles sont dans leur Perigée, elles deviennent ensuite stationaires, & aprés la station leur mouvement change de direction, comme a fait aussi cette Comete.

A l'égard de son apparence dans les derniers jours qu'elle a été visible, M. Stancari remarque qu'elle a paru toûjours de la même figure; mais sa grandeur apparente est allée en diminuant, aussi-bien que sa lumiere qui devint tres-foible, ensorte que le mois de Janvier elle ne fut visible à la vûë simple que jusqu'au 13, & le *soir du* 23 qui fut le dernier qu'elle pût être apperçûë par la Lunete, elle étoit si foible qu'il n'en pût déterminer la situation.

Ces Observations donnent lieu de croire que la Comete n'a pas cessé de paroître à cause de quelque changement physique qui lui est arrivé. Cette diminution de grandeur & de lumiere à mesure que son mouvement apparent devenoit plus petit, font plutôt croire que c'est son grand éloignement de la Terre qui l'a fait disparoître & perdre de vûë. L'hypothese qui represente assez

bien le mouvement de la Comete durant presque deux mois qu'elle a été visible, fait voir que dans ces dernieres Observations elle étoit 8 fois plus éloignée de la Terre que dans la premiere Observation du 25 Novembre.

ECLAIRCISSEMENS SUR LA CONSTRUCTION DES EGALITEZ.

PAR M. ROLLE.

ENtre les Methodes que l'on a publiées pour la construction des Egalitez, il y en a une qui seroit tres-commode, si l'on avoit pris soin d'en marquer les principales exceptions & d'en expliquer les difficultez. C'est pour faire voir en quoy consistent ces exceptions & comment on peut résoudre ces difficultez, que je proposeray icy des éclaircissemens sur cette Méthode. 1708. 11. Juillet.

On sçait, 1°. Que la construction des égalitez, est la maniere de les résoudre par la Geometrie, ou la maniere d'exprimer par des lignes droites toutes les racines qu'elles renferment; & qu'en cela on se sert de deux Courbes, ou d'une Courbe & d'une autre ligne droite.

2°. Que ces Courbes & cette ligne droite s'expriment par des égalitez indéterminées, que l'on appelle *Lieux Geometriques*: Que dans chacun de ces lieux, il ne doit y avoir que deux inconnuës.

3°. Que dans la Methode dont on se sert ordinairement pour construire les Egalitez de tous les degrez, les deux inconnuës sont les mêmes dans l'un & dans l'autre Lieu: Que l'on appelle *inconnuë principale* celle qui est commune aux deux Lieux & à l'Egalité que l'on veut construire: & que l'autre inconnuë est regardée comme *introduite* par la Methode.

4°. Que dans cette Methode le premier Lieu est donné ou pris à volonté, & qu'elle fournit toûjours le second Lieu en comparant le premier Lieu à l'Egalité que l'on se propose de construire.

5°. Que dans la même Methode les Courbes ou les droites exprimées par les lieux sont toûjours décrites sur un même axe & une même origine dans chaque construction : Que les parties de cet axe sont toûjours exprimées par l'inconnuë que la Methode introduit, & que d'ailleurs on suit la doctrine ordinaire des lieux pour la generation de ces Courbes & de ces lignes droites.

6°. Que de chaque point où se rencontrent les Courbes & les droites ainsi formées, on mene une appliquée sur l'axe generateur (qui est celui de l'inconnuë introduite), & que l'on prend toutes ces appliquées pour les racines de l'Egalité que l'on s'est proposé de construire: Que l'on suppose autant de differentes racines dans cette Egalité qu'il y a de points où les Courbes se rencontrent, & autant de points communs aux deux Courbes qu'il y a de racines.

On sçait, dis-je, que toutes ces conditions sont de la Methode dont on se sert ordinairement pour la construction des égalitez, qui est aussi la Methode que je me propose d'expliquer dans ce Memoire.

Outre ces conditions il y en a encore d'autres dans cette Methode qui ne regardent que l'élegance, ou des cas particuliers. On y a desiré que les lieux fussent du degré le plus simple, & c'est apparemment dans cette vûë que l'on prend ordinairement une inconnuë du premier degré pour l'inconnuë introduite du premier Lieu lorsque ce lieu est arbitraire, parcequ'il ne paroît rien d'ailleurs dans la Methode qui ait déterminé à faire ce choix. On peut voir aussi dans l'usage de cette Methode que l'on y combine le premier Lieu avec le second Lieu pour en déduire de nouveaux Lieux, & que l'on prépare ces nouveaux lieux pour en trouver d'autres qui soient les mêmes que des Lieux donnez; ce qui se fait d'une ma-

niere où il ſemble que le ſuccés tient en quelque maniere du hazard. Mais l'on ne s'en eſt ſouvent ſervi que pour le 3[e] ou le 4[e] degré; rarement pour le 5[e] & le 6[e] degré, & l'on s'eſt toûjours contenté du premier & du ſecond lieu pour les degrés plus élevez.

Ainſi pour la Methode priſe en general, on n'enviſagera icy que le premier lieu qu'elle ſuppoſe, & le ſecond lieu qu'elle fournit, ſans s'occuper de ce qui ſert à l'élegance ou aux abregemens. Nos Obſervations ne laiſſeront pas de ſervir pour l'uſage des Lieux qui réſultent des combinaiſons & des préparations, & pour la recherche des Lieux les plus ſimples.

On a obſervé dans cette Methode qu'en comparant le premier Lieu au ſecond Lieu pour faire évanoüir l'inconnuë qu'elle introduit, il doit en réſulter l'égalité que l'on veut conſtruire; en quoy on a eu raiſon. Mais cela ne ſuffit pas pour s'aſſurer du ſuccés de chaque conſtruction.

Il eſt vrai que l'on a propoſé comme des maximes generales pluſieurs conſéquences qui ſe tirent des dernieres conditions de la Methode, & que l'on y a fait de tacites ſuppoſitions que l'on regarde encore comme des maximes immuables; ce qui ſerviroit à la démontrer, ſi ces maximes avoient toute l'étenduë qu'on leur attribuë: mais on y trouve des exceptions conſiderables, & ces exceptions ſont telles, que quand on les connoît, on voit en même tems celles de la Methode. Ainſi, il ſuffit pour le deſſein de ce Memoire d'expoſer ces maximes generales, d'en faire connoître les exceptions, & de marquer comment on peut en réſoudre les difficultez. Voici un plan qu'il eſt bon de voir avant que de venir au détail.

Premieres Maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes ſe rencontrent n'eſt jamais plus petit que le nombre des racines de l'Egalité propoſée; & lorſque les Courbes ne ſe rencontrent en aucun point, toutes les racines ſont imaginaires.

Exceptions.

Il arrive en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est plus petit que le nombre des racines de l'Egalité proposée ; & il y a encore une infinité d'exemples de differens ordres, où les Courbes ne se rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait des racines réelles dans la proposée.

Secondes Maximes generales de la Methode.

Le nombre des points où les Courbes se rencontrent n'est jamais plus grand que le nombre des racines réelles de l'Egalité proposée ; & lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, les Courbes ne se rencontrent en aucun point.

Exceptions.

Il arrive en plusieurs exemples de tous les genres, que le nombre des poins où les Courbes se rencontrent est plus grand que le nombre des racines de l'Egalité proposée. A quoy il faut ajoûter que les Courbes peuvent se rencontrer en plusieurs points, lorsque toutes les racines de la proposée sont imaginaires, quand on se sert des Lieux dont il sera parlé cy-aprés.

Il peut même arriver par le concours des inconveniens que les Courbes se rencontrent en autant de points qu'il y a de racines dans l'égalité à construire, & qu'aucune de ces racines ne soit de celles qui viennent dans la construction. Ensorte que la Methode, en pareils cas, ne donne aucune des racines de cette égalité, & qu'elle en donne d'autres qui en ont les apparences.

Troisiémes Maximes generales.

Toute égalité qui a deux inconnuës est un Lieu geometrique qui exprime une Courbe ou une ligne droite.

Remarque. Cette maxime n'est point énoncée dans la Methode ; mais la Methode est conduite comme si la

maxime étoit une de ces choſes ſi generalement reçûës qu'il ne ſeroit pas permis d'en douter, & qu'il ſeroit inutile d'en parler quand on les ſuppoſe; de maniere qu'aprés avoir trouvé un lieu par cette Methode pour réſoudre des Egalitez fort compoſées, on regarde tout le reſte de la conſtruction comme poſſible, & ſouvent comme s'il n'y avoit aucune difficulté.

Exceptions.

Il peut arriver que le premier Lieu ſoit imaginaire, ou qu'étant réel il n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Non-ſeulement cela peut arriver au premier Lieu quand il eſt donné ou pris à volonté; mais cela arrive ſouvent au ſecond lieu que la Methode fournit, & même dans des cas où le premier lieu eſt revêtu des conditions qui paroiſſent les plus avantageuſes.

Voici une Liſte d'Egalitez à conſtruire, & une autre Liſte des Lieux que l'on peut propoſer pour cette conſtruction, avec des Remarques ſur les differens effets qu'elle produit, où l'on peut voir pluſieurs exemples des exceptions que je viens de marquer.

Liſte des égalitez à conſtruire.

A. $x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0$.
B. $x^5 + 3a^4x - 4a^5 = 0$.
C. $x^6 - 2mrx^4 - 4armx^3 + 2mmrrxx + 8aammrr + gcd^4 = 0$.
D. $x^{12} + h^{10}xx - nh^{10}x + nnh^{10} = 0$.
E. $x^8 + n^6xx \pm n^7x - n^6 = 0$.
F. $x^6 - 4aax^4 - 8a^3x^3 + 8a^4xx + 32a^6 = 0$.
G. $x^3 + axx - bnx - abn = 0$.
H. $x^6 - hhx^4 - hhcx^3 - bhhx^3 + bh^4x + bch^4 = 0$.
I. $x^{20} + aaccnnx^{14} - 3a^4ccnnx^{12} + aannc^4x^{12} + a^6c^3n^3x^8 - 3a^6c^4n^4x^6 - 3a^6c^6n^4x^4 + a^8c^5n^5xx + n^5c^7a^8 = 0$.

Liſte des lieux donnez pour la conſtruction des égalitez précedentes.

K. $x^3 + ayy = 0$.

L. $x^3 - 2aay + ayy = 0.$
M. $x^3 - 4aay + ayy = 0.$
N. $2x^3 - 3aay + y^3 = 0.$
O. $x^3 - 2aay + y^3 = 0.$
P. $2x^3 - 12aay + y^3 = 0.$
Q. $x^3 - 27aay + y^3 = 0.$
R. $yx^3 - 63a^3x + 62a^4 = 0.$
S. $x^3 - ayy = 0.$
T. $xx - ay = 0.$
V. $x^3 - bby = 0.$
X. $yyxx - a^3x + 4a^4 = 0.$
Y. $x^4 - 4nnyy + 2a^4 = 0.$
Z. $x^4 - acny = 0.$

Remarques. Si l'on ſe propoſe l'égalité *A*, & que pour la conſtruire on prenne ſucceſſivement les Lieux *K*, *L*, *M*, *N*, *O*, *P*, *Q*, on trouvera en y appliquant la Methode que tous les effets ſont differens.

En prenant le lieu *K*, les Courbes ne ſe recontreront en aucun point.

En prenant le lieu *L*, les Courbes ne ſe rencontreront qu'en un ſeul point.

En prenant le lieu *M*, les Courbes ſe rencontreront en deux points.

En prenant le lieu *N*, les Courbes ſe rencontreront en trois points.

En prenant le lieu *O*, les Courbes ſe rencontreront en quatre points.

En prenant le lieu *P*, les Courbes ſe rencontreront en cinq points.

En prenant le lieu *Q*, les Courbes ſe rencontreront en ſix points.

On peut trouver par differens Lieux la même multiplicité des points. On verra, par exemple, que les Courbes ſe rencontrent en trois points quand on prend le lieu *R* pour conſtruire l'égalité *A*, que les Courbes ſe rencontrent en quatre points lorſque l'on ſe ſert du lieu *S* pour la même égalité *A*. En quoy l'on aura occaſion d'obſerver

d'observer que cela arrive tout autrement que par les lieux *N* & *O*; quoique le nombre des points où les Courbes se rencontrent soit dans l'usage de *N*, *O*, le même que dans l'usage de *R*, *S*.

On verra aussi que parmi toutes ces constructions il n'y en a aucune où l'on ne trouve un défaut considerable. Mais si l'on prend le lieu *T* ou bien le lieu *V* pour construire la même égalité *A*, les constructions seront conformes au dessein de la Methode. On trouvera que les deux Courbes se coupent en deux points dans ces deux constructions, & que chacune donne les deux racines de cette égalité.

Si l'on prend le lieu *X* pour construire la même égalité *A*, les Courbes ne se rencontreront qu'en un seul point, & la racine qu'elles donneront ne sera point de cette égalité.

En prenant ce même lieu *X* pour construire l'égalité *B*, les Courbes ne se rencontreront qu'en un seul point, & il n'y a aussi qu'une racine réelle dans cette égalité; mais l'appliquée du point où se fait la commune rencontre des Courbes n'est pas la valeur de cette racine. Ensorte que la Methode ne la donne pas, & qu'elle en donne une autre que l'égalité *B* ne renferme point.

Si l'on prend encore le lieu *X* & que l'on veüille s'en servir pour construire l'égalité *D*, les Courbes se rencontreront; & neanmoins cette égalité *D* ne renferme que des racines imaginaires.

Quand on prend le lieu *V* pour construire les égalitez *C*, *D*, on trouve dans chacun de ces Exemples que le second lieu est imaginaire.

Et prenant encore *V* pour construire l'égalité *F*, le second lieu se trouve réel, & n'exprime ni Courbe ni ligne droite.

Si l'on se sert du lieu *Y* pour construire l'égalité *E*; alors le second Lieu que fournit la Methode se trouvera imaginaire, quoique le premier Lieu exprime une Courbe, & qu'il y ait deux racines réelles dans la proposée *E*.

On verra d'autres varietez dans les exceptions de la Methode, si l'on prend le lieu *T* pour construire l'égalité *G*; le lieu *V* pour construire l'égalité *H*, & le lieu *Z* pour construire l'égalité *I*.

Ces exemples feront voir à ceux qui prendront la peine d'y appliquer cette Methode, que ces exceptions sont effectives, & qu'elles viennent de differentes causes. Mais pour en connoître toute l'étenduë & toutes les varietez, il faut descendre dans un détail considerable. Il y a des exceptions qui ont du rapport à la doctrine des lieux: il y en a d'autres qui viennent des racines superfluës qui s'introduisent dans l'évanoüissement des inconnuës. Mais les exceptions les plus considerables, & dont la cause est moins évidente, viennent de ne pas faire assez d'attention aux limites de l'égalité proposée, & aux limites des lieux dont on veut se servir pour la construire; & ce sont aussi principalement ces sortes d'exceptions que je tâcheray d'expliquer dans ce premier Memoire. Je ne parleray icy des autres exceptions que dans les Remarques, & je ne m'arrêteray point à celles qui n'empêchent pas de trouver les racines que l'on cherche. Que les lieux ne fournissent que des lignes droites, ou des Courbes plus simples que celles qui sont indiquées par le degré des inconnuës. Que les Courbes se coupent quand on croit qu'elles se touchent, ou qu'elles se touchent quand on croit qu'elles se coupent: de tels inconveniens, quand ils sont seuls, n'empêchent pas de trouver les racines, & c'est aussi pour cela qu'on les a destinez à un autre Memoire. Voici une suite d'articles pour les principales exceptions.

Article I. Je me propose dans ce premier Article d'expliquer les principales exceptions des premieres maximes generales dont j'ay parlé dans mon préliminaire. Pour cela, il faut faire voir qu'il y a des cas generaux où les Courbes ne se rencontrent en aucun point, quoiqu'il y ait plusieurs racines réelles dans l'égalité que l'on se propose de construire, & faire voir aussi qu'en d'autres cas

le nombre des racines de la proposée surpasse le nombre des points où les Courbes se rencontrent. D'où il sera facile de conclure que dans tous ces cas la Methode en question ne donne pas toutes les racines qu'elle promet, & que souvent elle n'en donne aucune. C'est-là une de ces recherches où il est comme necessaire de joindre des exemples aux recits & aux raisons pour se rendre intelligible.

Premier Exemple.

Soit proposée l'égalité marquée Ω.

$$\Omega. \quad x^6 + 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que pour la construire le premier lieu soit celui que l'on voit icy en *S*.

$$S. \quad x^3 = ayy.$$

Pour trouver le second lieu, selon la Methode, il faut prendre dans *S* la valeur de la plus haute puissante de x, & la substituer dans la proposée Ω. C'est à dire, qu'il faut prendre ayy qui est la valeur de x^3 pour avoir son quarré aay^4, & substituer ce quarré dans la proposée à la place de x^6; ce qui donne le second lieu marqué Δ.

$$\Delta. \quad aay^4 + 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

D'où l'on tire $x = \frac{y^4 + 62a^4}{-63a^3}$.

Il faut aussi, selon la Methode, que les Courbes exprimées par *S* & par Δ soient formées sur un même axe & une même origine, comme dans la premiere Figure.

En cela, on peut se servir des calculs que j'ay mis icy. Le calcul pour le lieu *S* est celui que l'on voit dans les colonnes *D*. *E*. Et le calcul pour le lieu Δ est dans les colonnes *F*. *G*.

S. $x^3 = ayy$.		Δ. $x = \frac{y^4 + 62a^4}{-63a^3}$.	
D.	*E*.	*F*.	*G*.
$y = 0$ donne	$x = 0$.	$y = 0$ donne	$x = \frac{-62a}{63}$.
$y = a$	$x = a$.	$y = a$	$x = -a$.
$y = 2a$	$x = a\sqrt[3]{4}$.	$y = 2a$	$x = -\frac{26a}{21}$.

D.	*E.*	*F.*	*G.*
$y = 2a\sqrt[2]{2}$	$x = 2a.$	$y = 2a\sqrt[2]{2}$	$x = -2a.$
$y = 3a$	$x = a\sqrt[3]{9}.$	$y = 3a$	$x = \frac{-143a}{63}.$
$y = 8a$	$x = 4a.$		
$y = -a$ donne	$x = a.$	$y = -a$ donne	$x = -a.$
$y = -2a$	$x = a\sqrt[3]{4}.$	$y = -2a$	$x = \frac{-26a}{21}.$
$y = -2a\sqrt[2]{2}$	$x = 2a.$	$y = -2a\sqrt[2]{2}$	$x = -2a.$
$y = -3a$	$x = a\sqrt[3]{9}.$	$y = -3a$	$x = \frac{-143a}{63}.$
$y = -8a.$	$x = 4a.$		

Il faut encore, ſelon la Methode, que l'axe generateur des deux Courbes ſoit celui des y. Ainſi les parties de l'axe *AB* (*Fig.* 1.) doivent être exprimées par les valeurs de y, & dans tout le reſte on doit ſuivre la doctrine ordinaire des lieux.

Selon cette doctrine, ayant pris depuis l'origine *O* vers *B* & au deſſous, pour les parties poſitives de y, les valeurs negatives de cette inconnuë ſeront neceſſairement depuis *O* vers *A* & au deſſus.

Pareillement les appliquées poſitives (qui ſont les valeurs affirmatives de x) étant placées du côté de *C*, *D*, comme *AC*, *BD*; les valeurs negatives de la même inconnuë doivent être de l'autre côté de l'axe, comme *AE*, *BF*. Alors la Courbe exprimée par le premier lieu ſera placée comme on la voit en *COD*, & la Courbe que fournit le ſecond lieu ſera dans la ſituation indiquée par *EGF*.

Cela poſé, on verra que ces deux paraboles ne ſe rencontrent en aucun point, de maniere qu'elles ne peuvent ni ſe couper ni ſe toucher; & que ſi on les avoit placées d'une autre maniere ſelon la liberté que donne la ſaine doctrine des lieux, ces Courbes tendroient toûjours de plus en plus à s'éviter à meſure que l'on en pourſuivroit la generation. Ainſi il n'eſt pas poſſible qu'elles ſe rencontrent quand on ſuit la Methode, ni par conſéquent

qu'elles donnent les racines de l'égalité Ω que l'on se proposoit de construire. D'où il faudroit conclure, selon cette Methode, que cette égalité ne renferme que des racines imaginaires. Cependant l'Algebre y découvre deux racines réelles, l'une est $-a$, l'autre $-2a$. Ce qui est facile à verifier par la substitution ou par la division.

Raisons prises de l'Analyse.

Il est évident par la generation de ces Courbes que la premiere n'a point d'appliquées negatives, & il est encore évident ou facile de prouver que l'égalité proposée ne renferme que des racines negatives. Ainsi cette Courbe ne peut pas servir à exprimer ces racines avec les conditions que l'on demande. Mais il faut s'ouvrir une voye plus generale pour prévoir de semblables inconveniens & pour s'en assurer : ce qui se peut faire comme on le va dire.

Dans le détail que l'on a fait icy des principales conditions de la Methode, on a vû, 1°. Que le premier & le second lieu expriment un Problême déterminé. 2°. Que la construction se fait sur ce Problême, comme si l'égalité que l'on se propose de construire n'en étoit pas. 3°. Qu'afin que la construction du Problême emporte avec soy la construction de l'égalité proposée, il faut que toutes les solutions dont cette égalité est capable soient comprises parmi les solutions de ce Problême. D'où il suit qu'en substituant les racines de l'égalité proposée dans le Problême qu'expriment les lieux à la place de l'inconnuë principale, ils doivent demeurer réels ; ensorte que si l'un ou l'autre devient imaginaire aprés cette substitution, les racines substituées ne peuvent pas servir à résoudre le Problême exprimé par ces lieux, ni par conséquent se trouver dans la construction, puisqu'elle n'a été faite que pour ce Problême.

Or les racines de l'égalité proposée Ω sont $-a$ & $-2a$, & ces deux racines étant substituées dans le lieu S, l'une & l'autre substitution le rend imaginaire. Car la premiere donne $y = \sqrt[2]{-aa}$, & la seconde donne $y = \sqrt[2]{-8aa}$.

Ainſi ces deux racines ne peuvent pas ſervir à réſoudre le Problême qu'expriment S & Δ, ni par conſéquent ſe trouver dans une conſtruction qui n'a été faite que pour ce Problême & qui ne renferme rien de plus.

Remarques & conſéquences. Delà on peut voir qu'en introduiſant dans une Egalité autant de racines negatives qu'on voudra, on n'en trouveroit jamais aucune par cette Methode, ſi l'on ſe ſervoit du Lieu S ou de tout autre Lieu qui ne fourniroit point d'appliquées negatives ; & il eſt évident auſſi qu'en ſubſtituant des quantitez negatives telles qu'on voudra à la place de l'inconnuë principale dans ce Lieu S, il ſe trouvera toûjours imaginaire aprés la ſubſtitution.

Tout le contraire arriveroit ſi l'Egalité que l'on veut conſtruire avoit des racines poſitives exprimées par x, & qu'on voulut ſe ſervir pour la conſtruire du Lieu $x^3 + ayy = 0$, ou de tout autre Lieu dans lequel cette inconnuë x n'auroit point de valeurs poſitives, ou qui deviendroit toûjours imaginaire en y ſubſtituant des Quantitez poſitives à la place de x ; enſorte que ſi la Propoſée n'avoit que des racines réelles poſitives, la Methode feroit croire que toutes ces racines ſont imaginaires. On indiquera une voye qui eſt encore plus generale pour ces Recherches dans les Remarques de l'Exemple ſuivant.

Second Exemple.

Si l'on ſe propoſe de conſtruire l'égalité Σ.

$$\Sigma \quad x^8 - 255a^7x + 254a^8 = 0.$$

Et que le premier lieu ſoit Ψ.

$$\Psi. \quad x^4 = a^3y - aayy.$$

Alors le ſecond Lieu que fournit la Methode ſera comme on le voit en Π.

$$\Pi. \quad a^6yy - 2a^5y^3 + a^4y^4 - 255a^7x + 254a^8 = 0.$$

D'où l'on tire $x = \frac{\overline{254a^4 + ay - yy}^2}{255a^3}$.

Et conſtruiſant les Courbes que ces Lieux expriment ſur un même axe OC & une même Origine O, l'effection

geometrique se fera comme dans la seconde Figure. Le premier lieu ne fournira que la feüille *ONPV*, & le second lieu donnera la Courbe indéfinie *QSHTL*. Et ces deux Courbes ne se couperont ni ne se toucheront en aucun point, comme il paroît par la Figure.

Ainsi la construction ne donnera aucune racine. D'où il faudroit conclure, selon la Methode, que toutes les racines de l'Egalité proposée Σ sont des racines imaginaires. Cependant cette Egalité renferme deux racines réelles & positives; l'une est $+a$, & l'autre $+2a$. Ce qui se verifie aisément par les substitutions ordinaires.

Raisons & Remarques.

En substituant les racines a & $2a$ dans le premier Lieu, on verra d'abord que cette substitution rend ce Lieu imaginaire, & que par conséquent ces racines ne doivent point se trouver dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Pour avoir une idée plus generale de ces inconveniens, il faudroit rappeller icy les deux Methodes que je donnay en l'année 1699. dans un volume in-4°. pour la résolution des Egalitez indéterminées. Selon ces Methodes on trouve les limites des inconnuës dans un Lieu quelconque. Ainsi elles donneront les limites de l'inconnuë principale dans les Lieux dont il est icy question; & comparant ces limites à celles de l'Egalité que l'on veut construire, on verroit si les racines de cette Egalité peuvent se trouver dans la construction, & quelles conditions doivent avoir les racines de toute autre Egalité à construire pour se trouver dans l'effection geometrique. Pour cela, il faut un détail destiné à un autre Memoire. En attendant voici à l'occasion de ce dernier Exemple quelques Remarques où l'on pourra voir que l'exception dont il s'agit est d'une grande étenduë.

Les limites de x dans l'Egalité indéterminée Ψ sont marquées *VC* & *NC* dans la seconde Figure, & ces limites s'expriment en termes algebriques, comme on les voit icy $+a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$. $-a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$.

Toutes les valeurs au deſſus de la premiere limite (telles que $+a$. $+2a$. &c.) étant ſubſtituées à la place de x dans le Lieu Ψ, ne donneront que des valeurs imaginaires pour y. Ce qui eſt facile à prouver dans cet Exemple.

De même toutes les valeurs au deſſous de la ſeconde limite (comme $-a$. $-2a$. &c.) étant ſubſtituées dans le Lieu Ψ, ne donneront auſſi que des valeurs imaginaires pour y.

Enſorte que pour trouver les racines d'une Egalité par la Methode dont il s'agit & par le Lieu Ψ, il faudroit que les racines de cette Egalité ne fuſſent pas plus grandes que la premiere limite, ni au deſſous de la ſeconde limite. Ainſi l'intervale indéfini qui renferme tout ce qui eſt au deſſus de la premiere limite, & l'intervale indéfini qui comprend tout ce qui eſt au deſſous de la ſeconde, ſont icy la meſure des exceptions dans le cas propoſé.

Si l'on veut un Exemple ſur cela d'une Egalité à conſtruire dans laquelle il y ait des racines poſitives & des racines negatives, on peut ſe propoſer l'Egalité $x^8 - 85a^7x - 86a^8 = 0$, dont les racines réelles ſont $+2a$ & $-a$. Alors en prenant le Lieu Ψ, ou un Lieu au cercle comme $xx = ay - yy$, ou bien un Lieu à l'Ellipſe tel que $xx = ay - 2yy$ pour conſtruire cette Egalité par la Methode dont il s'agit, on trouvera que les Courbes ne ſe rencontrent en aucun point. Donc, &c.

Troiſiéme Exemple.

Que la propoſée ſoit A.

$$A. \quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu ſoit L.

$$L. \quad x^3 - 2aay + ayy = 0.$$

Alors le ſecond Lieu ſera comme on le voit icy en Υ.

$$\Upsilon. \quad \overline{ayy - 2aay}^2 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

D'où l'on tire $x = \frac{62a^4 + \overline{yy - ay}^2}{63a^3}$.

Et formant les Courbes qu'expriment ces Lieux L, Υ, on trouvera qu'elles ne ſe rencontrent qu'en un ſeul point.

Ainſi

Ainſi la conſtruction ne peut pas donner les deux racines de l'Egalité propoſée. On verra auſſi qu'elle donne une de ces racines, & qu'elle ne donne pas l'autre.

Raiſons & Remarques. Nous avons déja obſervé que la conſtruction donne toutes les valeurs de x qui conviennent à l'un & à l'autre Lieu. D'où il ſuit que la même conſtruction donne les racines de l'Egalité propoſée, lorſque ces racines ſont des valeurs de x qui conviennent à chaque Lieu. Or $+a$ eſt une des racines de l'Egalité propoſée, & cette racine convient à l'un & à l'autre Lieu. Car en la ſubſtituant dans tous les deux à la place de x, on trouve des racines égales pour y qui ſont réelles, & qui ſont les mêmes dans chacun de ces Lieux. Donc $x = a$ eſt une racine de l'Egalité propoſée qui ſe trouvera dans la conſtruction.

De plus, la conſtruction ne donnera cette racine qu'une ſeule fois: parceque la ſubſtitution de a à la place de x n'ayant donné pour y que des valeurs égales communes à l'un & à l'autre Lieu, il eſt évident par la generation des Courbes & par les conditions de la Methode dont il s'agit, que toutes ces valeurs de y ne fourniront qu'une ſeule abſciſſe, & que cette abſciſſe ne peut donner pour $x = a$ qu'une ſeule appliquée commune à ces deux Courbes. On démontrera dans une Theorie reguliere qu'il ſuffit de ſubſtituer les racines de l'Egalité propoſée dans le premier Lieu pour ſçavoir ſi la conſtruction les donnera, & combien de fois elles s'y trouveront.

Dans l'Egalité A que l'on s'eſt propoſé de conſtruire, il y a une autre racine qui eſt $2a$; & ſubſtituant cette racine dans le premier Lieu, la ſubſtitution le rend imaginaire. Ainſi, elle ne convient pas au Problême qu'expriment les Lieux, & par conſequent ne peut ſe trouver dans la conſtruction.

Ces Remarques font voir que la Methode donne la racine qui eſt compriſe entre les limites des Lieux qui fourniſſent des racines réelles, & que la Methode ne donne pas la racine qui n'eſt point compriſe entre ces limites.

Ce qui arrive auſſi à un grand nombre d'exemples de tous les genres dans de pareilles circonſtances.

On peut remedier aux inconveniens de ce premier article par la voye des limites, & par des formules que j'ay données dans le Journal des Sçavans du 14. Septembre 1693. au ſujet d'une recherche qui a du rapport à celle-cy. On peut encore y remedier en tranſpoſant les deux axes generateurs de la Courbe que fournit le premier Lieu, lorſque cette tranſpoſition eſt permiſe, enſorte que les limites des racines que l'on veut trouver ſoient compriſes dans une ſuite non interrompuë des appliquées d'un nouvel axe. Ce qui ſuppoſe la Methode des Caſcades algebriques & celles que je donnay en l'année 1699. pour réſoudre les Queſtions indéterminées. Mais il faut obſerver pour l'uſage de ces dernieres Methodes que ſi le Lieu propoſé étoit affecté de pluſieurs ſignes radicaux, il ſeroit ſouvent neceſſaire de les faire évanoüir pour en trouver les limites. Soit que l'on veüille y diſtinguer le réel de l'imaginaire, ou tracer la Courbe qu'il exprime, ou faire un choix des inconnuës pour l'effection geometrique. Il y a même des cas où il eſt bon de faire évanoüir le ſigne radical d'un Lieu, quoique ce ſigne ſoit ſeul dans ce Lieu. Par exemple, ſi l'on avoit une Egalité à conſtruire, & que l'on eût auſſi pour le premier Lieu

$$y = b + \sqrt[3]{\frac{\overline{xx - 2ax + aa - bb}^{2}}{a}}.$$

dans lequel $\sqrt{}$ eſt appliqué au numerateur & au dénominateur. Alors il ſeroit bon d'en faire évanoüir ce ſigne cubique quand on veut ſçavoir laquelle des deux inconnuës on doit prendre pour l'inconnuë principale. Ce ſigne ayant diſparu, on aura

$$\begin{array}{l} x^4 - 4ax^3 + 6aaxx - 4a^3x + a^4 = 0 \\ \quad - ay^3 - 2bbxx + 4abbx - 2aabb \\ \quad + 3abyy - 3abby + b^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + ab^3 \end{array}$$

Et cherchant les limites de ce Lieu ſous cette derniere forme, ces limites feroient voir qu'en prenant y pour l'in-

connuë principale, on tomberoit ou dans des inconveniens que l'on a marqués dans le premier article, ou dans des inconveniens que l'on verra dans le second article, & que l'on éviteroit tous ces inconveniens si l'on prenoit x pour l'inconnuë principale, c'est à dire, pour l'inconnuë qui est commune à chacun Lieu & à l'Egalité proposée, comme on l'a marqué cy-dessus.

Article II. Pour expliquer les secondes exceptions de la Methode, il faut faire voir que bien souvent le nombre des points où les Courbes se rencontrent surpasse de beaucoup le nombre des racines de l'Egalité à construire. Voici des Exemples avec des Preuves & des Remarques, où l'on pourra voir la cause la plus generale de cet inconvenient.

Premier Exemple.

Que l'Egalité proposée soit celle qu'on voit icy en *A*.

$$A. \quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit $x^3 = ayy$. Alors le second Lieu sera comme il est icy en Φ.

$$\Phi. \quad x = \frac{y^4 + 62a^4}{63a^3}.$$

La Courbe qu'exprime le premier Lieu est *BDOGK* (*Fig.* 3.)

La Courbe du second Lieu est *BDEGK*.

Formant ces deux Paraboles sur un même axe *AH* & une même Origine *O*, elles se couperont aux quatre points *B*, *D*, *G*, *K*; d'où il faudroit conclure, selon la Methode, que les quatre appliquées *AB*, *CD*, *FG*, *HK*, sont quatre racines differentes de l'Egalité *A*. Cependant il n'y a que deux racines réelles dans cette Egalité: l'une $+a$, l'autre $+2a$. Elles se trouvent dans la construction, parcequ'elles sont comprises dans les limites de x qui renferment des racines réelles. Mais chacune s'y trouve deux fois, parceque chacune est deux fois entre ces limites.

Raisons & Remarques. En substituant $+a$ à la place de y dans le lieu $x^3 = ayy$ & dans le lieu Φ, l'une & l'autre substitution donnera $x = a$.

Subſtituant $-a$ à la place de y dans les mêmes Lieux, les deux ſubſtitutions donneront encore $x = a$. Ainſi $x = a$ vient de $y = +a$ & de $y = -a$. Mais ſelon la doctrine des lieux $y = a$ & $y = -a$ expriment deux abſciſſes differentes dans l'axe des y, telles que OF, OC, de nôtre Exemple, & chacune de ces abſciſſes par la même doctrine donne $x = a$ pour ſon appliquée dans l'une & dans l'autre Courbe. Donc la racine $x = a$ ſera deux fois l'expreſſion d'une appliquée commune aux deux Courbes : l'une ſera comme GF, l'autre comme DC.

Pareillement $+2a\sqrt{2}$, & $-2a\sqrt{2}$ étant ſubſtituées à la place de y dans les Lieux $x^3 = ayy$ & Φ, les deux ſubſtitutions donneront $x = 2a$. Ainſi ces deux Lieux ont deux abſciſſes $+2a\sqrt{2}$, $-2a\sqrt{2}$, qui fourniſſent une même appliquée $2a$ commune aux deux Courbes : & cela en deux endroits differens, puiſque les abſciſſes ſont differentes. Ainſi, les Courbes doivent ſe rencontrer en deux points, comme B, K, pour la ſeule racine $+2a$. Et chacune de ces appliquées doit être la valeur de cette racine.

En cela, il faut obſerver les effets réciproques de l'operation, & l'on verra que la ſubſtitution de $+a$ & de $-a$ à la place de y, ayant donné $x = a$ dans chaque Lieu, il faut neceſſairement que la ſubſtitution de a à la place de x dans les mêmes Lieux donne $y = a$ & $y = -a$.

D'où il paroît que ſi une racine quelconque d'une Egalité à conſtruire, étoit ſubſtituée dans les Lieux dont on veut ſe ſervir à la place de l'inconnuë principale, & que la ſubſtitution donnât, par exemple, trente valeurs de l'inconnuë y qui fuſſent les mêmes dans chaque réſultat, les Courbes ſe rencontreroient en trente endroits pour cette ſeule racine. Ce qui produiroit une apparence dans la conſtruction de trente racines differentes. On verra dans la ſuite que cet inconvenient eſt encore plus general que ceux du premier Article.

Second Exemple.

La proposée est encore l'Egalité *A*.

$$A. \quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Je prends pour le premier Lieu celui qui est icy marqué *Q*.

$$Q. \quad x^3 - 27aay + y^3 = 0.$$

Alors le second Lieu sera comme en Ξ.

$$\Xi. \quad x = \frac{62a^6 + \overline{27aay - y^3}^2}{63a^5}.$$

Formant les Courbes selon la doctrine des Lieux, la premiere de ces Courbes sera *BDPOFδKMXY* (*Figure* 4.) & la seconde *BDTQNFHSKMZ*. Ces deux Courbes placées sur un même axe & une même origine, comme le prescrit cette Methode, se couperont en *B*, *D*, *F*, *H*, *K*, *M*. Ainsi, il faudroit conclure, selon la Methode, que l'Egalité *A* renferme six racines differentes, & neanmoins l'on a vû qu'elle n'en renferme que deux.

Les deux racines de l'Egalité à construire sont a & $2a$.

La Racine a est exprimée par *CD*, *EF*, *LM*.

La Racine $2a$ est exprimée par *AB*, *GH*, *IK*.

Ainsi chacune de ces Racines se trouve trois fois dans la construction.

On trouvera aussi en substituant a & $2a$ à la place de x dans les Lieux *Q*, Ξ, que chaque substitution donne trois valeurs de y communes à tous les deux. Ce qui fournit pour chaque racine trois abscisses communes aux deux Courbes. D'où il suit que chacune de ces racines doit se trouver trois fois dans l'effection geometrique, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple.

Remarques. On voit que le surcroît des points où les Courbes se rencontrent dans le cas proposé, vient de ce que plusieurs valeurs de l'inconnuë introduite donnent une même valeur de l'inconnuë principale, & il est clair que cela arrive fort souvent lorsque cette inconnuë introduite est capable de differentes valeurs réelles dans le premier Lieu à chaque fois qu'on détermine l'autre inconnuë. Ainsi, la connoissance des limites est encore ne-

cessaire icy pour voir l'étenduë de l'inconvenient, & pour n'y être pas trompé. Car l'on verroit par cette voye quels sont les endroits de la construction où se fait la repetition des racines, & l'on pourroit abreger l'operation, parce que l'on pourroit ne pas former les portions de Courbes qui leur répondent.

On pourroit encore remedier à cet inconvenient & à tous les autres inconveniens de la Methode par des voyes déja reçûës, si l'on vouloit faire quelques changemens aux conditions qui sont particulieres à cette Methode. C'en est une de comparer le premier Lieu à l'Egalité proposée pour en tirer le second Lieu ; & quand on ne veut pas toûjours s'assujetir à cette condition, on peut remedier à plusieurs inconveniens considerables de la même Methode, en y introduisant une partie d'une Methode plus generale que j'ay donnée au public l'année 1691 dans un volume in-8° pour résoudre les Egalitez par la Geometrie. Il semble aussi que de sçavans Geometres ayent voulu allier ces deux Methodes ; mais il est certain ou du moins constant qu'ils ont voulu faire servir celle de l'année 1691 pour perfectionner la Methode en question dans la recherche des Lieux les plus simples. Le projet en est bon, mais il est bon aussi de sçavoir qu'il y a un raport necessaire entre ce projet & la plûpart des inconveniens dont nous avons parlé. Voici des Observations pour résoudre une partie des difficultez qui sont attachées à cette recherche, & pour y découvrir d'autres difficultez ausquelles l'on n'a peut-être pas pensé.

Le cas où il y a le moins de difficulté est celui où les coëfficiens de l'un & de l'autre Lieu sont tout à fait arbitraires. Cependant l'on a éprouvé qu'il n'étoit pas facile avec cette condition de trouver les Lieux où les inconnuës ont le moins de dimensions, quand il s'agit de construire une Egalité quelconque du seiziéme degré, comme l'Egalité marquée *RR*.

RR. $x^{16} + nx^{15} + px^{14} + qx^{13} + rx^{12} + mx^{11} + \&c. = 0$.

Voici comment on peut trouver ces Lieux. On sçait

par la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 65. 66. que les inconnuës ne doivent avoir que quatre dimenſions dans l'un & l'autre Lieu pour conſtruire l'Egalité *RR*. On ſçait auſſi par la même Methode art. 4. pag. 62. 63. que tous les coëfficiens doivent d'abord être repreſentez par des indéterminées pour exprimer les differentes manieres de conſtruire l'Egalité propoſée, & que l'on doit en faire un choix ſelon ce qui a été dit dans cette Methode art. 11. pag. 94. 95. Enſorte que l'on peut prendre pour la propoſée *RR* les Lieux indéterminez que l'on voit icy en *SS* & en *TT*.

SS. $y = x^4 + zx^3 + sxx.$

TT. $$\begin{aligned} ay^4 &+ bxy^3 + gxxyy + dx^3y + tx^3 = 0. \\ &+ cy^3 + hxyy + kxxy + vxx \\ &+ fyy + lxy + \lambda x \\ &+ \delta y + \Pi \end{aligned}$$

Pour déterminer ces Lieux on forme une ſuite d'Egalitez auxiliaires comme dans la Methode de l'année 1691. pag. 73. La ſolution du Problême que repreſentent ces Egalitez détermine les Lieux ſuppoſez, & l'on voit par la même Methode, ou par la Methode des indéterminées de l'année 1699, ou par des indices d'ailleurs fort manifeſtes, ſi les Lieux ainſi déterminez ont les conditions qu'ils doivent avoir. Dans nôtre Exemple la ſolution du Problême auxiliaire fait voir qu'il faut préparer l'Egalité *RR*, & que pour faire cette préparation il faut réſoudre une Egalité déterminée du cinquiéme degré. Alors les Lieux *SS*. *TT* ſeront formez ſur un même axe & une même origine, comme on le deſire dans la Methode en queſtion, & ils n'auront aucun des inconveniens de cette Methode dont nous avons parlé dans nôtre préliminaire. Mais il faut, comme on voit, une préparation à laquelle on ne s'attendroit peut-être pas, & l'on verra qu'en voulant l'éviter on tombe dans quelque autre difficulté.

Il y a des difficultez plus conſiderables lorſque le premier Lieu eſt donné, & même quand il n'eſt donné qu'en

eſpece : Si l'on ſe propoſe, par exemple, de conſtruire une Egalité quelconque du huitiéme degré par un Lieu au cercle comme $yy - sy + xx - lx + vn = \theta$, & qu'on veüille que l'autre Lieu ſoit du degré le plus ſimple, on pourra prendre $nnhy = x^4 + ax^3 + bnxx + cnnx + dn^3$. Alors le Problême auxiliaire indiquera dans la Propoſée une préparation conſiderable qui doit s'accorder avec d'autres déterminations que deſigne ce Problême, afin que les Lieux expriment des Courbes.

D'autres difficultez ſe preſentent lorſque tous les coëfficiens du premier Lieu ſont des quantitez données, & quand on veut auſſi que le ſecond Lieu ſoit du degré le plus ſimple. Voici une voye pour cette recherche dans laquelle je ſuppoſe que ce premier Lieu ait d'ailleurs les conditions neceſſaires pour la conſtruction.

On diviſera le nombre des dimenſions de l'Egalité à conſtruire par le nombre des dimenſions du Lieu donné, & l'on ſe ſervira de cette diviſion pour regler le nombre des dimenſions du ſecond Lieu comme dans la Methode de l'année 1691. art. 6. pag. 68. 69. On ſuppoſera un Lieu du degré exprimé par le nombre que fournit cette regle, & l'on deſignera tous les coëfficiens par des indéterminées, comme il eſt dit dans la même Methode art. 4. pag. 62. 63. Alors cette Methode donnera à ces coëfficiens des valeurs qui ſatisferont au deſſein que l'on a, ou bien elle fera voir que ce premier Lieu indéterminé doit être exclus, & l'on y verra encore ſi l'excluſion eſt abſoluë, ou ſi cela vient de n'avoir pas aſſez d'indétermination, ou parceque l'indétermination ne convient pas. Dans ces derniers cas on prendra un ſecond Lieu dont tous les coëfficiens ſoient indéterminez, & dont les inconnuës ſoient plus élevées d'un degré que dans le Lieu précédent. Et ſi la Methode donne encore l'excluſion à ce ſecond lieu faute d'indétermination convenable, on ſuppoſera un troiſiéme Lieu indéterminé d'un degré audelà. Ainſi de ſuite juſqu'à ce que l'on ait trouvé un Lieu avec les conditions que l'on demande, ou que l'on ait vû qu'il

qu'il est impossible de le trouver. En quoy il faut observer, 1°. Que ces suppositions successives du second Lieu peuvent souvent s'abreger lorsque l'Egalité que l'on se propose de construire n'est qu'un cas particulier de celles que comprend le degré où elle est élevée. 2°. Qu'entre toutes ces suppositions il n'y en a aucune jusqu'à la derniere qui ne soit necessaire à cette recherche lorsque tous les coëfficiens de l'Egalité à construire sont conçûs de la maniere la plus generale. 3°. Que pour marquer la derniere supposition par une regle précise, il faut y faire entrer les conditions du Lieu donné, celles de l'Egalité à construire, avec d'autres conditions qui se tirent du détail de la Methode que l'on veut perfectionner par cette voye, & ne pas oublier dans cette Regle ce qui fait l'essentiel de cette Methode. Ainsi, il importe de bien connoître celle qui est icy en question, avant que de regler la recherche des Lieux les plus simples qu'elle peut fournir.

Article III. Lorsque les Exceptions que l'on a marquées dans le premier Article se trouvent avec les Exceptions du second Article dans une construction, elles se couvrent sans se détruire. Et delà il arrive que les inconveniens dont on a parlé dans ces deux Articles se compliquent de differentes façons, & en produisent d'autres qu'il seroit difficile de démêler, si l'on ne faisoit pas toute l'attention necessaire aux differentes causes qui les produisent.

Parmi ces inconveniens il y en a un dans lequel il se trouve que le nombre des points où les Courbes se rencontrent est égal au nombre des racines de l'Egalité à construire, & cependant la Methode ne donne pas toutes ces racines, comme on le verra icy.

Premier Exemple.

Si l'on se propose de construire l'Egalité que l'on voit icy en Θ.

$$\Theta. \quad x^6 + 21a^5x - 22a^6 = 0.$$

Et que le premier Lieu soit *S*.

$$S. \quad x^3 = ayy.$$

Le second Lieu que fournit la Methode sera celui qui est marqué Λ.

$$\Lambda. \quad x = \frac{22a^4 - y^4}{21a^3}.$$

Formant ces deux Paraboles, comme on le prescrit dans la Methode en question, la premiere sera *LOQ* (*Fig.* 5.) la seconde *LNQ*, & l'on trouvera qu'elles se coupent en deux points *L*, *Q*, comme dans la 5e Figure.

Il est facile de s'assurer par le calcul qu'il n'y a que deux racines réelles dans l'Egalité Θ que l'on s'est proposé de construire. Ainsi l'on peut dire que les Courbes se coupent en autant de points qu'il y a de differentes racines dans cette Egalité. De maniere que selon la Methode les deux appliquées *LD*, *QP*, communes aux deux Courbes seroient les deux valeurs de ces racines, ou les racines mêmes exprimées par ces Lignes.

Ce préjugé se fortifie quand on fait évanoüir l'inconnuë *y* des Lieux *S*. Λ. Car dans cet Exemple, comme dans les précédens, l'Egalité qui résulte de cet évanoüissement est la même que l'Egalité proposée. Cependant la construction est défectueuse en deux manieres, comme on le va voir, & l'on verra aussi comment on peut reconnoître de semblables inconveniens.

Raisons & Remarques. 1°. La racine $-2a$ est une des deux que renferme l'Egalité à construire, & cette racine ne se trouve pas dans la construction. Car en la substituant à la place de son inconnuë *x* dans le Lieu *S*, on voit d'abord que cette substitution le rend tout imaginaire. Ainsi $x = -2a$ ne peut pas être une valeur commune aux deux Lieux, ni par conséquent s'exprimer par une appliquée qui leur soit commune. D'où il est facile de voir que les deux Courbes étant construites sur l'axe des *y* selon la doctrine des Lieux & selon la Methode dont il s'agit, ne peuvent pas se rencontrer pour cette racine. Ce qui se prouve encore par d'autres raisons que l'on a marquées dans le premier Article.

2°. L'autre racine de l'Egalité à construire est $+a$, & cette racine se trouve deux fois dans l'effection geometrique. On peut s'en assurer en la substituant à la place de x dans le lieu S & dans le Lieu Λ. Alors on voit que la substitution donne $y = a$ & $y = -a$ dans chaque résultat. Ainsi cette racine doit se trouver deux fois dans la construction, selon ce qui a été dit sur le premier Exemple du second Article.

On ne peut pas dire que cela vienne des racines égales de l'Egalité à construire. Car toutes les voyes analytiques que les Algebristes & les Geometres ont proposées pour reconnoître les racines égales, nous assurent qu'il n'y en a point dans cette Egalité; & s'il étoit toûjours vrai (comme on le suppose dans la Methode en question) que les Courbes se doivent toucher pour exprimer les racines égales, on peut voir icy que cela ne se trouveroit pas dans nôtre Exemple. Ainsi tout ce qui est de la Methode feroit croire que les appliquées DL, PQ, designent deux racines differentes dans cette Egalité. Cependant l'on a vû, &c.

Second Exemple.

Que l'Egalité à construire soit encore l'Egalité marquée A.

$$A. \quad x^6 - 63a^5x + 62a^6 = 0.$$

Et que le Lieu donné ou le premier Lieu soit celui que l'on voit icy en M.

$$M. \quad x^3 = 4aay - ayy.$$

Alors le second Lieu que fournit la Methode sera le Lieu Γ.

$$\Gamma. \quad x = \frac{62a^4 + \overline{4ay - yy}^2}{63a^3}.$$

En décrivant les Courbes qu'expriment les Lieux, & les plaçant comme on le prescrit dans la Methode, leur concours produira l'effet que designe la 6e Figure.

Le premier Lieu donnera la Courbe $OSMVB$, & le second Lieu fournira la Courbe $NSCVG$. Ces deux Cour-

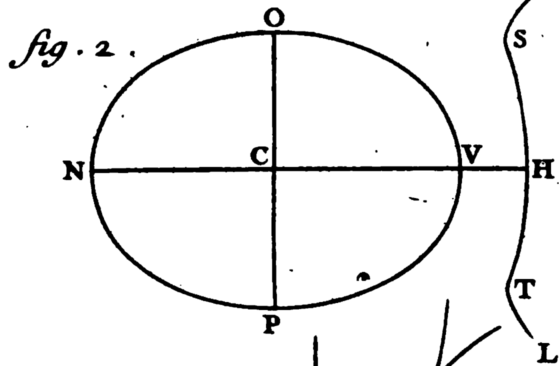
bes se couperont en S & en V. Ensorte que SR, VT, sont deux appliquées communes à l'une & l'autre Courbe. D'où il faudroit conclure, selon la Methode, que ces deux appliquées sont deux differentes racines de l'Egalité proposée, & que cette Egalité n'en renferme point d'autres.

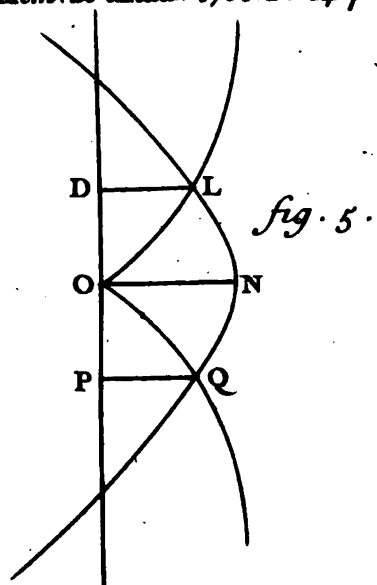
Mais en substituant la racine $2a$ dans le premier lieu, on trouvera que la substitution le rend tout à fait imaginaire : ce qui prouve que cette racine ne peut pas se trouver dans la construction, selon ce qui a été dit cy-dessus.

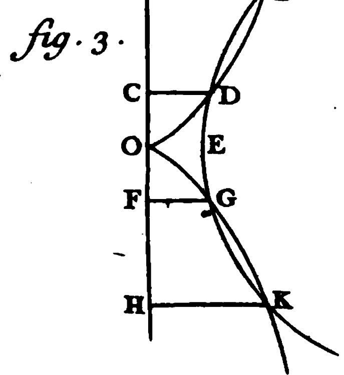
Et au contraire substituant l'autre racine $+a$ dans chaque Lieu, on verra que cette substitution donne deux valeurs réelles de y qui sont les mêmes dans l'un & dans l'autre résultat. Ainsi cette racine vient deux fois dans la construction, selon ce qui a été expliqué sur une semblable difficulté dans l'Exemple précédent. Donc, &c.

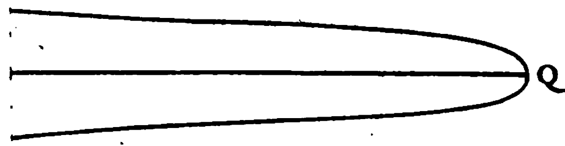
Remarque. Il y a des Exemples de tous les genres où les Exceptions marquées dans le premier article compensent celles du second article, & où cela se fait de la maniere que l'on a vû icy. Mais il y a infiniment plus d'Exemples où cette compensation n'est pas exacte, & où il seroit fort difficile de distingüer les racines que donne la Methode, de celles qu'elle ne donne pas, si l'on n'en jugeoit que par l'effection geometrique. Alors des inconveniens se cachent par d'autres inconveniens, & si l'on veut une voye generale pour découvrir dans la Methode les Exceptions qui résultent de ce conflit & de ce mêlange, il faut avoir une autre Methode pour *résoudre* en nombres les Egalitez déterminées & indéterminées de tous les degrez.

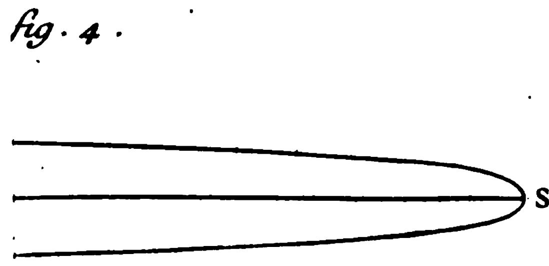
J'aurois voulu marquer icy le cas où la Methode en question ne donne aucune des racines de l'Egalité proposée & en donne d'autres qui en ont les apparences, selon ce que j'en ay dit dans mon Préliminaire, en proposant de construire l'Egalité $x^3 + 3a^2x - 4a^3 = 0$, & de prendre $yyxx - a^2x + 4a^4 = 0$ pour le premier Lieu de cette construction. J'aurois encore voulu expliquer comment cette Methode donne des racines réelles dans des

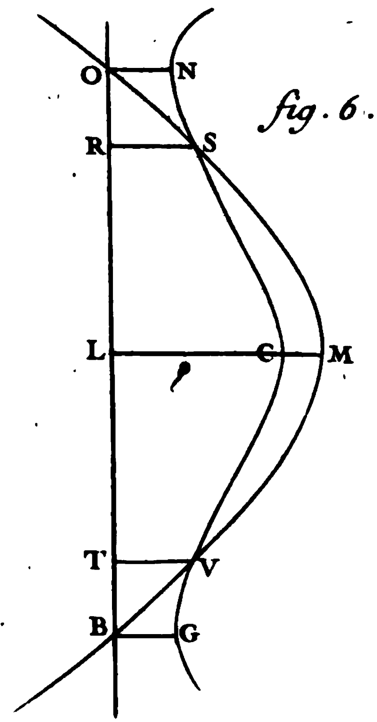

fig. 2.
O
C
N
V
H
P
Q
S
T
L


fig. 5.
D
L
O
N
P
Q


fig. 3.
A
B
C
D
O
E
F
G
H
K

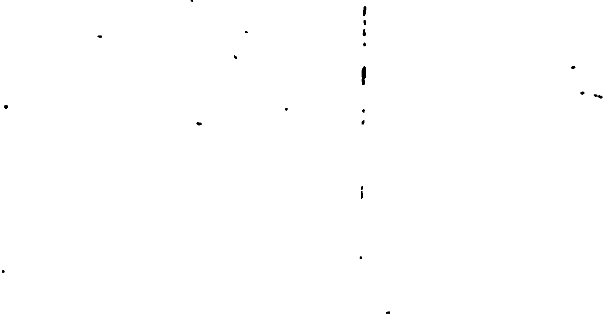

Q


fig. 4.
S


fig. 6.
O
N
R
S
L
C
M
T
V
B
G







s où l'Egalité proposée ne renferme que des racines naginaires : comment elle donne des Lieux de tous les enres qui n'expriment ni Courbe ni ligne droite, & fai e voir en quoy consistent d'autres inconveniens de cette lethode que j'ay trop legerement indiquez. Mais tous s éclaircissemens ayant parus trop longs pour être pla z icy, on les a réservez pour d'autres Memoires.

CONJECTURES SUR LA POSITION DE L'ISLE DE MEROE.

PAR M. DELISLE.

DAns toute l'Ethiopie qui est un païs d'une tres-grande étenduë, il n'y a rien de plus celebre par i les Anciens que l'Isle de Meroé, ni rien de si difficile rouver parmi les Modernes, & sur quoi ils s'accordent oins. Si ce que les Anciens en ont dit est veritable, tte Isle pouvoit mettre en armes 250 mille hommes, nourrissoit jusqu'à 400 mille Ouvriers. Elle enfermoit grand nombre de Villes, dont la principale étoit celle Meroé, qui avoit communiqué son nom à l'Isle, & ii servoit de résidence aux Reines, *Regia & Metropolis Ethiopum*, Je dis aux Reines, parcequ'il semble que c'é oient des femmes qui regnoient en ce païs-là à l'exclu on des hommes. Du tems d'Auguste c'étoit une Prin esse borgne à la verité, mais d'un courage mâle, *virilis me mulier, sed altero oculo capta.* Elle fit une irruption ans l'Egypte qui appartenoit en ce tems-là aux Ro nains, mais elle fut obligée d'envoyer des Ambassadeurs Auguste. A la mort de N. S. il en regnoit une autre, lont un Officier fut baptisé par S. Philippe, comme on voit par les Actes des Apôtres. Enfin lorsque Neron en-

1708. 14 Novembre.

voya des Soldats de sa Garde en ce païs-là pour aller chercher les sources du Nil, c'étoit encore une Princesse qui y regnoit, & toutes ces trois s'appelloient *Candace*; mais on voit par un passage de Pline, que depuis long-tems ce nom étoit devenu commun aux Reines.

Si l'on souffroit icy les dissertations historiques au lieu que l'on n'y reçoit gueres que les discussions Physiques & Mathematiques, on auroit pû rapporter ce que Diodore & quelques autres Auteurs ont écrit à l'avantage de cette Isle; mais il faut passer à la difficulté qu'il y a de la reconnoître dans la Geographie moderne.

Cette difficulté vient du peu de Memoires que nous avons sur l'Ethiopie; car il ne faut pas esperer que sans une connoissance raisonnable de l'état present du Monde, on puisse faire le raport de l'ancienne Geographie avec la nouvelle. Quand on commença en Europe à avoir quelque commerce avec les Rois d'Ethiopie, il se trouva des Ecrivains hardis ou de mauvaise foy, qui sur de legeres informations, en dirent tant de choses éloignées de la verité, qu'elles jetterent le monde dans une infinité d'erreurs, dont on a eu jusqu'icy de la peine à revenir, & c'est sur la foy de ces Ecrivains que l'on a fait de si mauvaises Cartes, & que l'on a desfiguré ces endroits en tant de manieres, qu'un Ambassadeur du Roy d'Ethiopie disoit en Egypte au jeune Thevenot, que nos Geographes avoient rempli leur païs de monstres & de chimeres.

Il est vrai que les PP. Jesuites qui ont été assez long-tems dans ce païs-là, nous en ont donné de meilleures instructions, & qu'ils ont fait une Carte sur les lieux bien differente de celles que l'on avoit faites en Europe. D'ailleurs le P. Balthazar Tellez, le P. Nicolas Godinho, M. Ludolf & autres, nous ont donné des Descriptions du païs sur des Memoires bien plus sûrs; mais ils n'ont décrit que cette partie de l'Ethiopie que nous appellons Abissinie, & non pas celle que nous appellons Nubie; & c'est neanmoins ce qui étoit necessaire pour nous mettre

en état de décider la question avec quelque connoissance de cause.

Je n'entreprendray donc pas icy de la décider, mais les Memoires que j'ay reçûs de ce païs-là sous la protection de Monseigneur le Comte de Pontchartrain me donnent le moyen de proposer au moins des conjectures. M. du Roule Envoyé du Roy en Ethiopie, tant pour obéïr aux ordres du Ministre, que pour s'acquiter avec plus d'honneur du glorieux emploi dont Sa Majesté l'avoit honoré, avoit pris en Egypte tous les éclaircissemens necessaires sur la route qu'il devoit tenir, ce qui n'étoit pas une des moindres difficultez de sa commission. Il avoit fait une Description de la Nubie & du cours du Nil sur la déposition de plusieurs Scheicks ou Chefs de famille, qui avoient fait le voyage d'Ethiopie jusqu'à 15 & 20 fois tant par le Nil que par les deserts. Il m'a fait la grace de me communiquer ce qu'il avoit appris, & c'est sur ses Memoires que je proposeray mes conjectures.

L'Isle de Meroé étoit indubitablement sur le Nil. La source du Nil qui a été si long tems & si inutilement cherchée par les Anciens, est à 12 degrez de latitude Septentrionale. Ses cataractes, un peu moins celebres, mais bien mieux connuës que sa source, sont au 23ᵉ degré & demi, & c'est sans difficulté entre ces deux points que doit être l'Isle de Meroé.

Les Anciens ont dit que cette Isle étoit formée par le concours de l'Astaboras & du Nil, & par une autre riviere nommée Astape qui se jette pareillement dans le Nil. Que le Nil terminoit cette Isle du côté de l'Occident, & qu'elle étoit bornée de deux autres côtez par l'Astape & & l'Astaboras; ce qui fait voir que ce n'étoit qu'improprement qu'elle étoit appellée Isle, puisqu'elle n'étoit pas fermée de tous côtez, & qu'elle devoit être semblable à ce que nous appellons icy l'Isle de France.

Nonobstant une description si formelle, Mercator & Ortelius ont representé l'Isle de Meroé comme formée par deux bras du Nil & l'ont appellée Gueguere, & pres-

que tout le monde s'est laissé entraîner à l'autorité de ces deux Geographes, sur la foy desquels on prononce hardiment que l'Isle de Meroé est aujourd'huy connuë sous le nom de Gueguere. Cependant les Isles qui sont formées par le Nil seul au-dessus des Cataractes, sont toutes petites, ce qui ne peut compatir avec ce que nous avons dit de la grandeur de celle de Meroé, ni avec le nombre de ses villes & de ses habitans, & d'ailleurs il n'y en a pas une dont le nom approche de celui de Gueguere.

Les PP. Jesuites qui ont été en Ethiopie sont persuadez que l'Isle de Meroé n'est autre chose que le Royaume de Gojame, qui est presque tout enfermé par la riviere du Nil en forme de presqu'Isle, comme on peut voir dans la Carte; mais cette presqu'Isle qui fait le Royaume de Gojame n'est formée uniquement que par le Nil, point d'Astape, point d'Astaboras, je veux dire aucune riviere que l'on puisse supposer être l'Astape & l'Astaboras, ce qui est contre la description que les Anciens en ont donnée. D'ailleurs la ville de Meroé capitale de cette Isle doit avoir été placée entre le 16 & le 17ᵉ degré de latitude Septentrionale, comme on le verra cy-aprés, & le Royaume de Gojame ne passe pas le 13ᵉ degré. Enfin si ce que nous appellons aujourd'huy Royaume de Gojame avoit été l'Isle de Meroé si connuë des Anciens, n'auroient-ils pas aussi connu les sources du Nil, qui sont sans contestation au milieu de ce Royaume.

Isaac Vossius de la Societé Royale d'Angleterre est un de ceux qui dans ces derniers tems ont travaillé le plus utilement à la Geographie, & quoique sa prétenduë reforme des longitudes ne lui ait pas fait honneur, il ne laisse pas d'y avoir d'excellentes recherches dans ses Ouvrages Geographiques. Il prétend que la presqu'Isle que fait la riviere de Mareb du côté de sa source, par un circuit presque pareil à celui que fait le Nil autour du Royaume de Gojame, est l'Isle que nous cherchons; mais outre que cette Isle ne seroit formée que par une seule riviere, & non-pas même par celle du Nil, contre ce que les

les Anciens en ont dit, cette presqu'Isle formée par le Mareb n'a ni l'étenduë ni la situation que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroé. Et ce qui détruit absolument cette opinion est que la ville de Meroé capitale de l'Isle étoit sur le Nil, & que l'Isle ou la presqu'Isle de Mareb en est fort éloignée.

Cellarius dont les Ouvrages Geographiques font aujourd'huy assez de bruit parmi les Sçavans, a ramassé à son ordinaire tout ce que les Anciens ont dit de l'Isle de Meroé; mais il ne donne aucune connoissance de l'état present de ce païs-là, sans quoy neanmoins on ne peut rien conclure, il semble seulement qu'il approuve l'opinion qui confond le Royaume de Gojame avec Meroé; ce que je viens de refuter.

Le P. Tellez Jesuite, aprés avoir bien consideré tout ce que les Missionnaires de sa Compagnie ont écrit sur l'Ethiopie, s'est laissé persuader que cette Isle étoit imaginaire. Si j'avois crû qu'une telle opinion pût faire quelque impression sur les esprits, j'aurois commencé par la refuter; car il est inutile de raisonner sur une chose qui n'est pas, ou au moins dont l'éxistence est douteuse: mais le moyen de revoquer en doute l'éxistence de l'Isle de Meroé, aprés les circonstances que les Anciens en ont marquées. Pline assure que Simonides y a demeuré 5 ans, & qu'aprés lui Aristocreon, Bion & Basilis ont décrit sa longueur, sa largeur, sa distance de la ville de Syene & de la Mer-rouge, sa fertilité, sa ville capitale, & qu'ils ont même rapporté le nombre de ses Reines.

Ludolf qui n'a pû trouver cette Isle, non-plus que le P. Tellez, n'a pas douté neanmoins qu'elle n'éxistât quelque part; mais il prétend qu'il faudroit la chercher plus à l'Occident que l'on ne fait, & que ce sont des païs où l'on ne va pas. Que si aprés toutes les recherches que l'on en feroit on ne la trouve pas, on peut dire que quelque bras du Nil s'est seché, & que c'est ce qui fait qu'on ne la sçauroit découvrir: mais cet Auteur ne prend pas garde, que ceux qui ont fait recemment le voyage d'Ethio-

pie, ont long tems côtoyé le Nil, & qu'ils doivent au contraire avoir laissé à l'Orient l'Isle de Meroé, puisque le Nil la bornoit à l'Occident, & qu'ainsi c'est à l'Orient qu'il la faut chercher, & non-pas à l'Occident comme il le dit. Et à l'égard de la riviere sechée, j'avouë bien qu'il y en a plusieurs en Afrique lesquelles ayant coulé quelque tems par des sables, ou par des terres spongieuses, s'affoiblissent insensiblement, & à la fin disparoissent; mais on ne met pas au nombre de ces rivieres le Nil ni l'Astaboras, & le pouvoir ou plutôt la licence des Geographes, quoique grande, ne va pas jusqu'à faire tarir des rivieres de cette consequence.

Puisqu'il faut donc trouver l'Isle de Meroé, & qu'il est du devoir d'un Geographe de faire le parallele de l'ancienne Geographie avec la nouvelle, on pourroit conjecturer que c'est cet espace de terre qui est entre le Nil & les rivieres de Tacaze & de Dender; & je vais tâcher d'établir cette conjecture par la situation de ce païs qui me paroît conforme à celle que les Anciens ont donnée à l'Isle de Meroé, par les rivieres dont elle est formée, par son étenduë, par sa figure, & par quelques autres singularitez communes à l'Isle de Meroé, & au païs que je viens de désigner.

La situation d'une place ou d'un païs se prouve par le degré sous lequel elle est située, & par la distance de cette place, ou de ce païs, à d'autres endroits qui nous sont connus. La ville la plus connuë de tous ces païs là est la ville de Syene. Sa latitude n'est pas douteuse, & c'est un point fixe, duquel on peut sans crainte mesurer les environs. Pline Liv. 2. chap. 73. assure que le jour du solstice à midy les corps n'y font point d'ombre, & que pour preuve de cela on y a fait creuser un puits, qui dans ce tems-là est tout éclairé. *In Syene oppido, solstitii die medio, nullam umbram jaci; puteumque ejus experimenti gratiâ factum, totum illuminari.* Strabon a dit la même chose en d'autres termes; ce qui fait voir que la ville de Syene est justement sous le Tropique du Cancer à 23 degrez & de-

mi de latitude Septentrionale. Or de Syene à la ville de Meroé, selon les mêmes Auteurs, on comptoit 5 mille stades en tirant au midy, & ces 5 mille stades évaluez en mesures Astronomiques font 7 degrez d'un grand cercle, & donnent la position de la ville de Meroé à 15 degrez & demi de l'Equateur.

Cette position de la ville de Meroé, qui se rapporte assez juste à celle que Ptolomée lui donne au 4e Livre de sa Geographie, est encore confirmée par un autre passage de Pline, qui dit que la ville de Meroé n'a point d'ombre, non-plus que celle de Syene, & que cela arrive deux fois l'année, lorsque le Soleil est au 18e degré du Taureau, & au 14e degré du Lyon. *In Meroe, quæ est caput gentis Æthiopum, bis in anno absumi umbras, Sole duodevicesimam Tauri partem, & quartam decimam Leonis obtinente.* Or il est sûr que quand le Soleil est dans les degrez que je viens de nommer, il a environ 16 degrez & demi de declinaison, qui est la latitude que les Anciens ont donnée à la ville de Meroé, & qui résulte de son éloignement de celle de Syene.

Je pourrois encore prouver par les climats la position de la ville de Meroé. Les Anciens l'ont mise au milieu du premier climat, dont le plus long jour est de 13 heures, ce qui donne parle calcul 16 degrez & demi, qui est la même latitude que nous avons donnée à Meroé sur les Observations, & sur son éloignement de la ville de Syene. J'ay negligé dans ce calcul la refraction, parcequ'elle ne fait pas une difference notable.

L'Isle de Meroé étoit formée par la riviere du Nil, & par deux autres rivieres qui venoient du côté de l'Orient, comme nous avons dit. *Influunt in Nilum*, dit Strabon, *duo flumina ab Oriente delata, & Meroem ingentem Insulam complectuntur.* Je ne sçay si les Anciens ont connu d'autres rivieres que ces deux-là, qui se jettent dans le Nil du côté de l'Orient; mais on voit par les Memoires de M. du Roule qu'il n'y en a que deux de considerables, sçavoir la riviere de Tacaze & celle de Dender. La riviere de

Tacaze grande comme la moitié du Nil, a bien l'air d'être l'Astaboras des Anciens; c'est l'opinion de Jean de Barros le Tite-Live des Portugais, & deux choses ne me permettent pas d'en douter. La premiere est que selon les Jesuites qui ont été en Ethiopie, elle entre dans le Nil à 17 degrez & demi de latitude, qui est à quelques minutes prés la même hauteur que Ptolomée donne à l'embouchure de l'Astaboras 700 stades au-dessous de la ville de Meroé, comme on voit par Strabon, par Diodore & autres.

La seconde chose qui me fait croire que le Tacaze est le même que l'Astaboras, est que cette riviere s'appelle autrement Atbara, comme on le voit par le raport des Scheiks de Nubie, & par celui d'un Recollet qui a passé cette riviere en allant en Ethiopie. Or les noms d'Atbara & d'Astaboras ne sont pas fort differens. Je suppose que l'Atbara est son veritable nom, & que les Grecs l'ont alteré comme ils ont fait tant d'autres, puisque cela arrive encore assez souvent à ceux qui sont obligez d'employer des noms étrangers dans leurs écrits.

Pour la riviere d'Astape, ce sera apparemment celle de Dender; car il n'y a que les deux rivieres d'Atbara & de Dender, au moins qui soient de quelque consideration, qui entrent immediatement dans le Nil du côté de l'Orient.

L'étenduë du païs que j'ay désigné est à peu prés la même que celle que les Anciens ont donnée à *l'Isle* de Meroé. Diodore & Strabon l'ont fait longue de 3 mille stades, & large de mille, c'est à dire qu'ils lui ont donné 120 lieuës de longueur sur 40 de largeur, & cela se trouve icy à peu de chose prés, au lieu qu'il s'en faut bien que le Royaume de Gojame ni la presqu'Isle formée par la riviere de Mareb approche de cette étenduë.

Et non-seulement l'étenduë est la même, mais aussi la figure que Diodore & Strabon donnent à l'Isle de Meroé convient assez au païs dont je parle, c'est à dire celle d'un bouclier. Peut-être qu'un habile dessinateur n'y trouve-

roit pas son compte ; mais il ne faut pas chercher toute la regularité du dessein dans les figures que les Anciens ont données aux païs, non-plus qu'à celles qu'ils ont données aux Constellations.

Il n'y auroit qu'une chose à apprehender, que le plan que je represente icy ne fût pas bien sûr, & que pour prouver ce que j'ay avancé, je ne l'eusse accommodé à l'opinion des Anciens, semblable aux Architectes de Lesbos, qui trouvant de la difficulté à dresser les pierres conformément à leur modele, accommodoient leur modele à la pierre même, se servant pour cela d'une regle de plomb. Mais je répons à cela que ce sont les rivieres qui font la figure & la plus grande partie de ce plan, & que ces rivieres avec leurs sources, leur cours & leurs embouchures sont tirées de la Carte que les PP. Hieronymo Lobo, François d'Almeyda, & autres Jesuites Portugais ont faite sur les lieux, qu'elles sont prises de la déposition verbale des Scheiks de Nubie interrogez séparément par M. du Roule, des Itineraires de nos Jesuites François, & du sieur Poncet dont le P. le Gobien a fait imprimer le Voyage, & de quelques autres Voyages manuscrits des Recollets Italiens envoyez dans ce païs là par la Congregation de la Propagande dont j'ay eu des copies collationnées.

Outre les convenances que j'ay rapportées entre l'Isle de Meroé & le païs que je propose pour la representer, il y en a encore quelques autres, comme sont les pluïes, la fertilité du païs, & la chasse des Elephans.

Strabon dit que les pluïes reglées ne commencent qu'à Meroé, & Pline que ceux qui furent envoyez par Neron pour aller chercher les sources du Nil, commencerent à trouver dans ces endroits des arbres & des herbes, *herbas demum circa Meroem sylvarumque aliquid apparuisse cætera solitudines*. Et c'est justement la remarque que le P. Brevedent a faite dans ces mêmes endroits. Nous quittâmes, dit ce Pere, la ville de Corti & la riviere du Nil pour entrer dans le desert de Bihouda. On commença à

voir des arbres & des herbes, les pluïes commençant à ſe faire ſentir en ces quartiers-là, au lieu que tout le reſte juſques-là n'eſt arroſé que par le débordement du Nil, ou par le moyen des machines qui élevent ſes eaux pour les répandre ſur les terres, & c'eſt ce que Poncet déclare pareillement dans ſon Itineraire. Ils pouvoient bien dire comme Pline, *cætera ſolitudines*, eux qui avoient marché pluſieurs journées dans des ſables ou dans des terres arides, où ils n'avoient trouvé ni eau ni herbe, & rien autre choſe que des affreuſes ſolitudes. Et c'eſt ſans doute dans ces lieux deſerts que Cambyſe Roy de Perſe ayant perdu une partie de ſon armée, fut obligé de retourner en Egypte, ſans être parvenu juſqu'à cette partie de l'Ethiopie qui commence à être cultivée & habitée, ſurquoy on ne ſçauroit aſſez admirer la vanité de ces Auteurs Grecs qui ne vouloient rien ignorer, & qui pour trouver l'origine du nom de Meroé, ont écrit que Cambyſe avoit pris cette ville, & qu'il avoit changé le nom qu'elle portoit auparavant en celui de ſa ſœur qui s'appelloit Meroé, & que cette Princeſſe y étant morte, elle y avoit été enterrée.

On a fort loüé la fertilité de l'Iſle de Meroé & le grand nombre de ſes habitans, & cela convient encore parfaitement bien au païs dont je parle. Le P. Paulet Jeſuite dit qu'au delà du Nil vis à vis de Sennar, le païs fourmille de monde, & que l'on y voit mille & mille petits hameaux répandus dans toute la campagne. J'ay une route de la même ville de Sennar à Souaquem Iſle & Port de la Mer-rouge, où il eſt dit que le païs que je décris eſt bien cultivé & bien peuplé. Et dans la Deſcription de Nubie faite par M. du Roule ſur le raport des gens du païs, il paroît que dans ces endroits la terre eſt d'une ſi grande fertilité que l'on y fait trois recoltes par an.

Enfin c'eſt un peu au-deſſus de Meroé que l'on commençoit à voir des Elephans ſelon Pline. Les Ptolomées Rois d'Egypte, entr'autres le fameux Philadelphe qui

s'est si fort attaché à la connoissance de la Nature & des beaux Arts, envoyoient vers ces endroits à la chasse de ces grands animaux, & avoient fait bâtir quelques places pour la commodité de ceux qu'ils y envoyoient, & l'on a remarqué dans la route de Sennar à Souaquem dont je viens de parler, qu'au delà de la riviere d'Atbara vers la même hauteur qui est désignée par Pline, on trouve dans les montagnes des Elephans en grande quantité, & plusieurs autres sortes d'animaux.

Il me semble que pour achever de rendre ma conjecture plus vrai-semblable, il ne faudroit plus que trouver la ville même de Meroé dans l'Isle dont je viens de parler, ou au moins en découvrir les ruïnes ou les vestiges. Si l'on en vouloit croire Josephe & Heliodore qui la mettent à la jonction du Nil & de l'Astaboras, il ne seroit pas difficile, il n'y auroit qu'à chercher le confiant de ces deux rivieres qui ne sçauroit être douteux; mais on sçait assez que l'Histoire Ethiopique d'Heliodore n'est qu'un Roman, & il y a bien de l'apparence que l'Historiette que fait Josephe touchant l'expedition de Moyse en Ethiopie lorsqu'il étoit, dit-il, à la Cour de Pharaon, & General de ses troupes, ne merite pas plus de croyance, puisqu'elle ne se trouve ni dans l'Ecriture ni dans Philon; ainsi il vaut mieux s'en rapporter à Strabon, qui dit que la ville de Meroé étoit 700 stades au-dessus de la jonction de l'Astaboras & du Nil, ou à Pline qui y met 70 mille pas. On trouve vers ces endroits la ville de Guerri, que nos Voyageurs disent être une des plus considerables du païs. Seroit-ce point ce que d'autres appellent Meroé ou Gueguere par une espece de reduplication? Mais il y a peut-être de la temerité à pousser si loin de simples conjectures, & l'Academie fait profession d'une severe exactitude dans la recherche de la verité.

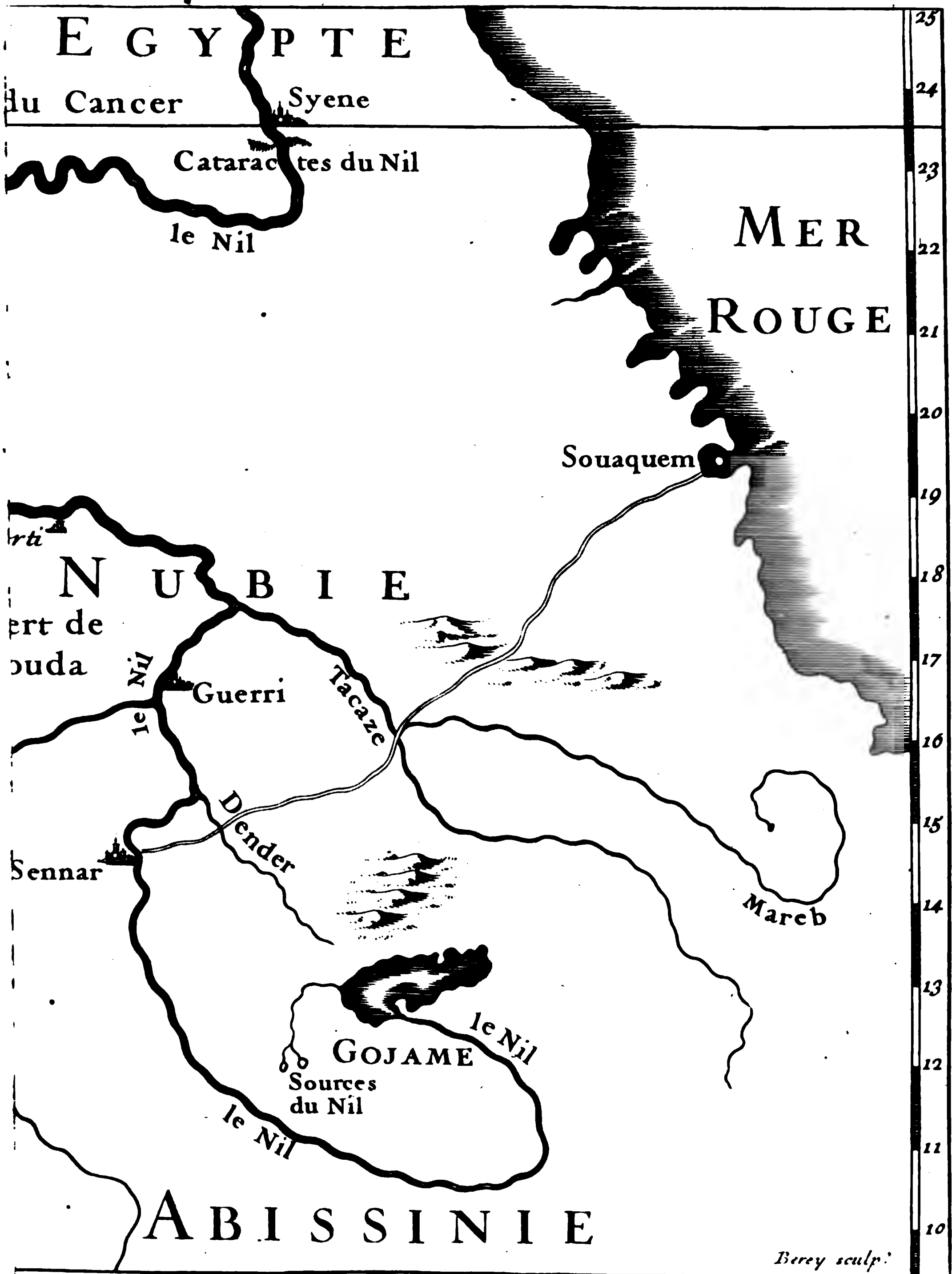
NOUVEL ECLAIRCISSEMENT *sur la prétenduë production artificielle du Fer, publiée par Becher, & soûtenuë par M. Geoffroy.*

PAR M. LEMERY le fils.

1708. 5. Decembre.

POur remettre la Compagnie au fait de la question qui est entre M. Geoffroy & moy sur la production artificielle du Fer; & pour faire concevoir & suivre plus clairement ce que j'ay à dire aujourd'huy contre cette production metallique, & en faveur de mon sentiment particulier, je vais faire une recapitulation succinte de ce qui s'est dit de part & d'autre sur cette matiere.

Dans l'Assemblée publique du 13 Novembre 1706 je lûs un Memoire où je tâchois de prouver que les Plantes contenoient réellement du fer, & par consequent que celui qui se trouvoit dans leurs cendres aprés leur calcination n'étoit point un fer nouvellement fabriqué. Je fis voir par des experiences incontestables que la pesanteur specifique du fer, & la grossiereté naturelle de ses parties ne l'empêchoient point de monter dans la plante, d'autant plus que je le supposois réduit alors en vitriol, *c'est à dire* en sel concret dont la base est du fer, comme la base des autres sels est une terre où des acides se sont incorporez. J'ajoûtay que par le feu de la calcin*ation*, *les* acides du vitriol contenu dans les plantes s'échapant en l'air, la base ferrugineuse de ce vitriol vegetal restoit à nud dans leurs cendres, & étoit alors reconnoissable par l'aiman: de même qu'il arrive au vitriol ordinaire & mineral sur lequel l'aiman n'a aucune action tant qu'il est vitriol; mais qui étant poussé par un grand feu, & ayant perdu par-là ses acides se réduit en une masse ferrugineuse dont les pores plus libres peuvent desormais admettre la matiere magnetique, & recevoir les impressions de l'aiman. Enfin la terre étant remplie de fer, & ce



EGYPTE
du Cancer
Syene
Cataractes du Nil
le Nil
MER
ROUGE
Souaquem
rti
NUBIE
ert de
ouda
le Nil
Guerri
Tacaze
Dender
Sennar
Mareb
le Nil
GOJAME
Sources
du Nil
le Nil
ABISSINIE
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
Berey sculp.

ce métal étant dissoluble par presque toute sorte de liqueurs, les sucs de la terre qui s'en sont chargez, & qui servent à la nourriture des plantes, y portent naturellement avec eux le fer qu'ils ont dissous; d'où je conclus qu'il y auroit bien plus de lieu d'être surpris si aprés cela on ne trouvoit point de fer dans les plantes, qu'on ne doit être étonné d'en trouver.

Ce raisonnement ou cette explication de l'origine du fer qui se trouve dans les cendres des plantes ne fut pas du goût de M. Geoffroy. En voici la raison. Becher Medecin Chimiste, & connu pour tel par plusieurs écrits donnez au public, voulant ranimer le courage de ceux qui travaillent à la métallification, & défendre l'Alchimie contre les injures publiques, fit imprimer en 1671 un petit Ouvrage qui est une espece de Supplément à un autre Ouvrage plus considerable, dont le titre est *Actorum laboratorii Chimici monacensis*, *&c.* Dans ce petit Traité Becher prétend nous prouver qu'il est plus aisé de faire des métaux qu'on ne se l'imagine, & il apporte pour preuve de cette verité prétenduë une experience fort curieuse, mais qui ne prouve rien moins que ce qu'il avance; c'est le mêlange de l'huile de lin, & de l'argille rapporté par M. Geoffroy dans les Memoires de l'Academie de l'année 1704. pag. 285.

Ce mêlange de Becher qui poussé par le feu donne effectivement des grains ferrugineux, a porté cet Auteur à publier qu'il avoit fait du fer par une operation tres-facile & en peu de tems, & cette même experience jointe à une autre de même nature qui donne aussi des grains ferrugineux, a donné lieu à M. Geoffroy d'assurer aprés Becher qu'il avoit fait du fer par ces deux operations, & que ce fer artificiel avoit été formé par un acide vitriolique, & par des parties huileuses & terreuses unies étroitement ensemble par l'action du feu.

Si le fer se forme avec tant de facilité & en si peu de tems, & si pour sa formation il ne demande que les principes dont il a été parlé; il est aisé de concevoir que pen-

dant la calcination d'une plante, il se forme du fer de la même maniere par les principes mêmes de la plante. C'est-là ce qui me fut objecté, & ce qui donna occasion à un Memoire lû & imprimé en 1707, dans lequel je fis voir par des experiences claires & évidentes qu'il y avoit tout lieu de croire que les matieres dont Becher & M. Geoffroy s'étoient servis contenoient réellement du fer, & que ce n'étoit point le mêlange de ces matieres qui produisoit le fer, puisqu'elles en donnoient chacune séparément par l'analyse la plus simple ; qu'ainsi n'y ayant aucune apparence que M. Geoffroy eût fait du fer par les experiences dont on vient de parler, il ne lui restoit aucune preuve que le simple mêlange d'un acide vitriolique, d'une huile & d'une terre pût en general former du fer, & que celui qui se trouve dans les plantes calcinées eût été formé de la même maniere.

M. Geoffroy sentant la force de cette objection qui sappoit les fondemens de son systême sur la production du fer, & qui rendoit à la nature le peu de fer dont Becher s'étoit fait honneur, fit un Memoire en 1707 pour établir son systême par des experiences nouvelles, pour répondre à mes objections, & pour détruire mon sentiment sur l'origine du fer qui se trouve & se manifeste dans plusieurs matieres calcinées. C'est sur ce Memoire que nous allons faire nos reflexions.

M. Geoffroy aprés avoir avancé son sentiment sur le fer qui se trouve dans plusieurs matieres calcinées, dit que *d'autres prétendent au contraire que ce fer est déja tout formé dans ces substances ; qu'ils fondent cette opinion sur la difficulté ou même l'impossibilité qu'il y a selon eux de composer ou de décomposer les métaux, sur la grande difference qu'ils croïent remarquer entre les principes des vegetaux, & ceux des mineraux pour qu'ils puissent aisément se transformer de l'un en l'autre, & qu'ils appuïent ce sentiment sur des experiences par lesquelles ils essaïent de démontrer le métal déja tout formé dans les substances qui paroissent le produire.* Ces experiences sont les miennes, & ce sont ces mêmes experiences

que M. Geoffroy examine immediatement aprés.

Je n'ay jamais dit que la production artificielle des métaux fût impossible ; j'ay bien dit, & je dis encore, qu'elle est plus difficile que ni Becher ni M. Geoffroy ne se le sont imaginez, & qu'il n'y a aucune preuve ni même aucune apparence qu'ils ayent fait du fer ; ainsi j'avouë le mot de difficulté que M. Geoffroy semble m'imputer, mais celui d'impossibilité de composer & de décomposer les métaux en general m'appartient d'autant moins, que j'ay dit avant lui dans un Memoire imprimé en 1706, qu'on pouvoit décomposer le fer, non pas à la verité parfaitement, comme on le fera voir clairement dans la suite, mais en lui enlevant une partie de son huile, qui est tout ce que fait M. Geoffroy par ses experiences.

Je n'ay point dit non-plus qu'il y eût une difference essentielle entre les principes des vegetaux & ceux des mineraux, & bien loin de le dire, M. Geoffroy verra dans la suite que je ne suis peut-être que trop sur cela du même sentiment que lui. Enfin je déclare que ce ne sont point-là les motifs qui m'ont engagé à faire les experiences & les raisonnemens qui sont si contraires aux siens. J'ay été bien-aise de faire faire cette remarque à la Compagnie & au public, afin que ceux qui liront le Memoire de M. Geoffroy ne m'imputent point des choses formellement opposées à ce que j'ay dit dans mes Memoires précédens, & à ce que je diray dans celui-cy.

J'ay objecté à M. Geoffroy que ce n'étoit point le mélange de l'argille & de l'huile de lin qui formoit du fer, & que chacune de ces matieres en contenoient réellement, puisque chacunes prises séparément en donnoient par l'operation la plus simple qui n'est qu'une analyse, ou une desunion des principes.

M. Geoffroy avouë que *l'on trouve dans l'argille quelques parcelles de fer, mais en si petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver ; au lieu que si l'on se donne la peine de distiller cette terre avec l'huile de lin, on y trouve une tres-*

grande abondance de molecules ferrugineuses assez grosses, de sorte qu'une partie tres-considerable de l'argille paroît s'être convertie en fer. Or, continuë-t-il, *il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pû être contenuë dans cette terre, sans s'y découvrir d'une maniere plus sensible.*

Comme j'ay fait plusieurs observations sur l'argille, & sur plusieurs matieres qui contiennent réellement du fer, je vais rapporter quelques-unes de ces observations qui serviront beaucoup à éclaircir le fait dont il s'agit presentement.

J'ay remarqué que le coûteau aimanté n'enlevoit pas une égale quantité de fer de toutes sortes d'argilles, soit que les unes en contiennent moins que les autres, soit que le fer soit plus caché dans les unes que dans les autres; car j'ay prouvé dans un Memoire donné en 1706, que pour peu que les pores du fer fussent bouchez, la matiere magnetique n'y trouvant plus un passage libre, ce métal n'étoit plus ou presque plus susceptible des impressions de l'aiman. Or comme il y a dans l'argille des parties huileuses, acides & terreuses, tout cela contribuë à enveloper le fer qui s'y trouve aussi, & à boucher plus ou moins ses pores suivant la quantité de ces parties: il ne faut donc pas croire que l'argille sechée ne contienne de fer que ce que le coûteau aimanté en enleve pour lors; car en la poussant par un feu plus considerable, il s'en échape des acides & des parties huileuses qui y laissent paroître ensuite un peu plus de fer qu'auparavant: mais il y en a certainement encore d'invisible dans cette argille, & qui demande une autre operation pour devenir sensible, comme je vais le faire voir dans un moment.

Pour ce qui est de la quantité du fer qui se trouve plus grande dans l'argille mêlée avec l'huile de lin que dans l'argille seule poussée par le feu, je ne conçois pas comment cette observation peut donner lieu à M. Geoffroy d'avancer que le fer de plus qui se rencontre dans l'une des deux experiences est une production nouvelle; car premierement puisque l'huile de lin & l'argille donnent

chacune du fer séparément, il suit delà que l'un & l'autre fer étant réünis par une même operation doivent faire une quantité plus considerable que quand le fer de l'argille se trouve seul; & il n'est pas besoin pour expliquer cette difference d'avoir recours à une production nouvelle qui certainement n'en est point une conséquence; car pour qu'elle en fût une, il faudroit que M. Geoffroy eût auparavant prouvé qu'il n'y a point de fer dans l'huile de lin, & qu'il n'y en a dans l'argille seule poussée par le feu, que ce qu'il en paroît par le secours de l'aiman : c'est certainement ce qu'il ne prouvera jamais, comme on le va voir par la suite.

En second lieu l'huile de lin unie à l'argille n'augmente pas seulement par elle-même & de son propre fond la quantité des parties ferrugineuses, elle sert encore à déveloper d'autres parties ferrugineuses contenuës dans l'argille, & qui sans le secours de l'huile de lin ou de quelqu'autre matiere semblable, ne se manifesteroient point par le même degré de feu. Voici une experience qui le prouve sensiblement.

J'ay versé sur du fer une suffisante quantité d'acides pour lui faire perdre la proprieté particuliere qu'il a d'être attiré par l'aiman; j'ay mis une égale portion de ce fer déguisé dans deux petits creusets aprés l'avoir bien fait dessecher; dans l'un de ces creusets j'ay ajoûté de l'huile de lin; j'ay poussé l'une & l'autre matiere par un même feu qui étoit mediocre, & il s'est trouvé que celle où il y avoit de l'huile de lin étoit devenuë noire & étoit attirée tres-facilement par l'aiman, tandis que l'autre qui étoit encore fort rougeâtre n'en étoit attirée que foiblement & en beaucoup moindre quantité; & il est à remarquer que cette derniere matiere n'est devenuë semblable à la premiere, que quand on lui a eu donné un feu de fonte tres-considerable.

L'huile de lin produit cet effet pour deux raisons. Premierement parcequ'elle excite une fusion plus prompte & plus parfaite dans les molecules ferrugineuses, ce qui

fait qu'elles chassent & expriment plus efficacement par ce moyen les acides qui bouchoient leurs pores, & qui les empêchoient d'être attirées par l'aiman. En second lieu l'huile de lin s'accrochant à ces acides les enleve avec elle pendant qu'elle s'enflamme, & par ce moyen en dépoüille plus parfaitement ce métal.

Je prouve que l'huile de lin sert de fondant au fer. 1°. Par l'experience même qui vient d'être rapportée, & qui le suppose necessairement. 2°. Parceque nous voyons que ce métal qui est de tous les métaux le plus difficile à fondre, se fond aisément quand on y mêle quelque corps gras, & que quand on enleve au fer une partie de son huile naturelle par le verre ardent, ce même fer n'est plus ou presque plus fusible, comme M. Homberg l'a remarqué.

Je prouve ensuite par plusieurs experiences que l'huile de lin mêlée avec un fer caché par des acides contribuë à l'en dépoüiller plus parfaitement en les enlevant avec elle en l'air; & en effet quand on veut chasser plus aisément & plus parfaitement des acides incorporez dans un corps terreux ou métallique, on se sert de quelque huile pour cela; par exemple, on sçait que le nitre est un sel concret composé d'un acide & d'une terre, & qu'on peut le faire devenir alkali en lui enlevant une partie de ses acides, qui en sortant de leur matrice terreuse y laissent des pores libres & disposez à recevoir dorénavant les premiers acides étrangers qui se presenteront à eux. Si donc on pousse le nitre seul par un bon feu dans un creuset, il perdra à la verité beaucoup de ses acides, & il deviendra alkali; mais il ne le deviendra pas aussi parfaitement, ni en aussi peu de tems, que si on y mêle quelque matiere huileuse propre à servir de vehicule à ses acides, & à les détacher de la partie terreuse où ils sont engagez.

On sçait encore que quand on veut adoucir quelque préparation de mercure chargé d'acides, on y fait brûler de l'esprit de vin qui absorbe & entraîne avec lui une partie de ces acides: c'est ce qui arrive dans *l'arcane corallin*.

Je pourrois citer encore plusieurs autres experiences pour prouver la même chose, mais celles-cy suffisent; je puis donc conclure avec assez de fondement de tout ce qui a été dit, que les molecules ferrugineuses de l'argille se dévelopant plus parfaitement quand elles sont mêlées avec l'huile de lin, que quand il n'y en a pas, parceque cette huile y excite une fusion & une exaltation d'acides plus complette, il arrive que telles molecules ferrugineuses qui dans l'argille seule poussée par le feu n'auroient point été renduës sensibles, le deviennent par le moyen de l'huile de lin; & qu'ainsi quoiqu'on découvre dans ce dernier cas une plus grande quantité de fer, il ne se fait point une production nouvelle, mais seulement un plus grand dévelopement des parties ferrugineuses qui existoient réellement dans l'argille, & qui faute d'être assez débarrassées n'y étoient point reconnoissables par l'aiman avant que l'huile de lin y eût produit son action.

Cette verité paroît encore confirmée par quelques observations que j'ay faites sur des mines de fer, & qui viennent assez bien au sujet.

La mine de fer est un mêlange de parties terreuses & souvent pierreuses, de parties salines & sulphureuses, & de grains ferrugineux. Toutes ces parties se trouvent dans une proportion, & dans une union plus ou moins grande les unes par raport aux autres, & c'est-là ce qui fait la difference des mines. Si on écrase ces mines, & qu'on y presente une lame d'acier aimantée, dans les unes elle en attire quelques grains ferrugineux, dans les autres elle n'en attire point ou presque point. J'ay même remarqué une chose assez curieuse sur ce fait: c'est qu'une mine que j'ay, & qui par la fonte fournit beaucoup de fer, étant simplement écrasée & presentée à l'aiman, donne par cette voïe beaucoup moins de grains ferrugineux que plusieurs mines mauvaises que je lui ay comparées, & qui dans la fonte fournissent tres-peu de fer; & cela parceque le fer de la bonne mine, quoiqu'en plus grande quantité que celui de la mauvaise mine est cependant plus intime-

ment uni aux parties huileuſes, ſalines & terreuſes de cette mine, qui l'ènvelopent & bouchent ſes pores de maniere que la matiere magnetique n'y trouve point de paſſage.

Cette remarque prouve évidemment qu'une matiere qui dans ſon état naturel donne peu de grains ferrugineux par le moyen de l'aiman, peut en contenir beaucoup davantage qu'il n'en paroît, & qu'ainſi quoique l'argille ſeule pouſſée par le feu laiſſe paroître en cet état peu de grains ferrugineux, il y en peut avoir, & il y en a effectivement beaucoup d'autres qui y exiſtent réellement, quoiqu'ils ne ſoient pas ſenſibles par l'aiman. Je reviens à la mine de fer.

Quand on pouſſe cette mine ſeule par le feu, pluſieurs grains ferrugineux qui auparavant n'étoient point ou preſque point attirez par l'aiman deviennent propres à cet effet; mais tous ne le deviennent point par cette operation, & il faut pour cela un fondant qui les dépoüille des parties étrangeres qui bouchoient leurs pores, & qui leur donne une fuſion parfaite, ce que le feu ſeul ne peut produire à cauſe de la difficulté naturelle qu'a le fer à ſe fondre. Cette verité paroît clairement dans la fonte du fer qu'on fait en pluſieurs lieux, & pour laquelle on eſt obligé d'avoir recours à un fondant ſulphureux, comme la Caſtine & le Charbon.

On voit par-là qu'il arrive la même choſe du plus au moins dans la mine ordinaire de fer que dans l'argille; car l'une & l'autre dans leur état naturel laiſſent bien voir quelques particules de fer, mais elles ne donnent tout ce qu'elles en contiennent que par le moyen d'un fondant; & en effet l'argille doit être regardée comme une eſpece de mine de fer, moins riche à la verité que la mine de fer ordinaire, mais enfin qui en eſt toûjours une, puiſque de l'aveu même de M. Geoffroy elle contient du fer qui ne lui doit point ſon origine, & que de plus j'ay fait voir qu'elle en contient encore réellement qui ne ſe manifeſte que dans la ſuite, comme il arrive dans la mine de fer ordinaire.

Si

Si donc le fer qui se trouve de plus dans le mêlange de l'argille & de l'huile de lin, comparé à l'argille seule poussée par le feu, étoit un fer de la façon de Becher & de M. Geoffroy, il s'ensuivroit delà que le fer de plus qui se remarque aussi dans la mine de fer mêlée avec quelque fondant, & comparée à la même mine poussée simplement par le feu, seroit aussi un fer de nouvelle fabrique; car tout ce qui s'observe dans l'argille pour la quantité plus ou moins grande de fer qu'on y découvre en differens cas, s'observe de la même maniere dans la mine de fer, & avec les mêmes circonstances, comme je l'ay fait voir assez clairement. Il faut donc ou que M. Geoffroy mette encore sur le compte de son systême la plus grande partie du fer que donne la mine de ce métal mêlée avec un fondant, ou qu'il rende à l'argille une partie du fer que ce systême lui avoit dérobé.

Voici presentement une objection que me fait M. Geoffroy sur le fer que je soûtiens exister réellement dans la plante, & dans les sucs qu'on en retire tels que l'huile de lin & plusieurs autres. Il ne dit rien ni sur la pesanteur specifique du fer, ni sur la grossiereté naturelle de ses parties que j'ay prouvé par des experiences sensibles, & par des raisons évidentes n'être point un obstacle à l'ascension de ce métal dans les plantes, & à son passage dans leurs tuyaux les plus déliez. Il demande seulement, *comment le fer dissous par des sucs differens, & réduit apparemment dans ses dernieres parties, ne se décompose-t-il pas, puisque l'eau seule est capable de le détruire, d'en separer les principes, & de le réduire en une terre ou roüille qui n'a plus rien des proprietez du fer?*

Pour satisfaire à cette demande, il n'y a 1°. qu'à faire attention à la maniere dont j'ay prouvé dans mon systême que le fer s'insinuoit dans la plante; je n'ay pas supposé qu'il y montât sous sa forme métallique, mais sous une autre plus commode qu'il avoit acquise en s'unissant à des acides, en un mot sous une forme vitriollique. Or je demande à mon tour à M. Geoffroy quelle preuve il

a que le fer qui a été réduit en vitriol, & qui de son propre aveu existe encore réellement dans ce composé, se détruise & s'aneantisse ensuite, parceque ce vitriol aura été dissous par differentes liqueurs. Si M. Geoffroy veut soûtenir cette proposition, je m'offre à détruire ses preuves & à lui démontrer le contraire.

En second lieu sur quel fondement assure-t-il encore que la roüille est une terre qui n'a plus rien des proprietez du fer. Pour être convaincu du contraire, il n'y a qu'à faire attention à la composition & à la décomposition de cette matiere.

J'ay déja expliqué dans les Memoires de l'Academie de l'année 1706. pag. 127. comment se forme la roüille de fer, & par quelle mécanique l'eau seule est capable de roüiller ce métal; je ne repeteray donc point ce que j'en ay dit; il suffit presentement de sçavoir que ce qui fait la roüille de fer, c'est un sel qui s'est insinué dans une grande quantité de ses pores, & qui empêche par-là la matiere magnetique d'y passer; & en effet quand on veut faire de la roüille plus parfaite & en moins de tems que par la maniere ordinaire, il n'y a qu'à faire fondre un peu de sel dans l'eau dont on humecte le fer. La roüille de ce métal est donc un fer dissous aussi-bien que le vitriol, & elle n'en differe qu'en ce qu'elle contient moins d'acides, ce qui fait qu'elle n'a pas une forme saline comme lui.

Si donc le fer contenu dans le vitriol n'y est pas détruit, comme M. Geoffroy l'avouë formellement dans le Memoire dont il s'agit pag. 178. pourquoy la roüille qui dans sa composition a admis moins d'acides que le vitriol est-elle un fer aneanti? Car enfin l'une & l'autre matieres dépoüillées de leurs acides par un feu de fonte tres-considerable, se rétablissent par-là dans la forme ferrugineuse où elles étoient avant que d'être roüille & vitriol, & elles redeviennent susceptibles des impressions de l'aiman. Est-ce que par la même operation le fer totalement détruit dans la roüille renaîtroit & ressusciteroit,

& le fer simplement caché dans le vitriol ne feroit que reparoître ? Mais comment renaîtroit-il, dans le sentiment même de M. Geoffroy, puisqu'on n'a point employé d'huile pour cela, qu'on ne s'est servi que du fer de fonte, & qu'il faut necessairement de l'huile pour la production artificielle du fer ? Il paroît donc plus vraisemblable que la roüille reprend sa forme ferrugineuse par la même mécanique que le vitriol, & par consequent que le fer existe également dans l'un & dans l'autre.

Voici une autre objection que fait M. Geoffroy contre le sentiment où je suis que le fer est réellement contenu dans les plantes & dans leurs sucs. *Le fer*, dit-il, *n'est pas une matiere qui se puisse aisément cacher, il y a des marques pour le reconnoître ; il se découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs, qui le tiennent en dissolution : ces liqueurs pour peu qu'elles soient chargées de fer, prennent une couleur rouge ou noire, lorsqu'on les mêle avec les infusions de noix de galle, de feüilles de chêne & d'autres matieres semblables ; & cela est si considerable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas sa quatriéme partie de fer, étant dissous dans douze pintes d'eau, donne un goût sensible à l'eau, & se colore d'un peu de rouge leger par le mêlange de la noix de galle. Si donc la quatriéme partie d'un grain de fer étendu en 221184 grains de liqueurs est encore sensible au goût & à la vûë, pourquoy ne le sera-t-il pas dans les sucs des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent, comme dans l'huile de lin, l'esprit de therebentine & autres liqueurs semblables, qui fournissent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée ?* On voit clairement par l'énoncé de cette objection que M. Geoffroy convient que le fer qui a servi à faire du vitriol, n'est pas détruit dans ce composé, comme celui de la roüille qu'il prétend l'être, & qu'ainsi je ne lui en ay point imposé.

Je réponds qu'il n'en est pas du vitriol contenu dans les plantes & dans leurs sucs huileux ou autres, comme du vitriol dissous par une liqueur purement aqueuse : dans les plantes, outre le vitriol, il se trouve un grand nombre d'autres parties salines, terreuses & huileuses qui cou-

vrent & cachent ce vitriol vegetal, & dont quelques-unes ont leurs ſaveurs particulieres ; enſorte que de l'aſſemblage de toutes ces parties fortement unies les unes aux autres, il ne ſe peut former qu'une ſaveur moyenne, qui n'eſt pas capable de faire diſtinguer le vitriol qui y reſide. C'eſt par la même raiſon qu'on n'apperçoit dans le ſucre aucune acidité, quoiqu'il contienne réellement un acide fort piquant, qui ne devient ſenſible qu'aprés ſa deſunion d'avec la partie huileuſe qui l'envelopoit.

Pour ce qui eſt de la couleur qui réſulte du mêlange du vitriol avec la noix de galle, ou avec quelqu'autre matiere ſemblable ; j'ay prouvé dans un Memoire donné en 1707 qu'elle venoit immediatement du fer contenu dans le vitriol, & que la noix de galle étoit un veritable abſorbant, qui ſe chargeant des acides du vitriol, laiſſoit le fer à nud dans la liqueur. La mécanique de ce phenoméne étant entenduë, comment veut-on que la noix de galle porte ſon action ſur le vitriol des plantes qui s'y trouve envelopé par quantité d'autres parties ſalines, terreuſes & huileuſes qui ſont étroitement unies à ce vitriol, & qui empêchent par-là les parties abſorbantes de de la noix de galle de l'aborder ? De plus ne ſe peut-il pas faire encore que la noix de galle trouvant dans les plantes d'autres acides plus libres & plus dégagez que ceux du vitriol, s'uniſſe à eux, s'en raſſaſie en quelque ſorte, & devienne par-là incapable d'exercer ſon action ſur le vitriol de ces plantes ? Ce que j'avance va être prouvé par des experiences ſenſibles.

J'ay mêlé enſemble un acide, une huile, & de l'eau chargée de vitriol ; j'en ay fait une eſpece de nutritum qui contenoit certainement plus de vitriol qu'il n'en faudroit à un volume d'eau beaucoup plus conſiderable pour faire une encre fort noire avec un abſorbant propre à cet effet. Quand le nutritum a été fait, & que toutes ſes parties ont été intimement unies, j'en ay mêlé avec de la teinture de noix de galle, & je n'y ay apperçû aucun changement ſenſible.

J'ay fait ensuite trois experiences plus faciles & plus promptes; j'ay mis dans trois verres, de la solution de vitriol, j'ay ajoûté dans l'un un peu d'eau-forte, dans l'autre un peu d'esprit de sel, & enfin dans l'autre un peu d'esprit de vitriol. J'ay versé sur ces trois mêlanges de la décoction de noix de galle; & quelque quantité que j'en aye mise, il ne s'est pas fait la moindre apparence de changement.

On voit par ces experiences & par les raisons qui ont été alleguées que le fer ou le vitriol se cache souvent plus facilement que M. Geoffroy ne se l'imagine, qu'il ne se découvre pas toûjours au goût & à la vûë, & qu'ainsi quoiqu'il y ait à proportion plus de fer dans les plantes & dans leurs sucs, qu'il n'y en a dans douze pintes d'eau chargée d'un grain de vitriol; cependant comme la noix de galle ne peut porter son action sur le vitriol des plantes, & qu'elle la peut porter immediatement sur l'autre vitriol, qui n'a pour toute union que des parties aqueuses, le fer doit demeurer invisible dans le premier cas, & reparoître dans le second. J'ajoûteray encore une experience qui vient assez bien au sujet.

M. Geoffroy convient qu'il y a dans l'argille un peu de fer; il dit aussi qu'il y a un acide vitriolique, par consequent on y peut supposer du vitriol qui n'est qu'un assemblage de ces deux matieres. J'ay versé de la décoction de noix de galle sur cette terre, j'ay agité le mêlange, & je l'ay laissé un peu de tems en situation, sans que j'y aye rien apperçû. Puis donc que le fer de l'argille ne paroît point par le moyen de la noix de galle, pourquoy M. Geoffroy veut-il que le fer des plantes qui vrai-semblablement y est encore plus envelopé paroisse par la même voye? Il est certain que quand la noix de galle mêlée avec quelque corps produit de l'encre, on peut croire sur cela seul que ce corps contient du fer ou du vitriol; mais on n'est pas en droit d'assurer qu'il n'en contient point, quand la noix de galle n'y fait rien. Il faut avant que de tirer cette consequence avoir mis le corps à d'au-

tres épreuves; d'où je conclus que M. Geoffroy a eu tort de nier l'existence du fer dans les plantes sur l'experience de la noix de galle.

Voilà toutes les objections que M. Geoffroy fait contre mon systême. On voit que bien loin d'en avoir reçû la moindre atteinte, il n'en est que mieux prouvé, & plus sûrement établi; cependant M. Geoffroy prétend tout le contraire, & sûr d'avoir donné des preuves suffisantes qu'il n'y a point de fer dans les plantes, & dans leurs sucs huileux ou autres, il conclut que celui qu'on trouve dans leurs cendres y a été formé pendant la calcination par le mêlange intime d'un acide, d'une huile & d'une terre. Cette conclusion seroit juste s'il avoit effectivement détruit mon sentiment, & prouvé le sien par des experiences certaines, c'est à dire en nous faisant voir du fer qui fût à l'abri de tout soupçon fondé d'avoir existé réellement avant l'operation; car tant qu'on concevra aisément comment le fer peut se loger dans les plantes, & qu'on n'aura aucune preuve claire & distincte d'un fer nouvellement produit de la maniere dont M. Geoffroy le prétend, on sera toûjours porté à préferer l'opinion qui suppose le fer tout fait, parcequ'elle est certainement moins merveilleuse & plus vrai-semblable.

J'avois objecté la même chose sur le mêlange des huiles de vitriol & de therebentine, que sur celui de l'argille & de l'huile de lin; c'est à dire que ce n'étoit point l'union de ces deux liqueurs qui formoit du fer, *puisque* sans cette union elles en donnoient chacune séparément, & paroissoient d'ailleurs en contenir suivant mon explication.

M. Geoffroy n'employe aucune raison pour justifier ce mêlange, & pour prouver qu'il ait servi comme celui de Becher à faire veritablement du fer, ou du moins à en faire paroître une plus grande quantité que les deux liqueurs analysées séparément n'en auroient rendues. Il se contente d'examiner le résultat des operations que j'ay faites sur chaque liqueur en particulier; & il explique la

formation du fer qui se trouve dans les cendres de l'huile de therebentine, & en general des matieres inflammables, de la même maniere qu'il a expliqué celle du fer que donne l'huile de lin. Cela étant, je n'ay autre chose à repliquer sur cet article que ce que j'ay déja dit.

Pour ce qui est de l'huile de vitriol, il répond 1°. que cette huile bien rectifiée ne laisse jamais de fer dans la distillation ; je lui accorde ce fait, aussi n'ay-je pas dit que j'y eusse trouvé du fer en cet état, mais seulement dans l'huile noire de vitriol que je croyois être celle dont M. Geoffroy s'étoit servi pour son experience ; mais quand aucune huile de vitriol ne donneroit de fer, mon objection seroit toûjours dans sa force ; car dés que l'huile de therebentine donne aussi-bien du fer étant seule qu'étant mêlée avec l'huile de vitriol, ce n'est point le mêlange de ces deux liqueurs qui produit le fer qu'on découvre pour lors.

On voit par-là que les grains de fer que j'ay trouvez dans l'huile de vitriol ne sont pour moy qu'un surcroît de preuve contre le sentiment de M. Geoffroy, & que j'aurois bien pû m'en passer ; si je n'en eusse point parlé du tout, je lui aurois épargné bien de la peine. Pour expliquer la formation de ces grains, il a recours aux morceaux de bois & aux ordures qui se trouvent dans le vitriol avant sa distillation, à la terre qui lutoit les recipiens, ou à quelques portions des bouchons de papier, de liege, de cire, ou autres choses semblables qui seront tombées dans la liqueur, & qui en auront été rongées & dissoutes. C'est assurément-là faire son profit de tout, & par ce moyen tous les ingrediens & préparatifs necessaires pour la formation du fer se trouvent heureusement rassemblez dans une même liqueur ; car le principe sulphureux & la terre sont fournis par les matieres étrangeres, & l'acide vitriolique se rencontrant abondamment dans l'huile de vitriol, il ne s'agit plus que d'unir tout cela ensemble par l'action du feu pour la production du fer, qu'on retire de cette huile de vitriol.

On pourroit dire ce que j'ay déja avancé dans un autre Memoire, que l'huile de vitriol étant sortie des pores d'un veritable fer, & en étant sortie par une derniere violence de feu, peut fort bien avoir enlevé avec elle quelque portion de ce métal ; mais passons à M. Geoffroy que le fer qu'on retire de cette liqueur ne vienne point de la base du vitriol, & attribuons-le aux matieres étrangeres qui s'y sont mêlées, comment nous convaincra-t-il presentement que ces matieres ne contenoient point elles-mêmes du fer ; car j'ay prouvé assez clairement, & je prouveray encore dans la suite que les matieres vegetables en contiennent réellement, & j'ay répondu aux objections qu'il avoit faites contre ce sentiment. Je lui ay fait voir encore que les deux mêlanges sur lesquels il avoit fondé le systême de la production artificielle du fer ne prouvoient rien moins qu'un métal nouvellement produit. Ce systême n'est donc établi sur rien, & sans vouloir faire l'incredule sur la possibilité de cette production, on pourra toûjours dire à M. Geoffroy sur des experiences solides, qu'il n'a jamais fait de fer, & qu'il lui reste encore à prouver que le mêlange d'un acide vitriolique d'une huile & d'une terre en puisse produire, & par consequent qu'il n'est pas en droit d'appliquer son systême au fer qui se trouve dans les cendres des plantes & de leurs sucs. Ces raisons qu'il a bien senties l'ont engagé à chercher de nouvelles experiences pour soûtenir son systême qui manquoit par ses fondemens ; mais je vais faire voir que ces dernieres experiences ne le soûtiennent pas mieux que les premieres, & que les unes & les autres conduisent naturellement à des consequences parfaitement opposées à celles qu'il en a tirées.

Avant que d'entrer dans ces experiences, il a crû devoir montrer que les principes des vegetaux & ceux des mineraux étoient essentiellement les mêmes. Je me garderay bien de combattre ce sentiment, qui avec toute la vrai-semblance possible favorise si fort mon opinion sur l'existence du fer dans les plantes ; car enfin les sucs de la

terre

terre fournissant aux plantes toute leur nourriture & leur subsistance, ils y portent naturellement ce qu'ils ont puisé dans la terre même, & par consequent il n'est pas possible que les substances qui composent les mineraux & les plantes soient essentiellement differentes. Cela étant, comme il se rencontre dans la terre beaucoup de vitriol, il en doit monter dans les plantes, & ainsi elles en doivent contenir réellement. M. Geoffroy ne paroît pas en disconvenir dans cet endroit de son Memoire. Voici ses propres termes pag. 180. *Les principaux sels mineraux sont le nitre, le sel marin & le vitriol. Nous trouvons ces mêmes sels dans les plantes.* Si l'on y trouve du vitriol, on y doit trouver aussi du fer, qui de l'aveu même de M. Geoffroy fait la base de ce sel mineral. Les plantes contiennent donc du fer.

M. Geoffroy ne manquera pas de dire qu'il n'a point entendu par le mot de vitriol dont il s'est servi, que la partie ferrugineuse de ce mineral montât dans la plante, mais seulement l'acide vitriolique.

On pourroit lui répondre que qui dit vitriol dit un sel concret, ou un assemblage d'un acide particulier & d'un métal, & que l'acide vitriolique seul ou engagé dans une matrice purement terreuse, ne peut point être pris pour du vitriol. Quand il a dit qu'il se trouvoit dans les plantes du nitre & du sel commun, il n'a pas seulement entendu que ce fût l'acide seul de ces sels, mais ce même acide incorporé dans la matrice propre qui les constituë nitre & sel commun; en un mot tels essentiellement qu'on les retire de la terre, & produisant les mêmes effets chimiques, comme on le peut voir par son Ecrit pag. 180. & 181. par la même raison quand il dit qu'il se trouve du vitriol dans les plantes pareil au vitriol mineral, on pourroit croire qu'il n'a pas seulement entendu par-là un acide vitriolique, mais un vitriol veritable & tel que la terre nous le fournit. Mais enfin, quoiqu'il en soit, j'accepte volontiers telle réponse qu'il me voudra donner sur cela, d'autant plus que quand il auroit dit sans y penser qu'il se

trouve dans les plantes un parfait vitriol, cet aveu n'étant qu'une pure méprise & une contradiction par raport à M. Geoffroy & à son systême, il ne feroit pas d'un grand poids pour mon sentiment particulier; il donneroit seulement lieu de croire que ce sentiment est si naturel & si conforme à la verité, qu'à moins d'être toûjours sur ses gardes, on y tombe insensiblement par les experiences & les raisons mêmes qu'on aprête pour le combattre. Je n'insisteray donc pas davantage sur cet article, je feray seulement deux instances à M. Geoffroy, en supposant avec lui que l'acide vitriolique monte dans les plantes.

Si donc cet acide s'insinuë bien dans les plantes, pourquoy le fer, & particulierement le fer réduit en vitriol, ne s'y insinuë-t-il pas aussi? Car j'ay suffisamment prouvé dans un autre Memoire qu'il le pouvoit par lui-même, & M. Geoffroy en attaquant mon systême a passé cet article de mon Memoire sous silence, comme je l'ay déja remarqué dans celui-cy. Qu'il nous explique donc presentement par quelle mécanique l'acide vitriolique monte dans les plantes, sans que le fer ou le vitriol y puisse monter; car jusque-là on sera porté à croire que l'un & l'autre y peuvent être reçûs, d'autant plus que si on trouve dans les plantes un acide vitriolique, on y trouve aussi du fer.

En second lieu si l'acide vitriolique retiré des plantes par le feu, comme par exemple le vinaigre distillé, n'est pas un effet du feu, pourquoy le fer qu'on retire des plantes est il un effet de cet agent? N'y auroit-il *pas en cela* une sorte de contradiction? Et n'est-il pas au contraire plus vrai-semblable que l'acide vitriolique & le fer montent ensemble dans la plante sous la forme de vitriol, & que l'acide vitriolique & le fer qu'on en retire séparément ne se manifestent sous cette seconde forme que par une simple analyse du vitriol qui s'y étoit introduit? comme je l'ay déja dit plusieurs fois ailleurs. Par cette analyse qui peut être comparée à celle du vitriol mineral, les acides se détachant de leur base ferrugineuse, & étant en pleine liberté, forment les sucs acides & vitrioliques

que donnent les plantes, & par-là laiſſent à nud dans les cendres le fer qu'ils cachoient auparavant, & qui originairement vient de la terre auſſi-bien que les acides eux-mêmes. Les conſiderations ſuivantes ſervent encore à appuyer cette verité.

Si l'on examine avec attention ce qui ſe paſſe dans la découverte du fer des plantes & dans celle du fer contenu dans le vitriol ordinaire, on verra qu'elles ſe font l'une & l'autre préciſément de la même maniere & avec les mêmes circonſtances. Et en effet on remarque 1°. que les plantes ſimplement ſechées ne donnent point de fer ſenſible par le ſecours de l'aiman, non-plus que le vitriol ordinaire deſſeché en blancheur ou en rougeur; parce-que le vitriol vegetal & le vitriol mineral contenant encore en cet état trop d'acides, les pores de leur fer ne ſont pas aſſez libres & aſſez ouverts pour admettre la matiere magnetique.

En ſecond lieu le vitriol ordinaire deſſeché en rougeur, étant pouſſé même par un bon feu de calcination, ne laiſſe point encore paroître beaucoup de fer, parce-que ce métal, comme il a déja été dit, eſt fort difficile à fondre, & qu'il ne peut ſans une ſorte de fuſion ſe dépoüiller des acides qui le cachoient; il faut donc employer pour cela, ou un feu de fonte tres-conſiderable; ou un intermede ſulphureux qui puiſſe avec un ſimple feu de calcination exciter la fuſion de ce métal, & l'exaltation des acides qui s'y étoient incorporez. Or cet intermede ſulphureux ſe trouve naturellement dans les plantes, car elles contiennent toutes de l'huile; & c'eſt-là ce qui fait que le feu qu'on employe ordinairement pour leur calcination, & qui ſeul ne ſeroit pas capable de faire paroître le fer du vitriol vegetal, devient alors ſuffiſant pour cet effet.

En troiſiéme lieu le fer tiré du vitriol mineral a perdu pendant l'operation une certaine quantité de parties huileuſes; ce qu'il eſt aiſé de reconnoître par pluſieurs experiences rapportées dans un Memoire que j'ay donné en 1706. p. 122.

En un mot c'eſt un fer moins ſulphureux & moins malleable que le fer ordinaire, & qui reſſemble parfaitement à la matiere propre de l'aiman. Or j'ay reconnu que les mêmes experiences faites ſur le fer des plantes & ſur celui du vitriol, réüſſiſſoient préciſément de la même maniere ; d'où l'on peut conclure qu'ils ſont de même nature, & qu'ils ont ſouffert les mêmes alterations.

Enfin ſi l'experience nous démontre que le fer entre dans la compoſition du vitriol, la raiſon nous convainc que ce même vitriol entre dans la compoſition des plantes, & par conſequent que le fer exiſte auſſi réellement dans les plantes que dans le vitriol. Je paſſe preſentement aux experiences nouvelles de M. Geoffroy, & je vais rapporter ſes propres termes.

Quelque fixe que ſoit le principe ſulphureux dans le fer, le grand feu ne laiſſe pas de l'enlever, & de convertir ce métal, aprés une longue calcination en une cendre rougeâtre qu'on nomme ſafran de Mars. Cette cendre ne ſe vitrifie qu'à peine ſeule au feu ordinaire : le feu du Soleil la vitrifie promptement de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin, & qu'on les calcine enſemble, on la convertira en fer ; & dans cette operation la terre du fer reprend le principe ſulphureux qu'elle avoit perdu. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe ſulphureux, il ceſſe d'être métal, ce n'eſt plus qu'une terre ſuſceptible de vitrification. Si au contraire on rend à cette terre ſon principe ſulphureux, elle devient auſſi-tôt fuſible, malleable, ductile ; en un mot c'eſt du métal.

Voilà les preuves & les experiences ſur leſquelles M. Geoffroy établit & fortifie ſon opinion de la production artificielle du fer ; il n'y a qu'à examiner en particulier chaque operation qu'il rapporte, pour voir clairement que les conſequences qu'il en tire ne ſont pas juſtes.

Il eſt vrai que le fer calciné long-tems par un bon feu, ſe réduit en une poudre rouge qui n'eſt plus ou preſque plus attirable par l'aimant ; mais qu'eſt-ce que cette poudre ? C'eſt un fer veritable dont le feu a fortement rarefié les ſouffres, & dans les pores duquel les acides du bois

ou du charbon se sont incorporez, & ont bouché par-là l'entrée à la matiere magnetique. La verité de ce que j'avance sur la formation de cette poudre est sensiblement prouvée, parceque si on calcine du fer déja chargé d'acides, il se réduit en une poudre rouge semblable à la premiere, & qui n'en differe que par le tems de sa formation, qui est beaucoup plus court; parceque ce fer contenant déja des acides, n'a besoin du feu que pour la rarefaction de ses souffres; au lieu que l'autre fer faisant sa provision d'acides dans le feu même, ne la peut faire qu'aprés un tems assez considerable.

Si l'on pousse l'une & l'autre poudre par un feu de fonte, elles se dépoüillent par la fusion des acides qui s'étoient logez dans leurs pores, & elles redeviennent par-là susceptibles des impressions de l'aiman, comme elles l'étoient auparavant. Pourquoy donc M. Geoffroy assure-t-il que la cendre rougeâtre dont il s'agit n'est qu'une terre? Une terre veritable a-t-elle cette proprieté, quand elle auroit été poussée par un feu égal, & même plus violent? Si M. Geoffroy nous faisoit voir quelque terre hors de tout soupçon de contenir du fer, & qui par un simple feu de fusion se réduisit entierement en une matiere propre à être attirée par l'aiman, comme la cendre rougeâtre, il ne lui faudroit point d'autre preuve pour avancer qu'il a fait du fer.

Mais il ne manquera pas de me faire une objection qui se trouve déja insinuée dans son Memoire; c'est que quoique la cendre rougeâtre en question se réduise en une matiere propre à être attirée par l'aiman, cette matiere n'a plus la malleabilité du fer ordinaire, & par consequent elle n'est plus fer.

Je réponds que la malleabilité du fer peut être détruite de deux manieres, sans que pour cela le fer soit détruit. La premiere c'est quand les pores de ce métal sont chargez de quelques acides qui séparent les parties veritablement ferrugineuses, & qui les empêchent de s'unir assez étroitement les unes aux autres pour former un

corps doux & ductile. Or comme on ne peut pas dire que l'or & l'argent penetrez par des acides ne sont plus or & argent, parcequ'ils ne sont plus malleables en cet état ; on ne le peut pas dire non-plus du fer dans le même cas.

La seconde maniere dont ce métal peut cesser d'être malleable sans cesser d'être fer, c'est quand le feu lui a enlevé une portion de la partie huileuse qui servoit à lier ensemble tous ses grains ferrugineux, en telle sorte que quand on frapoit le tout avec un marteau, il s'applatissoit sans que les grains se desunissent, car c'est en cela que consiste la malleabilité ; mais ce fer dépoüillé de cette espece de colle étant encore attirable par l'aiman, ne cesse point d'être fer suivant même M. Geoffroy. Et en effet quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer par le mêlange de l'argille & de l'huile de lin, & par celui des huiles de vitriol & de therebentine ; a-t-il été examiner si les grains ferrugineux que fournissoient ces matieres étoient malleables ou non ? S'il l'eût fait, il auroit reconnu qu'ils ne l'étoient point ou presque point. Sur quoy donc a-t-il avancé que c'étoit du fer ? Sur cela seul que l'aiman les attiroit. C'est-là la marque essentielle dont il s'est servi pour reconnoître le fer ; d'ailleurs que nous a-t-il voulu faire entendre par ces deux operations ? C'est que telles parties de terre qui étoient incapables d'être attirées par l'aiman, acqueroient cette proprieté par leur union intime avec un acide vitriolique & une huile, & par consequent qu'elles devenoient du fer. Car s'il eût dit, par exemple, qu'il y avoit dans l'argille & dans l'huile de lin prises séparément, des grains actuellement attirables par l'aiman, qui n'étoient pourtant point du fer, & qui le devenoient par le mêlange de ces matieres ; on lui auroit répondu que cette production du fer étoit imaginaire : mais il n'a point eu cette pensée, il a simplement prétendu pour lors, comme je l'ay déja dit, que les grains qui se trouvent dans l'operation de Becher, & dans le mêlange des huiles de vitriol & de thereben-

tine étoient du fer veritable, par cela seul que l'aiman les attiroit, & sans examiner s'ils étoient malleables ou non. Puis donc que ses dernieres experiences sont faites pour appuyer les premieres, & pour établir la production artificielle du fer, il doit parler le même langage, & soûtenir la même chose dans les unes & dans les autres, & ne pas ôter le nom de fer dans les dernieres à ce qu'il auroit appellé dans les premieres un veritable fer, & un fer nouvellement produit.

Mais pour prouver clairement encore que le fer peut perdre sa malleabilité par la dissipation de ses parties huileuses, sans pour cela cesser d'être fer, je me serviray d'une comparaison qui toute triviale qu'elle est vient parfaitement au sujet. Quand le pain est nouveau, il est tendre & pour ainsi dire malleable, à cause de l'humidité aqueuse qu'il contient; mais quand il a été gardé long-tems, comme il a perdu alors beaucoup de cette même humidité, ses parties n'ont plus la même souplesse & la même ductilité qu'elles avoient auparavant, & elles se reduisent aisément en poussiere, comme le fer dépouillé de son huile. Cela étant, dira-t-on que quand le pain est en l'état de secheresse dont on vient de parler, il n'est plus pain, & qu'il est détruit? Non certainement, il faudroit pour cela que les parties mêmes de la farine fussent réduites en leurs principes. Par la même raison quand le fer a été privé de la portion huileuse qui humectoit ses parties & qui le rendoit malleable, il est toûjours fer, & il ne doit être censé détruit que quand ses grains ferrugineux auront entierement perdu la qualité essentielle qui les caracterise, & dont M. Geoffroy s'est uniquement servi jusqu'icy pour reconnoître le fer. Ce que je viens de dire est non-seulement une réponse à M. Geoffroy, mais encore un éclaircissement à ce que j'ay avancé dans mon Memoire du 14. Avril 1706. sur la décomposition du fer, qui ne doit point être regardée comme une destruction veritable de ce métal, mais seulement comme une destruction de sa malleabilité.

Aprés avoir suffisamment prouvé que le fer réduit en une poudre rouge par une longue calcination n'est point une pure terre, comme l'assure M. Geoffroy, mais un veritable fer caché par les acides qui s'y sont incorporez, on voit clairement qu'en mêlant cette poudre rouge avec de l'huile de lin, il ne récompose pas du fer, puisque ce métal n'a point été détruit, & qu'il est encore réellement existant dans cette poudre rouge. Que produit donc l'huile de lin en cette occasion ? Elle sert à dégager plus vîte le fer des acides qui s'y étoient incorporez, & à le faire reparoître plus promptement sous sa forme naturelle.

J'ay déja expliqué en plusieurs endroits de ce Memoire comment l'huile de lin en particulier & les huiles en general operoient cette réduction ou revivification du fer; ainsi je ne repeteray point icy la même chose, je remarqueray seulement qu'il y auroit lieu d'être surpris si quelqu'un osoit avancer que le mercure penetré par les acides du nitre, & calciné en rougeur, est un mercure détruit, & qu'il est ensuite récomposé, quand par le moyen d'un absorbant qui arrête les acides qui le fixoient, on le distille sous sa premiere forme. Cependant la récomposition prétendue du fer publiée par M. Geoffroy ne differe point essentiellement de la revivification du mercure, & l'une & l'autre se font par une mécanique semblable. La difference principale qui se trouve entre ces deux operations, c'est que le mercure étant un *corps volatile*, on lui donne un absorbant fixe; & le fer étant un corps fixe, on lui donne un absorbant volatile : car si l'on faisoit autrement, le mercure & le fer demeureroient toûjours unis à des matieres étrangeres.

Mais accordons à M. Geoffroy que l'huile de lin, outre sa qualité absorbante par laquelle elle détache les acides qui s'étoient engagez dans les pores des grains ferrugineux, communique encore à ces grains quelques parties huileuses, & réparant par-là en quelque sorte la perte que le feu leur en a fait faire, entretienne le tout dans

dans une certaine malleabilité, il arrive alors la même chose que si en rendant au pain sec les parties aqueuses qu'il a perduës, on le rétablissoit dans la souplesse & l'espece de malleabilité qu'il avoit auparavant. Mais comme on ne peut dire que le pain redevenu tendre & moû ait été récomposé, puisqu'il n'avoit point été détruit en sechant; aussi ne peut-on pas dire que le fer redevenu malleable ait été récomposé, puisqu'il n'avoit point perdu la proprieté essentielle qui le caracterise. Voilà donc où se termine toute la récomposition prétenduë du fer publiée par M. Geoffroy; mais qu'en peut-il conclure pour confirmer ses premieres experiences, & pour appuyer son systême sur la production artificielle du fer? Car quand il a avancé en premier lieu qu'il avoit fait du fer, il n'a pas prétendu nous dire qu'il avoit donné de la malleabilité à une matiere qui étoit déja attirable par l'aiman; il nous a au contraire fait entendre qu'une pure terre qui n'avoit essentiellement aucune proprieté magnetique, l'acqueroit quand elle étoit unie à une huile & un acide vitriolique. Pour donc que ses dernieres experiences prouvent quelque chose en faveur de ses premieres & de son systême, il ne suffit pas d'emporter au fer sa malleabilité, & de la rétablir ensuite tellement quellement: le point principal c'est de lui enlever entierement sa vertu magnetique par la destruction totale de ce métal, & de la rétablir ensuite par la récomposition parfaite du même métal. C'est-là ce qu'il falloit faire, & ce que M. Geoffroy n'a point fait.

Il ne lui reste donc plus de preuve qu'il ait fait du fer, ni même qu'on en puisse faire aussi promptement qu'il se l'imagine, & par le simple mélange d'un acide, d'une huile & d'une terre; car j'ay fait voir assez clairement que les premieres & les secondes experiences sur lesquelles il appuye ce sentiment ne le prouvent point du tout, & que les consequences qu'il tire des unes & des autres ne sont pas justes. Mais enfin quand il trouveroit le secret de faire veritablement du fer, il ne s'ensuivroit pas delà

que le fer trouvé dans les cendres des plantes fût aussi nouvellement produit; & il me seroit aisé de prouver tres-sensiblement que le systême que j'ay donné pour l'explication de ce phenomene seroit encore préferable à tout autre dans le cas present, d'autant plus que ce systême se trouve parfaitement établi & confirmé non-seulement par les experiences & les raisons que j'ay rapportées dans d'autres Memoires; mais encore par celles que M. Geoffroy m'a fait naître en attaquant mon systême, & en défendant le sien.

Je n'examineray point icy ce que M. Geoffroy publie sur la production des autres métaux, & des matieres métalliques; il ne s'agit presentement que du fer, & mon Memoire qui n'est déja que trop long, le deviendroit excessivement, si j'entamois cette autre matiere que je traiteray peut-être une autre fois; je remarqueray seulement que pour entrer dans le secret de la composition de ces métaux, il suit précisément la même voye, & il employe les mêmes experiences que celles dont il s'est servi pour le fer; c'est à dire qu'il tâche de les détruire, & de les récomposer ensuite par des moyens semblables, & qu'il ne fait cependant ni l'un ni l'autre.



OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Soleil arrivée le 14 Septembre 1708 au matin, à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

LEs nuages empêcherent de pouvoir voir le commencement de cette Eclipse ; mais s'étant presqu'aussi-tôt dissipés, on vit le Soleil éclipsé d'environ un tiers de doit à 6ʰ 53'. Les autres Phases furent observées comme il suit avec le Micrometre appliqué à une Lunete de 7 piés de foyer. 1708. 28. Novembre.

A	6ʰ	53'	47"	0 doits	39'
		55	45	0	57
		57	40	1	10
		59	38	1	25
	7	1	13	1	40
		2	58	1	54
		4	49	2	8
		6	37	2	22
		8	27	2	36
		10	16	2	51
		12	15	3	5
		14	22	3	19
		16	36	3	33
		18	44	3	48
		21	51	4	2
		24	34	4	16
		27	33	4	30
		31	54	4	44
		37	41	4	59

C'étoit icy la plus grande obscurité.

	52	46	4	44
	58	3	4	30
8	1	7	4	16

Il vint enſuite des nuages qui empêcherent de pourſuivre l'Obſervation juſqu'à

8h	20′	17″	2 doits	22′	
	24	17	1	54	
	25	57	1	40	
	27	43	1	25	
	30	3	1	10	
	31	57	0	57	
	34	12	0	39	
	35	46	0	29	
	38	42	0	0	Fin de l'Eclipſe.

On trouva le diametre du Soleil de 31′ 48″ par pluſieurs Obſervations repetées, tant par les paſſages du Soleil par un meridien, que par le moyen du Micrometre.

On obſerva encore qu'à 7h 31′ 55″ la ligne menée par les cornes du Soleil éclipſé, étoit ſenſiblement parallele à l'horizon, & par conſequent les centres des deux aſtres étoient alors dans le même vertical, & la diſtance entre cette ligne & le limbe du Soleil qui étoit découvert, étoit de 25′ 20″. Mais alors la partie claire reſtante du Soleil étoit de 19′; d'où l'on conclut que le diametre de la Lune devoit être de 31′ 40″, qui eſt tres-proche de celui du Soleil. Mais par le calcul de mes Tables on trouve que le diametre de la Lune étoit de 32′ 16″ un peu plus grand qu'on ne le tire de l'Obſervation; ce qui doit toûjours arriver dans les Eclipſes de Soleil, à cauſe de ſa grande lumiere qui diminuë un peu la partie obſcure qui eſt *cachée par* la Lune.



SUR L'OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune arrivée le 29 Septembre au soir 1708 à l'Observatoire.

PAR M^RS DE LA HIRE.

UN peu avant l'Eclipse le Ciel étoit assez serein, & l'on observa le diametre de la Lune avec le Micrometre de 30′ 43″, la Lune étant élevée sur l'horizon de 18°. Mais ensuite le Ciel se couvrit de nuages assez épois pour ne laisser voir la Lune que fort imparfaitement & seulement par intervalles; & quand elle paroissoit le plus clairement, on ne voyoit pas l'ombre de la Terre bien terminée sur le disque de la Lune. Ainsi on n'a pû faire aucune Observation de cette Eclipse avec exactitude.

Pour ce qui est des taches on n'en a pû rien observer, à cause des nuages qui passoient continuellement au devant de la Lune, & qui ne permettoient pas de les distinguer. Ce qu'on voyoit quelquefois le plus distinctement, c'étoit les cornes de la Lune éclipsée; car comme la Lune paroît toûjours plus claire dans la circonference de son disque, aussi l'ombre y est-elle plus sensible.

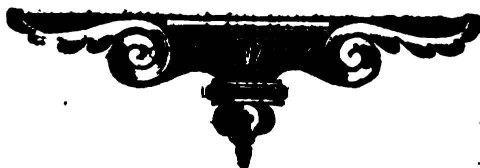
Nous observâmes le mieux qu'il nous fut possible qu'à 8^h 17′ l'Eclipse étoit de un doit 42 minutes. Mais les Observations suivantes n'ont été faites que par la distance entre la ligne menée par les cornes de la Lune éclipsée, & la partie du limbe éclairé qui en étoit la plus éloignée; d'où nous avons conclu en posant le diametre de la Lune tel que nous l'avions observé, & le diametre de l'ombre tiré des Tables que l'Eclipse étoit à 8^h 30′, de 3 doits 11′; à 8^h 33′, de 3 doits 58′; à 8^h 40′, de 4 doits 30′; & à 8^h 52′, de 4 doits 47′.

Avertissement.

Lorsque je composai mes Tables Astronomiques, je

donnai dans la 17e Table pour la correction de la Lune, le même nombre des minutes tant pour les Eclipses de Soleil que pour celles de Lune ; car il me sembloit que je ne pouvois rien établir de bien certain dans les Eclipses de Lune qui peuvent varier considerablement par des causes Physiques. Cependant les circonstances particulieres qui se sont rencontrées dans quelques-unes des dernieres Eclipses de Lune, m'ont fait connoître que cette correction étoit trop forte de 3′ dans le milieu de la derniere colonne, & qui est son point le plus haut ; & qu'au lieu de 13′ il faut mettre 10′, & qu'elle doit être diminuée à proportion tant en montant qu'en descendant dans les trois dernieres colonnes de cette Table, en laissant les trois premieres comme elles sont. Pour m'en assurer j'ay calculé de nouveau toutes les Eclipses de Lune que j'avois pour certaines & qui étoient presque centrales, comme celles qui me sembloient plus propres pour mon dessein, & semblablement les partiales qui s'étoient trouvées trop écartées par mes premiers calculs, ce qui m'a confirmé dans cette correction, en ajoûtant encore 30″ à 1′ que j'avois ajoûtée pour le demi-diametre de l'ombre dans le précepte des Eclipses page 27.

Sur cette correction j'ay trouvé que l'Eclipse de Lune que je rapporte dans ce Memoire devoit commencer à 8h 7′ 35″ ; son milieu devoit être à 9h 21′ 37″, & sa fin à 10h 35′ 39″, & sa quantité de 5 doits 24′. On pourra la confronter avec des Observations exactes qui en auront été faites.



OBSERVATIONS

De l'Eclipse du Soleil du 14 *Septembre* 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

NOus nous sommes servis pour observer cette Eclipse des mêmes methodes que nous avions employé pour l'Observation de l'Eclipse du Soleil du 12 May 1706; sçavoir d'un Micrometre mis au foyer d'une Lunete de 8 pieds, de divers reticules formez par des fils paralleles mis au foyer d'une autre Lunete de même grandeur, & en troisiéme lieu par la Lunete de 34 pieds au foyer de laquelle on avoit attaché sur un tambour un papier sur lequel se peignoit l'image du Soleil, dont le diametre étoit divisé en douze par six cercles concentriques. Cette derniere methode fut celle dont l'on fit le moins d'usage, à cause que pendant la durée de l'Eclipse l'on voyoit souvent le Soleil au travers des nüages rares, qui empêchoient que son image ne se peignit distinctement sur le tambour.

1708. 28. Novembre.

Le 14 Septembre au matin on apperçut le Soleil quelque temps aprés son lever. Il se cacha ensuite dans des nuages qui étoient du côté de l'Orient.

A $6^h 52' 48''$ le Soleil se découvrit lorsqu'il étoit déja éclipsé d'environ un tiers de doit.

Nous fîmes ensuite les Observations suivantes.

Observations faites par le Micrometre.

A $7^h\ 1'\ 2''$	Un doit 29 minutes.
4 40	Deux doits 5 minutes.
9 34	Deux doits 49 minutes.
12 38	Trois doits 20 minutes.
15 43	Trois doits 38 minutes.
19 0	Trois doits trois quarts.

A 7h	22′	53″	Quatre doits 21 minutes.
	28	0	Quatre doits 49 minutes.
	31	34	Quatre doits 53 minutes.
	37	0	Cinq doits 7 minutes.
	41	4	Cinq doits 10 minutes.
	42	0	Cinq doits 10 minutes.
	45	0	Cinq doits 10 minutes.
	46	0	Cinq doits 10 minutes.
	53	8	Quatre doits 48 minutes.
	56	48	Quatre doits 33 minutes.
8	0	30	Quatre doits un tiers.
	26	30	Un doit 29 minutes.
	29	23	Un doit 10 minutes.
	34	0	41 minutes.
	36	38	18 minutes.
	38	27	Fin de l'Eclipse.

La grandeur de l'Eclipse fut trouvée par le *Micrometre* de 5 doits 10 minutes. On n'apperçut point avec la Lunete de 8 pieds dont l'on se servoit pour cette Observation, la Tache qui devoit être sur le bord du Soleil apparent prés d'en sortir.

Observations faites par les Reticules réduites en doits & demi doits.

A 6h	50′	0″	Commencement estimé,
	56	46	Un doit.
7	3	42	Deux doits.
	11	0	Trois doits.
	20	28	Quatre doits.
	26	44	Quatre doits & demi.
	35	26	Cinq doits,
	41	0	Cinq doits 5 minutes.
	59	46	Quatre doits & demi.
8	24	10	Deux doits.
	28	22	Un doit & demi,
	31	59	Un doit.

A 8h

A 8ʰ 35′ 22″ Un demi doit.
38 28 Fin de l'Eclipse.

La grandeur de l'Eclipse fut observée par les Reticules de cinq doits & 5 minutes.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708.

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

Le temps n'a pas été favorable pour l'Observation de cette Eclipse; car pendant sa durée la Lune a été ou entierement cachée, ou couverte de broüillards qui empêchoient de distinguer avec quelque précision le terme de l'ombre de la Terre sur le disque de la Lune. 1708. 28 Novembre.

Nous n'avons pas laissé d'en faire les Observations suivantes avec deux Lunetes de 8 pieds, à l'une desquelles il y avoit un Micrometre, & à l'autre des Reticules.

A 8ʰ 16′ 20″ la Lune paroissoit éclipsée au travers des broüillards de Un doit 20 minutes.

	22	50	Deux doits & demi.
	29	20	Trois doits & 6 minutes.
	30	50	Trois doits & 18 minutes.
	32	50	Trois doits & 42 minutes.
	45	0	Quatre doits & 54 min.
10	6	20	Trois doits & 6 minutes.
	20	20	Un doit & 20 minutes.

La fin de l'Eclipse ne pût pas être observée.

En comparant ensemble les deux dernieres Observations qui ont été faites lorsque l'Eclipse diminuoit, avec deux autres qui ont été faites précisément dans les mêmes phases lorsque l'Eclipse augmentoit, l'on a par la premiere Observation comparée avec la derniere le milieu de l'Eclipse à 9ʰ 18′ 20″, & par la seconde comparaison on a le milieu à 9ʰ 18′ 0″.

A l'égard de la grandeur de cette Eclipse, nous n'avons pas pû la déterminer exactement; c'est pourquoy il est plus à propos de s'en rapporter aux Observations qui en auront été faites en d'autres païs.

REFLEXIONS

Sur les Eclipses du Soleil & de la Lune du mois de Septembre 1708.

PAR M. CASSINI.

1708. 28 Novembre.

LEs Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708 étant comparées à la figure qui a été dressée pour le calcul de cette Eclipse, ont fait voir que la conjonction qui résulte de nos Tables n'anticipe que de deux minutes d'heure celle que nous avons déterminée par nos Observations.

Ayant corrigé cette difference ensorte que la figure represente exactement l'Eclipse telle qu'elle a été observée à Paris, nous avons trouvé qu'elle representoit aussi avec la même exactitude les temps & les phases observées en d'autres lieux, eu égard à la difference des meridiens.

Nous avons déja reçû les Observations qui en ont été faites à Montpellier, à Marseille, à Langres, à Genes, à Bologne & à Rome, & nous esperons d'en recevoir encore d'autres faites dans des païs où l'Eclipse aura été plus grande qu'à Paris.

Nous avons en attendant déterminé les lieux de la Terre où elle a paru sous diverses phases, & nous trouvons qu'elle a dû être totale au lever du Soleil dans le Groenland à 71 degrés de latitude septentrionale; que l'ombre totale de la Lune a ensuite parcouru la Norvege & la Moscovie, & que l'Eclipse a été totale sur le parallele de Paris 57 degrés à l'Orient de cette ville; qu'elle a dû passer ensuite par la Perse, par le Mogol prés d'Agra,

par le Royaume de Siam & par la Cochinchine, & qu'elle a cessé de paroître totale au coucher du Soleil 112 degrés à l'Orient de Paris, & à 14 degrés de latitude septentrionale.

La trace qu'a décrit l'ombre totale de la Lune dans cette Eclipse croise fort obliquement celle qui fut décrite dans l'Eclipse totale du mois de May 1706, qui commença dans la mer entre la Cayenne & les Canaries, passa par la partie meridionale de l'Espagne, de la France, & alla terminer dans la Tartarie. Ces deux traces se coupent dans la partie septentrionale de Moscovie, quelques degrés au Nord de Moscou, où elle aura été vûë totale cette année-cy, de même qu'en 1706.

L'Eclipse de l'année 1699 qui fut aussi totale en divers endroits de la Terre, paroît avoir décrit une route qui a plus de conformité à celle que l'ombre totale de l'Eclipse de cette année a parcouru sur la Terre.

On a rapporté dans les Memoires de l'Academie de l'année 1699, que cette Eclipse a commencé à paroître totale dans une Isle du Groenland; qu'elle a ensuite passé par les côtes septentrionales de l'Ecosse, par la partie meridionale du Danemark, & par les parties septentrionales de la Pomeranie, par la petite Tartarie, par la Mer Noire, par la Perse, par le Royaume du Mogol, & par les Indes Orientales jusqu'aux confins du Royaume de Siam.

En comparant cette trace avec celle de l'Eclipse de cette année, l'on voit qu'elles ont commencé toutes les deux à paroître totales au lever du Soleil dans le Groenland. Que la derniere a passé par l'Europe dans des lieux plus septentrionaux, & que les deux traces de l'ombre se sont rencontrées dans la Perse & dans le Mogol, où ces Eclipses auront été vûës toutes les deux totales dans un espace de païs considerable.

Nous avons aussi déterminé les lieux où l'Eclipse de cette année a été de 6 doits tant du côté du Midy que du Septentrion.

Du côté du Midy elle a dû commencer à paroître de 6 doits au lever du Soleil dans la mer de Tartarie ou Glaciale à la distance de 9 degrés du Pole septentrional; & aprés avoir traversé une partie de la Tartarie à peu prés du Nord vers le Midy, elle a dû paroître de 6 doits au coucher du Soleil 119 degrés à l'Orient de Paris, & à 42 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude septentrionale.

La trace septentrionale de 6 doits commence 29 degrés $\frac{1}{2}$ à l'Occident de Paris à 52 degrés $\frac{1}{3}$ de latitude septentrionale. Elle passe ensuite par la partie meridionale de l'Angleterre, par la partie septentrionale de la France, par l'Hongrie, par la Mer Noire, par le Golfe Persique, par la côte de Coromandel, au Nord de l'Isle de Sumatra, & va terminer à la partie meridionale de l'Isle de Borneo.

La ligne qui separe les païs où l'on a vû l'Eclipse, de ceux où elle n'a point paru, passe par les Isles Terceres, par la partie meridionale de l'Afrique, par la nouvelle Hollande, par les Philippines, par le Japon & par la côte orientale de la Tartarie; de sorte que cette Eclipse a dû paroître dans toute l'Europe & presque dans toute l'Asie.

Reflexions sur l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708.

Une des plus exactes Observations que l'état de l'air a permis de faire de la derniere Eclipse arrivée le 29 Septembre de cette année 1708, est celle qui a été faite à Marseille par le Pere Laval Jesuite Professeur Royal d'Hydrographie, & par M. Chazelles de l'Academie Royale des Sciences. Ils ont eu le temps tres-favorable, au lieu qu'il étoit fort broüillé à Paris. Cette Observation est d'une tres-grande importance, car elle sert à verifier plusieurs Elemens de la Theorie de la Lune, cet Astre se trouvant alors dans une situation propre pour cet effet. Elle étoit proche de la moyenne distance de la

Terre, où la premiere inégalité de son mouvement est plus grande, ce qui sert à verifier son excentricité qui regle cette inégalité. Et le Soleil étoit aussi tres-proche de la moyenne distance, où est sa plus grande Equation, dont nous assignons la 10e partie à la Lune, mais d'une affection contraire, qui dans cette Eclipse étoit plus grande que dans toutes les autres situations du Soleil; ce qui nous faisoit souhaiter une Observation exacte de cette même Eclipse pour la mieux verifier à cette occasion qui étoit une des plus favorables.

Nous avons eu la satisfaction de voir que la premiere Equation de la Lune que nous emploïons, & qui ne differe point sensiblement de celle des Tables Rudolphines, est conforme à celle que nous avions emploïée dans le calcul de cette Eclipse aussi exactement que l'on peut souhaiter, & que l'Equation tirée de celle du Soleil qui est la 4e Equation de la Lune, s'accorde à cette Observation avec la même exactitude.

Car ayant appliqué ces deux Equations au moyen mouvement de la Lune verifié par toutes les Eclipses précédentes que nous avons pû comparer ensemble, le calcul nous avoit donné le milieu de cette Eclipse à la même heure & à la même minute qu'elle a été observée à Marseille, ayant emploïé la difference des meridiens entre Paris & Marseille telle qu'elle est marquée dans le Livre de la Connoissance des Temps, & emploïant l'Equation des jours inserée dans nos Tables des Satellites de Jupiter.

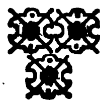
Il y a eu une difference d'un tiers de doit dans la grandeur de l'Eclipse qui fut observée à Marseille de 5 doits un tiers. Mais cette difference ne dépend que d'une minute de latitude de la Lune qu'il est difficile de regler à une minute prés.

Car dans le calcul on ne tient pas compte de la difference qu'il y a entre la veritable figure de la Terre, qui par diverses Observations a été trouvée un peu Elliptique, & sa figure supposée spherique. On ne tient pas

compte non-plus de quelque variation de son ombre, *qui* peut être causée par quelque diversité de la refraction des rayons du Soleil dans la rencontre de diverses parties de l'Atmosphere de la Terre plus ou moins dense en un endroit qu'en un autre.

On neglige aussi dans la détermination de l'ombre les inégalitez dans sa circonference, qui peuvent être causées par les montagnes qui se rencontrent aux lieux de la Terre où le Soleil se leve & où il se couche à l'heure de l'Eclipse, parceque ces inégalitez des hauteurs des montagnes n'ont pas une proportion sensible au demi-diametre de la Terre. Neanmoins si l'on avoit une description assez distincte des chaînes des montagnes telle que M. le Comte Marsigli a entrepris de faire, l'on pourroit observer dans les Eclipses de Lune s'il n'y en paroît point quelques vestiges dans la penombre.

Les divers états de l'air contribuënt aussi à causer dans cette ombre quelques diversitez apparentes. L'état de l'air qui à Paris étoit fort broüillé au temps de cette Eclipse, ne permettoit que tres-rarement de voir le terme de l'ombre; neanmoins la Lune s'étant laissé voir dans une espace un peu moins trouble, un peu aprés le commencement & un peu avant la fin de l'Eclipse, deux phases égales, une en croissant, l'autre en décroissant, on a conclu le milieu de l'Eclipse à $9^h 18' 20''$, à quelques secondes prés de ce qui résulte de l'Observation de Marseille, ayant eu égard à la difference des meridiens déterminée par d'autres Observations.



COMPARAISON

De diverses Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708.

PAR M. CASSINI le fils.

Nous avons reçû de divers lieux les Observations de l'Eclipse du Soleil du 14 Septembre 1708, & nous les avons comparées à nôtre Observation suivant la methode que nous avons pratiquée dans de semblables occasions, pour connoître la difference des meridiens entre Paris & les lieux où cette Eclipse a été observée. 1708. 1. Decembre.

Quoique cette Eclipse ait dû être totale en divers endroits de la Terre, nous n'en avons encore reçû aucune relation, & toutes les Observations que l'on nous en a envoyé marquent sa grandeur plus petite qu'elle n'a été vûë à Paris, où elle fut observée de 5ᵈ 5′.

Nous n'avons pas pû voir à Paris le commencement de cette Eclipse; mais nous l'avons conclu des Phases suivantes à 6^h 50′ 0″, ce qui nous a servi à dresser la Figure que nous avons employée pour déterminer la difference des meridiens qui résulte des Phases differentes observées en divers lieux.

Nous avons comparé non-seulement les Observations du commencement & de la fin, mais aussi celles des Phases ou doits observez, dont les plus exactes sont celles qui ont été faites prés du commencement & de la fin. Celles qui sont vers le milieu ne pouvant pas se distinguer avec la même évidence, à cause que l'augmentation ou la diminution des doits se fait alors moins sensiblement.

Comparaison de l'Eclipse observée à Montpellier par les Astronomes de la Societé Royale des Sciences.

	A Montpellier.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Montpellier.
Commencement	7h 3′ 6″	6h 57′ 0″	6′ 6″
Fin	8 36 17	8 29 40	6 37

La grandeur de l'Eclipse fut observée de trois doits.

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases observées de part & d'autre, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Montpellier de 6′ 18″.

A Marseille par le P. Laval & M. Chazelles.

	A Marseille.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Marseille.
Commencement	7h 10′ 37″	6h 58′ 0″	12′ 37″
Fin	8 43 24	8 31 5	12 19

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 3 doits 20 minutes.

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Marseille de 12′ 17″.

A Langres par M. de Tancarville.

	A Langres.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Langres.
Commencement douteux	7h 5′ 18″	6h 51′ 40″	13′ 38″
Fin exacte	8 52 35	8 40 30	12 5

Suivant l'Observation de la fin de l'Eclipse qui a été observée plus exactement tant à Langres qu'à Paris, l'on a la difference des meridiens entre Paris & Langres de 12′ 5″ de temps, qui réduits en degrés font 3d 1′ 15″ dont Langres est plus Oriental que Paris. Le lieu où l'Observation a été faite est plus prés du meridien de Paris de

de 22″ de degré que la Tour de l'Eglise de S. Pierre qui est au centre de Langres. M. de Tancarville a aussi déterminé la hauteur du Pole de Langres de 47ᵈ 50′ 50″.

A Genes par M. le Marquis Salvago & M. l'Abbé Barabbini.

	A Genes.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Genes.
Commencement	7ʰ 22′	6ʰ 57′	25′ 0″
Fin	9 6	8 39 50	26 10

La grandeur de l'Eclipse fut observée de 4 doits précisément.

A Bologne par M. Manfredi.

Le commencement de l'Eclipse ne pût pas être observé à Bologne, & on n'apperçût le Soleil qu'à 8ʰ 22′ 21″ qu'il étoit déja éclipsé de quatre doits.

	A Bologne.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Bologne.
Fin	9ʰ 20′ 27″	8ʰ 34′ 0″	36′ 27″

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Bologne de 36′ 21″.

M. Manfredi apperçût dans le bord de la Lune une cavité fort longue & fort déliée qui étoit au milieu entre les cornes de l'Eclipse vers les premieres Phases.

A Rome par M. Bianchini.

Le commencement de l'Eclipse ne pût pas être observé à Rome.

	A Rome.	A Paris par la figure.	Diff. des merid. entre Paris & Rome.
Fin	9ʰ 20′ 20″	8ʰ 39′ 30″	40′ 50″

En prenant une moyenne entre les differences qui résultent de la comparaison des Phases, l'on aura la difference des meridiens entre Paris & Rome de 41′ 10″.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune du 29 Septembre 1708, faites à Genes par Mrs le Marquis Salvago & l'Abbé Barabbini, & à Marseille par le P. Laval & M. Chazelles. Rapportées,

PAR Mrs CASSINI ET MARALDI.

1708. 12. Decembre.

LE temps nebuleux qu'il fit à Paris pendant la durée de cette Eclipse ne nous permit pas de l'observer avec beaucoup d'exactitude; mais les Observations qui en ont été faites à Genes & à Marseille, dont nous connoissons la difference des meridiens à l'égard de Paris, pourront suppléer au défaut des nôtres. Voici l'extrait de ces Observations.

Observation faite à Genes.

A 8h 33′ 49″ à Genes l'Eclipse paroissoit commencer à la vûe simple, mais on doutoit de son commencement par une Lunete.

10 57 21 Fin de l'Eclipse.

Observation faite à Marseille.

A 8h 21′ 0″ Commencement de l'Eclipse observée par M. Chazelles par une Lunete de 8 pieds.

8 20 45 Commencement observé par le P. Laval avec une Lunete de 8 pieds.

10 41 30 Fin de l'Eclipse observée par M. Chazelles.

10 41 26 Fin de l'Eclipse observée par le P. Laval.

La grandeur de l'Eclipse fut trouvée par le P. Laval de 5 doits 20′, & le diametre apparent de la Lune de 33′ 40″.

AUTRES SOLUTIONS

Du Probléme déja résolu dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 251. &c. touchant la Courbe que décriroit un corps de pesanteur constante, jetté dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps.

PAR M. VARIGNON.

DAns ce Mémoire du 18. Juillet dernier j'ay donné deux Solutions du Probléme où il s'agissoit de trouver cette Courbe, lesquelles ne dépendent de la vitesse de projéction, que comme d'une vitesse simple, sans qu'il y soit besoin d'avoir égard aux vitesses verticales & horizontales résultantes des projéctions obliques ou inclinées. Et dans le Mémoire du 22. Aoust dernier, pag. 303. &c. j'ay fait voir l'accord de ces deux Solutions avec celles de M. Newton & de M. Hughens, dépendantes de la considération de ces vitesses verticale & horizontale, dans lesquelles ils ont décomposé celle de projéction oblique. Voici encore deux autres Solutions du même Probléme, en considérant aussi le mouvement de projéction oblique comme composé d'un vertical & d'un horizontal, toutes différentes encore des leurs, & cependant encore d'accord avec elles, pour faire voir comment ce mouvement ainsi consideré les donne aussi à nôtre maniére, & pour confirmer encore la validité de toutes ces Solutions, suivant la promesse que j'en ay faite à la fin du Mémoire du 18. Juillet, pag. 274. & de celui du 22. Aoust dernier, pag. 312. Je n'ay differé jusqu'ici à donner ces deux dernieres Solutions, que parceque les ayant trouvées d'abord, chacune en deux maniéres, avec quantité de Corollaires, le Mémoire que j'en avois fait, étoit devenu trop long, & qu'il m'a fallu du tems pour le réduire à celui-ci. 1708. 5. Decembre.

Comme on fera quelquefois ici mention des deux Solutions qui se trouvent dans le Mémoire du 18. Juillet dernier, pag. 250. &c. appellées *Solut.* 1. 2. de leur Identité entr'elles, & de leurs Corollaires qui y sont au nombre de 21. celles-ci vont être appellées *Solut.* 3. 4. & leurs Corollaires, *Corol.* 22. 23. *&c.* pour la commodité des citations.

LEMME I.

Fig. I. II. III. IV. *Par deux points quelconques* A, Z, *d'une ligne droite* AZ *divisée à volonté en* K, *soient deux arcs* AVO, ZRO, *d'une même logarithmique aussi quelconque, sur une asymptote commune* KO *perpendiculaire en* K *sur* AZ, *& sur laquelle soit prise* Kϖ = KZ. *Ensuite aprés avoir tiré des points* A, Z, *par le point* ϖ, *les droites* Aϖ, Zϖ, *indéfiniment prolongées de part & d'autre des côtés de* O; *soit aussi tirée une ordonnée quelconque* VR *parallele à* AZ, *& qui rencontre les arcs logarithmiques* AVO, ZRO, *en* V, R; *leur asymptote commune en* T; *& les droites* AO, ZO, *en* F, G. *Enfin des points* V, R, *soient* VΠ, RE, *paralleles à* KO, *& qui rencontrent les droites* AO, ZO, *en* Π, E.

Cela fait, je dis que l'on aura par tout ici VΠ = RE *correspondante.*

DÉMONSTRATION.

Puisque l'abscisse *KT* est (*constr.*) commune aux deux arcs *AV*, *ZR*, correspondans d'une même logarithmique sur l'asymptote *KO*, l'on aura ici *VT. TR* : : *AK. KZ* : : *FT. TG.* ou (en permutant) *VT. FT* : : *TR. TG.* Et (en divisant ou en composant) *VF. FT* : : *GR. TG.* ou (en permutant) *VF. GR* : : *FT. TG* : : *AK. KZ* (la construction donnant *Kϖ* = *KZ*) : : *AK. Kϖ* (à cause des triangles semblables *AKϖ*, *FVΠ*) : : *VF. VΠ*. Donc *VΠ* = *GR*. Mais la construction donnant *Kϖ* = *KZ*, & les triangles *ZKϖ*, *GRE*, étant (*constr.*) semblables, l'on aura de même *GR* = *RE*. Donc *VΠ* = *RE* correspondante, quoique le contraire paroisse aux yeux en quelques endroits des Figures qui sont mal tracées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc le cas de *VΠ*=*o*, rendra auſſi la correſpondante *RE*=*o*. Mais *VΠ*=*o*, & *RE*=*o*, rendent de même *VF*=*o*, & *RG*=*o*. Donc le cas de *VF*=*o*, rendra pareillement la correſpondante *GR*=*o*; & réciproquement.

COROLLAIRE II.

Donc auſſi lorſqu'une des droites *AO*, *ZO*, coupe un des arcs *AVO*, *ZRO*: par éxemple, lorſque la droite *AO* coupe l'arc *AVO* en *A*, *C*; ſi du point *C* on fait *C*Ψ parallele à *AZ*, & qui rencontre l'autre arc *ZRO* en Ψ; cet arc déja (*hyp.*) rencontré en *Z* par *ZO*, le ſera encore en Ψ par la même *ZO*; puiſque (*Corol.* 1.) *VF*=*o* en *C*, doit auſſi rendre *GR*=*o* en Ψ. Par conſéquent non-ſeulement la droite *ZO* coupera l'arc *ZRO* en *Z*, Ψ; mais encore les points *C*, Ψ, dans leſquels les droites *AO*, *ZO*, rencontrent ainſi les arcs *AVO*, *ZRO*, ſeront ſur une même ordonnée *C*Ψ perpendiculaire à *KO*, de même que les points *A*, *Z*, où ces droites rencontrent encore (*hyp.*) ces arcs, ſont ſur une même droite *AZ* auſſi perpendiculaire à *KO*: de ſorte que les arcs *AVC*, *ZR*Ψ, compris entre ces points de rencontre, ſeront auſſi compris entre deux ordonnées *AZ*, *C*Ψ, perpendiculaires à *KO*. FIG. II.

COROLLAIRE III.

On voit delà que ſi l'ordonnée *C*Ψ étoit muë parallelement à elle-même vers *AZ*, & les droites *AO*, *ZO*, autour des points fixes *A*, *Z*, en paſſant toûjours par les points *C*, Ψ, de rencontre de cette ordonnée *C*Ψ avec les arcs logarithmiques *AVO*, *ZRO*; non-ſeulement cette ordonnée *C*Ψ ſe confondroit enfin avec *AZ*; mais encore les points *C*, Ψ, ſe confondant auſſi pour lors avec *A*, *Z*, les ſecantes *AO*, *ZO*, ſe trouveroient alors tangentes en ces points *A*, *Z*, des arcs *AVO*, *ZRO*, qu'elles coupoient, ayant alors *K*ϖ pour leur ſoûtangente commune, ainſi

que dans la Fig. 1. tout le reste demeurant le même que lorsqu'elles étoient secantes dans la Fig. 2.

LEMME II.

FIG. V. *Soient imaginées les deux Fig. 1. 2. du précédent Lem. 1. réduites en une seule Fig. 5. dans laquelle sur l'ordonnée* KZ, *soit prise* KY *égale à la soûtangente commune* (hyp.) *aux deux arcs logarithmiques* AVO, ZRO. *Par* Y *soit* YQ *parallele à leur asymptote commune* KO, *& qui rencontre l'arc* ZRO *en* N; *par lequel point* N *soient la tangente* ON *de cet arc, & l'ordonnée* NU *parallele à* ZA, *lesquelles rencontrent* KO *en* S, U. *Du point* B *où l'autre arc* AVO *est rencontré par l'ordonnée* NU *prolongée, soit tirée par* S *la droite* BS, *laquelle sera aussi tangente en* B *de cet arc* AVO, *puisqu'on le suppose ici de même soûtangente que l'autre* ZRO. *Soient* L, M, *les points où l'ordonnée* AZ *est rencontrée par les tangentes* SB, SN, *prolongées vers* O. *Enfin par les points* A, Z, *où cette ordonnée* AZ *rencontre les arcs* AVO, ZRO, *soient deux secantes* OA, OZ, *paralleles à ces tangentes, & qui prolongées rencontrent encore ces arcs en d'autres points* C, Ψ.

Cela fait, je dis que ces secantes OA, OZ, *prolongées jusqu'à l'asymptote* KO, *la rencontreront en un même point.*

DÉMONSTRATION.

Soit, si l'on veut ϖ le point où la secante OA rencontre cette asymptote KO, & ω celui où cette asymptote est rencontrée par l'autre secante OZ. Le parallelisme supposé de ces secantes avec les tangentes OB, ON, donnera $AK.K\varpi :: LK.KS$ (la construction qui donne $US = UN$, donnant aussi $KS = KM$, & $K\omega = KZ$) :: $LK.KM :: BU.UN$ (à cause de l'abscisse commune KU) :: $AK.KZ$ (à cause de $K\omega = KZ$) :: $AK.K\omega$. c'est à dire, $AK.K\varpi :: AK.K\omega$. Donc $K\varpi = K\omega$; & par conséquent les secantes OA, OZ, prolongées jusqu'à l'asymptote KO, doivent la rencontrer en un même point ϖ ou ω. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc (*Corol.* 2. *Lem.* 1.) les points C, Ψ, dans lesquels les secantes OA, OZ, tirées par les points A, Z, d'une même ordonnée AZ, parallelement aux touchantes OB, ON, couperont encore les arcs logarithmiques AVO, ZRO, seront aussi sur une même ordonnée $C\Psi$ parallele à AZ; & réciproquement. Il est indifférent pour la verité de tout ceci, de quel côté AZ, $C\Psi$, soient de BN qui est toûjours entr'elles.

COROLLAIRE II.

Il suit delà qu'aprés avoir mené les tangentes OB, ON, comme ci-dessus, si d'un point ϖ quelconque pris sur KO au-dessous de S (du côté où les arcs logarithmiques s'approchent de cette asymptote commune) on mene les secantes ϖO paralleles aux tangentes SO; leurs premiers points C, Ψ, de rencontre avec les arcs AVO, ZRO, seront sur une même ordonnée $C\Psi$ perpendiculaire à l'asymptote KO; & les seconds A, Z, pareillement sur une même ordonnée AZ perpendiculaire aussi à KO: sans cela il est visible que les secantes tirées des extrémités A, Z, d'une même ordonnée AZ parallelement aux tangentes précédentes ne rencontreroient pas KO en un seul & même point; ce que le present Lemme fait voir être faux. Donc, &c.

COROLLAIRE III.

Puisque (*constr.*) $KM = KS$, $KZ = K\omega$ (*Lem.* 2.) $= K\varpi$; &c. si aprés avoir marqué des lettres F, G, les points où les tangentes BO, NO, prolongées sont rencontrées par les ΠV, ER, du Lem. 1. prolongées aussi jusqu'à ces tangentes: tout le reste demeurant le même que dans ce Lemme & ses Fig. 1. 2. il donnera ici $VF = RG$, $V\Pi = RE$ correspondante; & conséquemment $BP = NQ$.

Il est manifeste que pour la verité des deux Lemmes précédens & de leurs Corollaires, il est indifférent que les arcs loga-

rithmiques AVO, ZRO, *soient du même ou de différens côtés de leur asymptote commune* KO : *c'est pour cela qu'on neglige d'exprimer ici cette varieté de position dans plusieurs cas, qui non-seulement en auroit embarrassé les Figures, mais encore les auroit multipliées d'autant plus inutilement, qu'il est presentement aisé de les imaginer sur le modele de celles-ci. Je passe donc au Problème dont il est ici question.*

PROBLÊME.

Fig. VI. VII. VIII. *Soit un corps de pesanteur constante jetté de* A *vers* F *suivant une direction quelconque* AF, *d'une force aussi quelconque, dans un milieu qui lui résiste à chaque instant en raison de ses vitesses actuelles : On demande la Courbe que ce corps ainsi jetté décrira dans ce milieu.*

SOLUTION III.

S'agissant ici (*hyp.*) de considérer le mouvement de projection oblique, comme composé d'un horizontal & d'un vertical; ce vertical, qui peut être de bas en haut, ou de haut en bas, en fait deux cas, dont voici les Solutions séparées : Celle des projections horizontales en résultera sans peine, n'y ayant qu'à considérer ce mouvement vertical comme nul.

I. CAS.

Des projections obliques de bas en haut.

Fig. VI. I. Soit donc à present le mouvement du corps jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* suivant *AF*, d'une force quelconque *AF*, consideré comme composé d'un horizontal suivant *AK*, & d'un vertical suivant *KF*, dont les vitesses soient à celle de projection suivant *AF*, comme *AK*, *KF*, sont à *AF*, en supposant toûjours *AK* perpendiculaire en *K* sur la verticale *FO*. Soit ensuite cette horizontale *AK* divisée de maniére en *X*, que *AX* soit à *XK*, comme la vitesse verticale est à la terminale du corps jetté, c'est à dire (*pag.* 123. *Corol.* 9.) à la plus grande qu'il pût aquerir en vertu de sa pesanteur en tombant

bant dans le milieu ſuppoſé. Sur AK prolongée vers Z, ſoit auſſi priſe KY à KF comme cette viteſſe terminale eſt à cette verticale, c'eſt à dire, $KY.KF :: XK.XA$. Aprés cela par le point A, & ſur l'aſymptote KO, ſoit un arc quelconque ABO d'une logarithmique qui ait ſes ſoûtangentes égales chacune à KY. Par le point X ſoit XB parallele à KO, & qui rencontre cet arc ABO en B, par lequel point ſoit la touchante BS, avec l'ordonnée BU parallele à AK, leſquelles rencontrent KO en S, U, & donnent ainſi (*hyp.*) $US = KY$. Du point A ſoit la droite $A\varpi$ parallele à BS, & qui rencontre l'arc logarithmique ABO encore en un autre point C, ſon aſymptote KO en ϖ, & XB prolongée en P. Par tant de points V, u, C, v, &c. qu'on voudra de cet arc, ſoient les droites $H\Pi$, hp, lC, $n\pi$, &c. paralleles à KO, leſquelles rencontrent l'ordonnée AK en H, l, n, &c. la tangente BS en f, ζ, φ, &c. & ſa parallele $A\varpi$ en Π, p, π, &c.

Je dis que ſi ſur ces mêmes lignes prolongées du côté F on prend par tout $HL = V\Pi$, $X\Lambda = BP$, $l\lambda = up$, $nx = v\pi$, &c. c'eſt à dire, les droites HL, $X\Lambda$, $h\lambda$, nx, &c. perpendiculaires à l'axe AK, par tout égales à leurs correſpondantes $V\Pi$, BP, up, $v\pi$, &c. compriſes entre l'arc logarithmique ABO, & la droite $A\varpi$ parallele à ſa tangente BS; la ligne $AL\Lambda\lambda xO$, qui paſſera par tous les points L, Λ, λ, x, &c. ainſi trouvés, ſera la Courbe requiſe.

DÉMONSTRATION.

II. Sur AK prolongée vers Z, ſoit priſe $YZ = KF$; par le point Z ſur l'aſymptote KO, ſoit encore un autre arc ZRO de la même logarithmique que le précédent ABO. Il eſt viſible que ce dernier arc ZRO paſſera par le point N dans lequel BU prolongée rencontre YO parallele à KO, & que la droite NS ſera tangente de ce dernier arc en ce point N : de ſorte qu'on y aura $UN = KY$ (*hyp.*) $= US$.

III. Soient preſentement faites VR, ur, $C\Psi$, $v\rho$, &c. paralleles à AZ, leſquelles rencontrent l'arc logarithmi-

que ABO en V, u, C, v, &c. l'autre ZNO en R, r, Ψ, ρ, &c. leur asymptote commune KO en T, t, a, θ, &c. la droite YO en D, d, δ, &c. & la tangente NO en b, β, &c. Soient de plus par les points R, r, ρ, &c. parallelement à KO les droites ME, me, $\mu\epsilon$, &c. lesquelles rencontrent l'ordonnée ZK en M, m, μ, &c. la tangente NO en g, γ, &c. & sa parallele $Z\varpi$ en E, e, ϵ, &c. laquelle est aussi rencontrée en Q par YN prolongée, & coupe (*Lem.* 2.) KO au même point ϖ que la droite AC, ayant $K\varpi = KZ$, puisque (*art.* 2.) $US = UN$.

IV. En prenant, comme dans la construction, AF pour la vitesse oblique de projection de A vers F suivant cette ligne AF, l'on aura aussi AK pour la vitesse horizontale résultante de cette projection, & FK pour la verticale qui en résulte aussi : de sorte qu'ayant (*constr.*) KY à KF comme la vitesse terminale du corps jetté est à cette verticale, & (*art.* 2.) $YZ = FK$, l'on aura ici AF pour la vitesse oblique de projection, AK pour l'horizontale qui en résulte, FK ou YZ pour la verticale qui en résulte aussi, & KY pour la terminale résultante de la pesanteur du corps jetté malgré les résistances supposées.

V. Soient enfin appellées YK ou (*art.* 2.) US, a; AK, e; FK ou (*art.* 2.) YZ, c; KT, t; VT, u; & RD, v.

1°. La Solution du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391 donnant $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ pour l'équation de la logarithmique ABO, dont les ordonnées VT (u) expriment les vitesses qui à la fin des tems KT (t), & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale AK résultante (*art.* 4.) de celle AF de projection, donnera conséquemment $udt = -adu$; & (en intégrant) $\int udt$ ($AKTV$) $= -au + q$, que le cas de $AKTV = o$, qui rend VT (u) $= AK$ (e), réduit à $o = -ae + q$; ce qui donnant $q = ae$, donne aussi $AKTV = ae - au = a \times \overline{AK - VT} = KY \times AH =$ $= US \times AH$ conformément au Corol. 2. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. & 392.

2°. La Solution du Probl. 3. des Mem. du 7. Mars der-

nier, pag. 136. donnant pareillement $\frac{dt}{a} = \frac{-dv}{a+v}$ pour l'équation de la logarithmique *ZNO*, dont les ordonnées *RD* (v) expriment les vitesses qui à la fin des tems *YD* ou *KT* (t), & malgré les résistances tant de la pesanteur du mobile que du milieu supposé, resteroient de la vitesse verticale *KF* ou (*art.* 2. & 4.) *YZ* (c) de bas en haut, résultante aussi de celle *AF* de projection; donnera de même $adt + vdt = -adv$, ou $vdt = -adt - adv$: de sorte qu'en intégrant, l'on aura pareillement ici $\int vdt$ (*ZYDR*) $= -at - av + q$, que le cas de $ZYDR = o$, qui rend aussi *YD* ou *KT* (t) $= o$, & *DR* (v) $=$ *YZ* (c), réduit à $o = -ac + q$; ce qui donnant $q = ac$, donne pareillement $ZYDR = ac - at - av = a \times \overline{YZ - KT - DR} = a \times \overline{MZ - MR}$ (à cause que l'art. 1. donnant $UN = US$, donne aussi $MZ = ME$) $= a \times \overline{ME - MR} = YK \times RE = US \times RE$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) *AKTV*. *ZYDR* :: *US* × *AH*. *US* × *RE* :: *AH*. *RE* (*Lem.* 1.) :: *AH*. *V*Π (la construction éxigeant ici $HL = V\Pi$) :: *AH*. *HL*.

4°. Mais suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* (t) sont entr'eux comme les sommes *AKTV*, *ZYDR*, des vitesses *VT* (u), & *RD* (v), en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant le même tems *KT* en vertu de ces vitesses restantes de l'horizontale *AK*, & de la verticale *KF*, ou (*art.* 4.) *YZ* de bas en haut, résultantes l'une & l'autre de celle *AF* de projection, & retardées de la maniére qu'on les suppose ici; doivent y être entr'eux (*nomb.* 3.) :: *AH*. *HL*. Par conséquent en y prenant *AH* pour l'horizontal parcouru pendant le tems *KT* en vertu des vitesses *VT* restantes de l'horizontale *AK* malgré les résistances du milieu opposé, l'on y aura aussi *HL* pour le vertical parcouru en même tems de bas en haut en vertu des vitesses *RD* restantes de la verticale *KF*, ou (*art.* 4.) *YZ* malgré ces mêmes résistances & malgré celle de la

pesanteur du même corps jetté suivant AF. Donc ce corps se trouvera en L à la fin de ce tems KT par le concours de ces vitesses ; & par tout ici de même depuis A jusqu'en $X\Lambda = BP$, qui est la plus grande hauteur à laquelle ce corps puisse ici monter au-dessus de l'horizontale AK, à cause que (*Lem.* 1.) $BP = NQ$, & que (*nomb.* 2.) NQ est la valeur de tout ce qu'il parcourt d'espace en vertu des vitesses RD de bas en haut, restantes de la verticale KF ou (*art.* 2.) YZ pendant le tems KU ou YN à la fin duquel elles se trouvent entierement éteintes. D'où l'on voit que ce même corps doit ici décrire l'arc $AL\Lambda$ en vertu du concours des vitesses horizontales VT, & de ces verticales RD, pendant le tems KU ou YN, ou XB, & malgré les résistances tant de sa pesanteur que du milieu supposé ; & qu'aprés être ainsi arrivé en Λ, il en doit aussi-tôt retomber en vertu de sa pesanteur, par le concours de laquelle & de ce qui lui reste encore de force ou de vitesse horizontale XK ou BU, il décrira depuis le commencement V du tems VO, le reste ΛlO de sa Courbe de projection malgré les résistances du milieu supposé.

VI. Pour le voir soient à present Ut ou $Nd = t$, $rd = v$, au lieu de KT ou $YD = t$, $DR = v$, du précédent art. 5. & le reste comme dans cet article, c'est à dire, comme dans la construction & dans la démonstration précédente. La Solution du Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnera presentement $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a-v}$ pour l'équation de la logarithmique ZNO ; ce qui suit aussi de la précédente (*art.* 5. *nomb.* 2.) équation $\frac{dt}{a} = \frac{-dv}{a+v}$, RD se trouvant négative en rd, & v se changeant par-là en $-v$.

1°. Donc on aura ici $adt - vdt = adv$, ou $vdt = adt - adv$; & par conséquent (en intégrant) $\int vdt$ $(Nrd) = at - av = a \times \overline{Nd - rd}$ (à cause que l'art. 2. donnant $UN = US$, donne aussi $bd = Nd$, & $br = rg$) $= a \times \overline{bd - rd} = a \times br = a \times rg$ (*Lem.* 1.) $= a \times uf = KY \times uf = US \times uf$.

2°. Donc aussi (*art.* 5. *nomb.* 1.) $AK \times TV . Nrd :: US \times AH . US \times uf :: AH . uf :: AH . pf - pu :: AH . BP - pu$ (la construction donnant $\Lambda X = BP$) $:: AH . \Lambda X - pu$. (soit $\Lambda\Delta$ parallele à l'horizontale AK, & rencontrée en Λ, ω, α, q, Δ, par les verticales BX, ub, Cl, vn, OK, prolongées jusqu'à elle) $:: AH . b\omega - up$ (la construction de l'art. 1. éxigeant $b\lambda = up$) $:: AH . b\omega - b\lambda :: AH . \omega\lambda$. Par conséquent suivant le Lem. 2. cité ci-dessus dans le nomb. 4. de l'art. 5. si l'on prend encore ici AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems KT malgré les résistances du milieu supposé, en vertu des vitesses VT qui malgré ces résistances restent de l'horizontale AK résultante de celle AF de projéction, l'on aura pareillement ici $\omega\lambda$ pour l'espace vertical parcouru de haut en bas pendant le tems Nd ou Ut en vertu de la pesanteur du mobile malgré les mêmes résistances.

3°. Mais le nomb. 1. de l'art. 5. fait voir que si le mobile parcourt AH pendant le tems KT en vertu de ses vitesses TV restantes de l'horizontale AK, elles lui feront parcourir de même AX pendant le tems KU, & Ab pendant le tems Kt, & par conséquent aussi Xb ou $\Lambda\omega$ pendant le tems Ut en vertu de ces mêmes vitesses instantanées successivement restantes de la même horizontale AK pendant ce tems malgré les résistances du milieu supposé. Donc pendant le même tems Ut que ce corps parcourt l'espace $\Lambda\omega$ en vertu des vitesses ut successivement restantes de l'horizontale AK à chaque instant de ce tems malgré les résistances du milieu supposé, il parcourra aussi (*nomb.* 2.) l'espace vertical $\omega\lambda$ en vertu de sa pesanteur malgré les mêmes résistances. Par conséquent à la fin t de ce tems il se trouvera en λ par le concours de ces vitesses ut restantes de l'horizontale AK pendant le tems Ut, & des aquises td pendant ce même tems en vertu de sa pesanteur, & malgré les résistances du milieu supposé.

4°. En prenant $ql = kx$, $qs = x\theta$, &c. on trouvera de même que pendant les tems $U\pi$, $U\theta$, &c. que ce corps parcourroit Xl, Xn, &c. ou Λq, Λq, &c. en vertu des vi-

tesses horizontales instantanées *Ca*, *vθ*, &c. restantes de la primitive *AK* pendant ces tems malgré les résistances du milieu supposé; il parcourroit aussi les hauteurs *al*, *qx*, &c. en vertu de sa pesanteur malgré les mêmes résistances; & qu'ainsi il devroit pareillement se trouver en *l*, *x*, &c. à la fin de ces tems correspondans.

5°. Donc (*nomb.* 2. 3. 4.) en prenant par tout *aλ* = *af*, *al* = *Cχ*, *qx* = *vφ*, &c. depuis Λ jusqu'en Δ, l'arc Λλ*lxO* qui passera par tous les points λ, *l*, *x*, &c. ainsi trouvés à l'infini, sera celui que le corps jetté suivant *AF*, décrira ici pendant le tems *UO* malgré les résistances du milieu supposé.

VII. Mais on vient de voir (*art.* 5. *nomb.* 4.) que ce corps ainsi jetté, décrira aussi l'arc *AL*Λ pendant le tems *KU*, en prenant par tout *HB* = *V*Π correspondante depuis *A* jusqu'en *X*, & enfin *X*Λ = *BP*. Donc en prenant par tout (*art.* 5. *nomb.* 4.) *HL* = *V*Π correspondante depuis *A* jusqu'en *X*, & de même (*art.* 6. *nomb.* 5.) *a*λ = *af*, *al* = *Cχ*, *qx* = *vφ*, &c. correspondantes depuis *X* jusqu'en *K*; la ligne *AL*Λλ*lxO*, qui passera par tous les points *L*, Λ, λ, *l*, *x*, &c. ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée de projection.

VIII. Or *ap* = *fp* − *fa* = *BP* − *fa* (*art.* 5. *nomb.* 4.) = *X*Λ − *fa*, *lh* = *fh* − *fl* (*art.* 6. *nomb.* 5.) = *ah* − *aλ* = *h*λ, *nx* = *φv* − *qx* = *φv* − *BP* (*art.* 5. *nomb.* 4.) = *φv* − *X*Λ = *φv* − *qx* (*art.* 6. *nomb.* 5.) = *qn* − *qx* = *nx*, &c. depuis *X* jusqu'en *K*. Donc (*art.* 7.) en prenant également par tout *HL* = *V*Π, *X*Λ = *BP*, *h*λ = *ap*, *nx* = *vn*, &c. c'est-à-dire, les ordonnées verticales *HL*, *X*Λ, *h*λ, *nx*, &c. par tout égales aux verticales *V*Π, *BP*, *ap*, *vn*, &c. correspondantes aux abscisses *AH*, *AX*, *Ah*, *An*, &c. de l'axe horizontal *AK* depuis l'origine *A*, & comprises entre la logarithmique *ABO* & la droite *Aφ* parallele à sa tangente *BS* au point *B*; l'ordonnée *BX* (parallele à l'asymptote *OK*) va diviser cet axe en deux parties *AX*, *XK*, qui sont entr'elles comme la vitesse verticale *XP* résultante de celle *AF* de projection, est à la terminale *KV*.

du corps jetté, ainsi que l'ordonne la construction; la ligne *ALΛλxO*, qui passera par tous les points *L*, Λ, λ, *x*, &c. ainsi trouvés, sera la Courbe que le corps jetté suivant *AF*, de la force ou vitesse *AF*, doit ici décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. Cas.

Des projections obliques de haut en bas.

IX. Soit encore le mouvement de projection oblique de *A* vers *F* suivant *AF*, consideré comme composé d'un horizontal *AK*, & d'un vertical *KF* qui soit presentement de haut en bas, & consequemment qui soit négatif par raport au précédent (*cas* 1.) qui étoit de bas en haut: de sorte que si l'on prend encore ici *KY* à *KF*, comme la vitesse terminale du corps jetté, est à la verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection oblique de haut en bas; & *YZ*=*KF*, quoique le contraire paroisse aux yeux dans la Fig. 7. qui est mal faite: cette *YZ* devenue ainsi négative, de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche de la verticale *YO*, avec l'arc logarithmique *ZRO*, au lieu qu'ils étoient (*art.* 2. *fig.* 6.) à droite, cet arc & l'autre *AVO* de la même logarithmique ayant toûjours la verticale *KO* pour leur asymptote commune, & sur elle leurs soûtangentes chacune =*KY* prise sur l'horizontale *AK* prolongée de ce côté-là. Fig. VII. VIII.

Cela conçû, soit encore (sur *OK*) *Kϖ*=*KZ* comme on l'a trouvé dans l'art. 3. pour le premier cas. Du point *ϖ* par *A*, *Z*, soient les droites *ϖA*, *ϖZ*; soit ensuite une ordonnée quelconque *VD* parallele à l'horizontale *AY*, & qui rencontre les verticales *YO*, *KO*, en *D*, *T*; l'oblique *Zϖ* en *Q*; & les arcs logarithmiques *ZRO*, *AVO*, en *R*, *V*. Enfin du point *V* soit *VH* parallele à *OK*, & qui rencontre les droites *AK*, *Aϖ*, en *H*, Π.

Cela fait, je dis que si l'on prend par tout *HL*=*V*Π, la ligne *ALO*, qui passera par tous les points *L* ainsi trouvés, sera Courbe requise.

DÉMONSTRATION.

X. Aprés avoir fait ZO, RE, paralleles á KO, & qui rencontrent les droites VD, $Z\omega$, en P, E; soient encore appellées KY, a; AK, e; FK ou YZ, c; KT, t; VT, u; RD, v.

1°. En se servant de ces noms comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. du premier cas, on trouvera encore ici comme-là, $AKTV = KY \times AH$: l'arc AVO ayant ici (*constr.*) comme-là, ses soûtangentes chacune $= KY = a$, & $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{u}$ pour son équation, dont les ordonnées u (VT) expriment les vitesses qui à la fin des tems KT (t), & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale AK résultante de celle AF de projéction.

2°. La Solution du Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{dt}{a} = \frac{dv}{a-v}$ pour l'équation de l'arc logarithmique ZRO qu'on suppose aussi avoir ses soûtangentes chacune $= KY = a$, & dont les ordonnées v (RD) expriment les vitesses verticales de haut en bas, qui à la fin des tems KT (t) & malgré les résistances supposées, resteroient de la verticale KF & des aquises en vertu de la pesanteur du corps jetté: cet arc ZRO doit être non-seulement posé comme on le voit ici par raport à son asymptote KO dans les Fig. 7. 8. conformément au Corol. 1. 2. & 4. de ce Probl. 2. Mais encore avoir $adt - vdt = adv$, ou $vdt = adt - adv$; & (en intégrant) $\int vdt$ ($ZYDR$) $= at - av + q$. Mais le cas de $ZYDR = 0$, qui rend RD (v) $= ZY$ (c), KT (t) $= 0$, réduisant cette intégrale à $0 = -ac + q$, donne $q = ac$. Donc $ZYDR = at - av + ac = a \times \overline{KT - RD + ZY} = a \times \overline{KT \mp PR} = a \times \overline{ZP \mp PR}$ (l'hypothêse de $K\omega = KZ$ donnant aussi $ZP = QP$, & $QR = RE$) $= a \times \overline{QP \mp PR} = a \times QR = a \times RE = KY \times RE$ (*Lem.* 1.) $= KY \times V\Pi$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) $AKTV$. $ZYDR$ :: $KY \times AH$. $KY \times V\Pi$ :: AH. $V\Pi$ (*constr. art.* 9.) :: AH. HL.

XI. Mais suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier,

nier, pag. 117. les eſpaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* (*t*) ſont entr'eux comme les ſommes *AKTV*, *ZYDR*, des viteſſes *VT* (*u*), *RD* (*v*), en vertu deſquelles ils ont été parcourus. Donc (*art.* 10. *nomb.* 3.) les eſpaces ici parcourus pendant un même tems quelconque *KT* en vertu de ces viteſſes reſtantes de l'horizontale *AK*, & de la verticale *KF* jointe à ce qu'il en a réſulté de la peſanteur du corps jetté malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé, doivent ici être entr'eux : : *AH*. *HL*. Par conſéquent en prenant encore ici *AH* pour l'horizontal parcouru pendant le tems *KT* en vertu des viteſſes *VT* ſucceſſivement reſtantes de l'horizontale *AK* pendant ce tems & malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé; l'on y aura auſſi *HL* pour l'eſpace vertical parcouru en même tems (*KT*) de haut en bas en vertu des viteſſes *RD* ſucceſſivement reſtantes de la verticale *KF* ou (*art.* 9.) *YZ* & des aquiſes par la peſanteur pendant ce tems malgré les mêmes réſiſtances. Donc le corps obliquement jetté de haut en bas de *A* vers *F*, d'une force ou viteſſe quelconque *AF*, ſe trouvera en *L* à la fin du tems *KT* par le concours de ces viteſſes reſtantes; & par tout ici de même. Par conſéquent la ligne *ALO*, qui paſſera par tous les points *L* trouvés comme ci-deſſus (*art.* 10.) en prenant par tout $HL = VII$, ainſi qu'il eſt preſcrit dans l'art. 9. ſera la Courbe que ce corps doit ici décrire malgré les réſiſtances du milieu ſuppoſé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXII.

Il ſuit en général de la Solution des deux cas précédens, que ſuivant quelque diréction *AF* que la projéction d'un corps ſe faſſe dans un milieu réſiſtant en raiſon des viteſſes de ce corps : ſi aprés avoir fait l'horizontale *AZ* avec la verticale *FO* qui la rencontre en *K*; avoir pris *KY* à *KF* comme la viteſſe terminale du corps jetté, eſt à la verticale réſultante de celle *AF* de projéction; avoir pris $YZ = KF$, $K\varpi = KZ$; avoir mené la droite $A\varpi$; & avoir ſuppoſé une logarithmique *AVO*, qui ait *KO* FIG. VI. VII. VIII.

pour asymptote, & les tangentes (sur cette asymptote) chacune $=KY$: par quelque point V de cette logarithmique qu'on fasse VH parallele à OK, & qui prolongée rencontre AF, AK, $A\varpi$, en G, H, Π; la ligne qui passera par toutes les extrémités L d'ordonnées $HL = V\Pi$ correspondantes, sur l'axe AK, sera la Courbe de projéction ici requise, laquelle aura sa concavité ou sa convexité tournée vers AK tant que la logarithmique AVO l'aura vers $A\varpi$; & conséquemment cette Courbe ALO sera au-dessus ou au-dessous de son axe horizontal AK, tant que cette logarithmique aura sa concavité ou sa convexité tournée vers $A\varpi$, & rencontrera cet axe AK au point correspondant à celui (autre que A) où cette même logarithmique AVO rencontrera la droite $A\varpi$.

FIG. VI. D'où l'on voit que la Courbe de projéction ALO ne doit presenter sa concavité à son axe horizontal AK, que dans les projéctions obliques de bas en haut, exprimées dans la Fig. 6. Cette Courbe y sera d'abord au-dessus de cet axe horizontal en lui presentant sa concavité depuis le premier instant de la projection, c'est à dire depuis A, jusqu'à ce que $V\Pi$ soit devenuë $=o$ en C; qu'alors elle coupera cet axe dans le point l correspondant, & qu'aprés cela elle ne lui presentera plus jamais que sa convexité en s'approchant toûjours de KO qui en sera l'asymptote, ainsi qu'on l'a déja vû dans les Cor. 1. & 6. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 254. & 256. la vitesse horizontale AK résultante de celle AF de projéction, s'éteignant entiérement en K aprés un tems infini KO, ainsi que le marquent les ordonnées VT de la logarithmique AVO, qui en expriment les vitesses restantes à la fin des tems KT, & qui ne s'anéantiront qu'à la fin de son asymptote infinie KO.

COROLLAIRE XXIII.

FIG. VII. VIII. La démonstration du cas des projéctions obliques de haut en bas, fait aussi voir que celui où la vitesse verticale KF ou (*art.* 9.) YZ seroit égale à la terminale KY, la Courbe de projéction ALO seroit, elle-même, une logarith-

mique confonduë avec *AVO*; puisqu'alors *KZ* ou (*hyp.*) *Kϖ* se trouvant nulle, l'arc logarithmique *ZRO* se confondroit aussi avec son asymptote *KO*, & rendroit ainsi par tout *VH*=*RM*=*RE* (*Lem.* 1.)=*V*Π (*constr. art.* 9.) =*HL*, c'est à dire *L* en *V*, & conséquemment la Courbe de projéction *ALO* confonduë avec l'arc logarithmique *AVO*; ce qui s'accorde avec le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c. où l'on a aussi fait voir qu'en ce cas cette Courbe de projéction *ALO* seroit efféctivement une logarithmique qui auroit *KO* pour asymptote, & *KY* (expression de la vitesse terminale du corps jetté) pour la valeur de chacune de ses soûtangentes sur cette asymptote, de même (*hyp.*) que l'arc logarithmique *AVO* avec lequel elle se confondroit en ce cas-ci de la vitesse terminale du corps jetté égale à sa verticale résultante de celle de sa projéction oblique de haut en bas.

COROLLAIRE XXIV.

Les projéctions horizontales ayant toutes *KF* ou (*art.* 9.) *YZ*=*o*, l'arc logarithmique *ZRO* y passeroit par le point *Y*, ayant toûjours *KO* pour asymptote, les Fig. 7. 8. y dégénérant en la Fig. 9. Ce qui rendant *Z* en *Y*, & *ϖ* vers *O* sur *KO*, en donnant encore *Kϖ*=*KZ* (ici) =*KY* (*hyp.*) = à chacune des soûtangentes des arcs logarithmiques *AVO*, *ZRO*; les droites *Aϖ*, *ZϖO*, en seroient les tangentes aux points *A*, *Z*, lesquelles donneroient encore par tout (*Lem.* 1.) les *RE*=*V*Π correspondantes. Ainsi (*Solut.* 3.) en prenant encore ici toutes les *HL*=*V*Π correspondantes, la ligne *ALO* qui passeroit par tous les points *L* ainsi trouvés, seroit aussi la Courbe des projéctions horizontales faites dans le milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté. FIG. IX.

Tous les autres Corollaires des deux autres Solutions de ce Problême-ci, déja données dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 254. &c. suivront pareillement de celle-ci, dont voici l'accord avec elles & avec celles de M. Newton & de M. Hughens.

IDENTITÉ

Des Courbes précédentes ALO *de projéction, & entr'elles, & avec celles tant des Solut.* 1. 2. *du Mem. du* 18. *Juillet dernier, pag.* 251. *&* 264. *que de M. Newton & de M. Hughens.*

FIG. VI. *Premier cas.* Outre les noms employés dans la précédente Solut. 3. sçavoir $YK = a$, $AK = e$, FK ou $YZ = c$, $KT = t$, $VT = u$, $RD = v$; soient de plus $AF = b$, $AG = y$, & $GL = x$ en prolongeant HL jusqu'à la rencontre de AF en G.

Les triangles (*constr.*) semblables AKF, AHG, donneront $AF\,(b).\ AG\,(y) :: FK\,(c).\ GH = \frac{cy}{b}$. Mais suivant le premier cas de la précédente Solut. 3. (*art.* 1.) $HL = V\Pi$ (*Lem.* 1.) $= RE = ME - MR$ (l'art. 3. de la Solut. 3. qui donne $KZ = K\varpi$, donnant aussi $MZ = ME$) $= MZ - MR = YZ - YM - MR = YZ - DR - KT = c - v - t$. Donc $\frac{cy}{b} - c + v + t = GH - HL = GL = x$, & $\frac{cdy}{b} + dv + dt = dx$. Or $AF\,(b).\ AG\,(y) :: AK\,(e).\ AH\,(e - u)$. D'où résulte $be - bu = ey$, ou $u\,(VT) = \frac{be - ey}{b}$, & $du = \frac{-edy}{b}$; & conséquemment aussi $\frac{dy}{b-y} = \frac{-du}{u}$ (*Solut.* 3. *cas* 1. *art.* 5. *nomb.* 1.) $= \frac{dt}{a}$, ou $dt = \frac{ady}{b-y}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} + dv + \frac{ady}{b-y}$. Or AVO, ZRO, étant (*hyp.*) des arcs d'une même logarithmique, & ayant leurs ordonnées AK, VT, en même distance (KT) entr'elles que ZK, RT; l'on aura de plus ici $AK\,(e).\ VT\left(\frac{be-ey}{b}\right) :: KZ\,(a + c).\ RT\,(a + v)$. D'où résulte $v = \frac{\overline{a+c} \times \overline{b-y}}{b} - a = \frac{bc - ay - cy}{b}$, & $dv = \frac{-ady - cdy}{b}$. Donc $dx = \frac{cdy}{b} - \frac{ady - cdy}{b} + \frac{ady}{b-y} = -\frac{ady}{b} + \frac{ady}{b-y} = \frac{-ab + ay + ab}{bb - by} \times dy = \frac{aydy}{bb-by}$, ou $dx = \frac{aydy}{bb-by}$ sera l'équation de la Courbe de projéction ALO trouvée pour le premier cas de la précédente Solut. 3.

Second cas. Les noms demeurant les mêmes, l'on aura encore ici $AF(b).AG(y)::FK(c).GH=\frac{cy}{b}$, excepté dans la Fig. 9. qui ayant $FK=o=GH$, a pareillement $c=o$. Donc le second cas de la précédente Solut. 3. art. 9. donnant $HL=V\Pi$ (*Lem.* 1.) $=RE=MR\mp ME$ (cet art. 9. de la Solut. 3. qui donne $KZ=K\varpi$, donnant aussi $MZ=ME$) $=MR\mp MZ$ (les signes superieurs sont pour les Fig. 7. 9. & les inferieurs pour la Fig. 8.) $=$ $=MR-YM-+YZ=KT-RD-+YZ=t-v-+c$. Donc $t-v-+c-\frac{cy}{b}=HL-GH=GL=x$, & $dt-$ $-dv-\frac{cdy}{b}=dx$. Mais on trouvera ici, comme dans le cas précédent, $dt=\frac{ady}{b-y}$. Donc $dx=\frac{ady}{b-y}-dv-\frac{cdy}{b}$. On aura pareillement ici, comme dans le cas précédent, $AK(c).VT\left(\frac{bc-cy}{b}\right)::KZ(\pm a\mp c).TR(\pm a\mp v)$. c'est à dire (en multipliant les deux derniers termes de cette Analogie par ∓ 1, & les deux premiers par $\frac{b}{c}$) $b.b-y::$ $-a-+c.-a-+v::c-a.v-a$. D'où résulte $v=$ $=\frac{b-y\times c-a}{b}-+a=\frac{bc-cy-ba-+ay-+ba}{b}=\frac{bc-+ay-cy}{b}$, & $dv=$ $=\frac{ady-cdy}{b}$. Donc $dx=\frac{ady}{b-y}-\frac{ady-+cdy}{b}-\frac{cdy}{b}=\frac{ady}{b-y}-\frac{ady}{b}$ $=\frac{ab-ab-+ay}{bb-by}\times dy=\frac{aydy}{bb-by}$, c'est à dire que $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ sera aussi l'équation de la Courbe de projéction ALO trouvée par le second cas de la précédente Solut. 3. FIG. VII. VIII. IX.

Identité. Mais cette équation $dx=\frac{aydy}{bb-by}$ pareillement trouvée par le premier cas, est aussi celle des Courbes de projéction trouvées, tant (*Mem.* 18. *Juil. pag.* 255. & 270.) dans nos deux premieres Solutions, que (*Mem. du* 22. *Aoust, pag.* 303. &c.) par M[rs] Newton & Hughens. Donc nos deux premieres Solutions & les leurs s'accordent parfaitement avec la précédente; ou (ce qui revient au même) ce n'est par tout-là & ici qu'une même nature de Courbe de projéction. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCHOLIE.

FIG. VI. VII. VIII. IX.

I. L'Analogie $dx. dy :: ay. bb - by.$ résultante de la précédente équation $dx = \frac{aydy}{bb - by}$, se réduisant à $dx. dy :: o. bb.$ dans le cas de y (AG) $= o$, fait voir que la droite AF de projéction est toûjours touchante en A de la Courbe ALO que décriroit ici le corps jetté de A vers F dans le milieu supposé ; ce qu'on sçait d'ailleurs aussi devoir être, étant évident en général que cela doit arriver dans toutes sortes de projéctions faites dans quelques milieux que ce soient, soit qu'ils résistent ou non, & quelles que soient leurs résistances, c'est à dire, quelles que soient les Courbes que les corps jettés y devroient décrire.

II. Presentement si outre les noms précédens, on donne celui de m à HL ; l'on aura ici AF (b). AG (y) : : AK (e). AH ($e - u$). D'où résulte $y = \frac{be - bu}{e}$, $b - y = b - - \frac{be + bu}{e} = \frac{bu}{e}$, $dy = - \frac{bdu}{e}$; & par conséquent $ydy = = \frac{bbu - bbe}{ee} \times du$, $aydy = \frac{abbu - abbe}{ee} \times du$, $bb - by = \frac{bbu}{e}$. Donc $\frac{aydy}{bb - by} = \frac{audu - aedu}{eu}$.

L'on aura de plus AF (b). AG (y) : : KF (c). $HG = \frac{cy}{b}$. De sorte qu'ayant (*hyp.*) $GL = x$, l'on aura ici $\frac{cy}{b} \mp x = = HG \mp GL = HL = m$, & $\frac{cdy}{b} \mp dx = dm$, ou $\mp dx = = dm - \frac{cdy}{b}$ (à cause de $dy = - \frac{bdu}{e}$) $= dm + \frac{cdu}{e}$, ou bien aussi (en multipliant le tout par ∓ 1) $dx = \mp dm \mp \mp \frac{cdu}{e}$: les signes superieurs sont pour le cas de la Fig. 6, & les inférieurs pour ceux des Fig. 7. 8. 9.

Mais l'identité précédente donne $dx = \frac{aydy}{bb - by}$ pour tous les cas. Donc $\mp dm \mp \frac{cdu}{e} = \frac{audu - aedu}{eu}$, ou $\mp dm = = \frac{audu - aedu}{eu} \pm \frac{cdu}{e} = \frac{au - ae \pm cu}{eu} \times du$: de sorte qu'en multipliant encore le tout par ∓ 1, l'on aura encore $dm =$

$= \frac{\mp au \pm ae - cu}{eu} \times du$ pour une nouvelle équation générale des Courbes *ALO* de projéction, décrites par des corps jettés de *A* vers *F* ſuivant des diréctions quelconques *AF*, avec des forces ou viteſſes auſſi quelconques dans un milieu qui leur réſiſteroit en raiſon de leurs viteſſes actuelles, les ſignes ſuperieurs étant pour le cas des projéctions obliques de bas en haut, & les inferieurs pour tous les autres.

III. De ſorte que l'équation de ces Courbes *ALO* ſera $dm = \frac{ae - au - cu}{eu} \times du$ dans le cas (*Fig.* 6.) des projéctions obliques de bas en haut; $dm = \frac{au - cu - ae}{eu} \times du$ dans celui (*Fig.* 7. 8.) des projéctions obliques de haut en bas; & $dm = \frac{au - ae}{eu} \times du$ dans celui (*Fig.* 9.) des projéctions horizontales qui rendent $FK\ (c) = 0$.

IV. Il ſuit encore delà que dans le cas des projéctions obliques de haut en bas, ſi la viteſſe verticale *KF* qui en réſulte, ſe trouve égale à la terminale *KY*; cette égalité de $KF\ (c) = KY\ (a)$ réduiſant à $dm = -\frac{adu}{u}$ l'équation $dm = \frac{au - cu - ae}{eu} \times du$ (*art.* 3.) de la Courbe de projéction de ce cas, cette Courbe *ALO* ſera pour lors une logarithmique confonduë avec *AVO*, dont l'équation eſt (*Solut.* 3. *art.* 4. & 9. *nomb.* 1.) $dt = -\frac{adu}{u}$, ainſi qu'on le vient auſſi de voir dans le Corol. 23. & qu'on l'avoit déja vû dans le Corol. 10. du Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 258. &c. FIG. VII. VIII.

SOLUTION IV.

I. CAS.

Des projéctions obliques de bas en haut.

I. Soit encore ici le mouvement de projéction du corps jetté obliquement de bas en haut de *A* vers *F* ſuivant *AF*, conſideré comme compoſé d'un horizontal ſuivant *AK*, & d'un vertical ſuivant *KF*, dont les viteſſes ſoient FIG. X.

à celle de projéction, comme AK, KF, sont à AF, en supposant toûjours AK perpendiculaire en K sur la verticale OF prolongée vers S : de sorte qu'en prenant encore AF pour cette vitesse quelconque de projéction, l'on aura pareillement encore AK pour la vitesse horizontale qui en résulte, & KF pour la verticale qui en résulte aussi. Soit ensuite une hyperbole équilatere quelconque CBS entre les asymptotes orthogonales AK, KS ; & l'horizontale AK divisée en X de maniére que AX soit à XK, comme la vitesse verticale KF résultante de celle AF de projéction, est à la terminale du corps jetté, c'est à dire (*Corol.* 9. *pag.* 123. *du Probl.* 1. *du Mem. du* 7. *Mars dernier*) à la plus grande que ce corps puisse aquerir en tombant en vertu de sa pesanteur dans le milieu supposé résistant en raison des vitesses de ce corps, laquelle vitesse terminale soit exprimée par KY prise sur AK prolongée de ce côté-là de maniére que KY soit à KF comme cette vitesse terminale est à la verticale résultante de celle AF de projéction, & conséquemment $AX . XK :: KF . KY$. Des points A, X, & de tel autre H ou h qu'on voudra, de l'horizontale AK, pris à volonté depuis l'origine A jusqu'en K, soient les ordonnées AC, XB, HV ou hu, paralleles à KS, & qui rencontrent l'hyperbole CBS en C, B, V ou u. Par le point B soit PT parallele à AK, & qui rencontre KS, hu, HV, AC, prolongées en T, p, Π, P. Enfin entre les asymptotes orthogonales KY, KS, soit encore l'hyperbole ϕNS précisément la même que la précédente, ensorte qu'en lui faisant une ordonnée YN parallele à KS, & qui la rencontre en N, l'on ait $KY \times YN = AK \times AC$; & par tout de même.

Cela fait, je dis que si l'on prend ici par tout $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ correspondante depuis A jusqu'en X, $X\Lambda = \frac{CBP}{YN}$ en X, & $h\lambda = \frac{CBP - Bpu}{YN}$ pareillement correspondante depuis X jusqu'en K ; la ligne $AL\Lambda\lambda O$, qui passera par tous les points L, Λ, λ, &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise de projéction.

DÉMONST.

DÉMONSTRATION.

II. Sur l'horizontale *AK* prolongée vers *Z*, soit prise *YZ* = *KF*; ce qui donnera (*constr. art.* 1.) *ZY*. *YK* :: *AX*. *XK*. Et conséquemment *ZK*. *YK* :: *AK*. *XK*. ou *ZK*. *AK* :: *YK*. *XK*. Soient prises par tout de l'origine *K* sur *KZ*, des portions *KM*. *KH* :: *KZ*. *KA* :: *YK*. *XK*. ou *Km*. *Kh* :: *KZ*. *KA* :: *YK*. *XK*. Et aprés avoir mené les ordonnées *MR*, *mr*, paralleles à *KS*, & qui rencontrent l'hyperbole *φNS* en *R*, *r*; soit par le point *N* la droite *DQ* parallele à *KZ*, & qui rencontre *KS*, *mr*, *MR*, *Zφ*, prolongées en *D*, *e*, *E*, *Q*.

III. Cela fait, si l'on prend suivant le Corol. 8. du Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 393. & 394. les aires hyperboliques *CAHV*, à commencer en *A* jusqu'en *K*, pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement; ce Corol. 8. donnera les *HK* correspondantes depuis leur origine *K* vers *A*, pour les vitesses instantanées qui à la fin de ces tems, & malgré les résistances supposées, resteroient de l'horizontale primitive *AK* résultante de celle *AF* de projection. Et en prenant de même suivant le Corol. 20. du Probl. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 150. les aires hyperboliques *φZMR*, à commencer en *Z* jusqu'en *Y*, pour les tems écoulés depuis le commencement du même mouvement; le Corol. 19. de ce Probl. 3. pag. 149. & 150. donnera pareillement les *YM* correspondantes depuis leur origine *Y*, pour les vitesses qui à la fin de ces tems, malgré la pesanteur du mobile & les résistances du milieu supposées en raison des vitesses de ce corps jetté suivant *AF*, resteroient de sa vitesse verticale *YZ* ou (*art.* 2.) *KF* de bas en haut, résultante aussi de celle *AF* de projection.

IV. Cela étant ainsi reconnu, soit appellé t le premier de ces tems à la fin duquel restent les vitesses horizontales *HK*; & θ le second à la fin duquel restent de même les vitesses verticales *YM* de bas en haut. Soient aussi appellées, comme dans la précédente Solut. 3. *KY*, a; *YZ*

ou KF, c; AK, e; KH, u; YM, v; HV, s; MR, r; & YN, m.

V. Suivant ces noms l'hyperbole CBS étant (*art.* 1.) la même que φNS, l'on aura ici $HV(s).YN(m)::KY(a).HK(u)=\frac{am}{s}$. Et $MR(r).YN(m)::KY(a).KM(a+v)=\frac{am}{r}$. D'où résulte $v=\frac{am}{r}-a=\frac{am-ar}{r}$. Donc,

1°. Le Probl. 1. des Mem. de 1707. pag. 391. donnant ici $\frac{dt}{a}=\frac{-du}{u}$, l'on y aura $\frac{dt}{a}=\frac{-sdu}{am}$, ou $dt=\frac{-sdu}{m}$, & $udt==-adu$; dont les intégrales sont $t=-\int\frac{sdu}{m}+q==-\frac{SVHKS}{YN}+q$, & $\int udt=-au+q=-YK\times HK+q$. Mais le cas de $t=o$, rendant $\int udt=o$, $HK=AK$, & par conséquent $SVHKS=SCAKS$, réduit ces intégrales à $o=-\frac{SCAKS}{YN}+q$, $o=-YK\times AK+q$; d'où résulte $q=\frac{SCAKS}{YN}$ dans la premiere, & $q=YK\times AK$ dans la seconde. Donc ces intégrales complettes sont $t==\frac{SCAKS-SVHKS}{YN}=\frac{CAHV}{YN}$, & $\int udt=YK\times AK-YK\times HK=AH\times YK$.

2°. Le Probl. 3. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 136. donnant ici $\frac{d\theta}{a}=\frac{-dv}{a+v}$, l'on aura $\frac{d\theta}{a}=\frac{-rdv}{am}$, ou $d\theta==-\frac{rdv}{m}$, & $vd\theta=\frac{-amdv+ardv}{m}$; dont les intégrales sont $\theta=-\int\frac{rdv}{m}+q=-\frac{SRMKS}{YN}+q$, & $\int vd\theta=-\frac{a}{m}\times mv+\frac{a}{m}\times\int rdv+q=-\frac{a}{m}\times YN\times YM+\frac{a}{m}\times SRMKS+q$. Mais le cas de $\theta=o$, rendant $\int vd\theta=o$, $YM=YZ$, & conséquemment $SRMKS=S\varphi ZKS$, réduit ces intégrales à $o=-\frac{S\varphi ZKS}{YN}+q$, $o=-\frac{a}{m}\times YN\times YZ+\frac{a}{m}\times S\varphi ZKS+q$; d'où résulte $q=\frac{S\varphi ZKS}{YN}$ pour la premiere, & $q=$

$= \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\varphi ZKS$ pour la seconde. Donc ces intégrales complettes sont $\theta = \frac{S\varphi ZKS - SRMKS}{YN} = \frac{\varphi ZMR}{YN}$, $\int v d\theta = \frac{a}{m} \times YN \times YZ - \frac{a}{m} \times S\varphi ZKS - \frac{a}{m} \times YN \times YM +$ $+ \frac{a}{m} \times SRMKS = \frac{a}{m} \times QZME - \frac{a}{m} \times \varphi ZMR = \frac{a}{m} Q\varphi RE$ $= \frac{YK \times Q\varphi RE}{YN}$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) $t. \theta :: \frac{CAHV}{YN} . \frac{\varphi ZMR}{YN} :: CAHV. \varphi ZMR$. Et $\int u dt. \int v d\theta :: AH \times YK. \frac{YK \times Q\varphi RE}{YN} :: AH. \frac{Q\varphi RE}{YN}$.

VI. Or suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ, ou (*art.* 5. *nomb.* 3.) $CAHV$, φZMR, sont entr'eux comme les sommes $\int u dt$, $\int v d\theta$, des vitesses u (HK), v (YM), en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus pendant ces tems, sont aussi (*art.* 5. *nomb.* 3.) entr'eux :: $AH. \frac{Q\varphi RE}{YN}$.

VII. Mais CBS, φNS, n'étant ici (*art.* 1.) qu'une même hyperbole repetée aux deux côtés de son asymptote KS.

1°. La supposition qu'on y fait par tout (*art.* 2.) de $KM. KH :: KZ. KA :: YK. XK :: Km. Kh.$ doit rendre les aires $Z\varphi RM = ACVH$, $Z\varphi NY = ACBX$, $Z\varphi rm =$ $= ACuh$ correspondantes; & par conséquent $NYmr =$ $= BXhu$.

2°. Elle doit aussi rendre $MZ. HA :: KZ. AK :: YK. XK :: BX. NY :: AP. ZQ.$ Et $YZ. AX :: ZK. AK :: AP. ZQ.$ Et pareillement $mZ. hA :: ZK. AK :: AP. ZQ.$ D'où résulte $MZ \times ZQ = HA \times AP$, $YZ \times ZQ = AX \times AP$, $mZ \times ZQ = hA \times AP$; ou $ZQEM = AP\Pi H$, $ZQNY =$ $= APBX$, $ZQem = APph$; & conséquemment aussi $YNem = XBph$.

3°. En retranchant de ces parallelogrammes du nomb. 2. les aires hyperboliques correspondantes du nomb. 1.

depuis Z juſqu'à Y, & depuis A juſqu'à X; l'on aura pareillement ici les aires hyperboliques $Q\varphi RE = PCV\Pi$, $Q\varphi N = PCB$. Et en retranchant au contraire des aires hyperboliques du nomb. 1. les parallelogrammes correſpondans du nomb. 2. depuis Y & X juſqu'en K; l'on aura de même les aires hyperboliques $N\epsilon r = Bp\pi$, &c.

VIII. Donc (*art.* 7. *nomb.* 3.) $\frac{Q\varphi RE}{YN} = \frac{PCV\Pi}{YN}$; & par conſéquent (*art.* 6.) les eſpaces ici parcourus pendant les tems $ACVH$ (t), $Z\varphi RM$ (θ), ſeront non-ſeulement entr'eux :: $AH. \frac{PCV\Pi}{YN}$ (*art.* 1.) :: $AH. HL$. mais encore parcourus en tems égaux ou pendant le même $ACVH$ (t), puiſque (*art.* 7. *nomb.* 1.) $ACVH = Z\varphi RM$.

IX. Ces eſpaces parcourus pendant un même tems quelconque $ACVH$ en vertu des viteſſes reſtantes de l'horizontale AK, & de la verticale KF de bas en haut à chaque inſtant de ce tems, étant ici entr'eux (*art.* 8.) :: $AH. HL$. Il eſt viſible que ſi l'on prend, par éxemple, AH pour l'horizontal parcouru pendant ce tems, l'on aura auſſi HL pour le parcouru de bas en haut pendant le même tems. Par conſéquent le mobile ici jetté de A vers F ſuivant AF, doit ſe trouver en L à la fin de ce tems $ACVH$ par le concours des viteſſes reſtantes de l'horizontale AK & de la verticale KF, réſultantes de celle AF de projéction, malgré les réſiſtances ſuppoſées; & par tout de même en prenant toûjours $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ depuis A juſqu'en X où l'on aura $X\Lambda = \frac{PCB}{YN}$. Donc l'arc $AL\Lambda$, qui paſſera par tous les points L ainſi trouvés, ſera celui que ce corps décrira malgré ſa peſanteur & les réſiſtances du milieu ſuppoſé, pendant le tems $CAXB$. Et ſa viteſſe (YM) d'aſcenſion ſe trouvant nulle ou zero à la fin de ce tems égal (*art.* 7. *nomb.* 1.) à φZYN, le point Λ ſera le plus haut où ce corps puiſſe ici monter au-deſſus de l'horizontale AK, & duquel il doit retomber auſſi-tôt en vertu de ſa peſanteur, par le concours de laquelle &

du reste (*art.* 3.) YK ou $\Lambda\Delta$ (en faisant $\Lambda\Delta$ parallele à AK, & qui rencontre KS, hu, en Δ, ω) de sa vitesse horizontale AK, il décrira le reste $\Lambda\lambda O$ de la Courbe requise de projéction.

X. Pour le voir soit presentement Ym la vitesse aquise de ce corps en vertu de sa pesanteur malgré les résistances du milieu supposé, en tombant de Λ pendant un tems quelconque appellé τ. Si l'on appelle encore hu, s; mr, r; hK, u; Ym, v; & le reste comme ci-dessus, art. 4. l'hyperbole φNS donnera encore ici $mr\ (r).\ YN\ (m) :: YK\ (a).\ mK\ (a-v) = \frac{am}{r}$. D'où résulte $v = a - \frac{am}{r} = \frac{ar-am}{r}$.

1°. Donc le Probl. 1. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 119. donnant ici $\frac{d\tau}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura $\frac{d\tau}{a} = \frac{rdv}{am}$, ou $d\tau = \frac{rdv}{m}$, & $vd\tau = \frac{ardv-amdv}{m}$; desquelles équations les intégrales sont $\tau = \int \frac{rdv}{m} = \frac{NYmr}{YN}$, & $\int vd\tau = \frac{a}{m} \times \int rdv - \frac{a}{m} \times mv = \frac{a}{m} \times NYmr - \frac{a}{m} \times NYme = \frac{a}{m} \times Ner = \frac{YK \times Ner}{YN}$.

2°. Donc aussi (*art.* 5. *nomb.* 1.) $t.\ \tau :: \frac{CAHV}{YN}.\ \frac{NYmr}{YN} :: CAHV.\ NYmr$. Et $\int udt.\ \int vd\tau :: AH \times YK.\ \frac{YK \times Ner}{YN} :: AH.\ \frac{Ner}{YN}$.

XI. Mais (*art.* 7. *nomb.* 3.) $Ner = Bpu$, d'où résulte $\frac{Ner}{YN} = \frac{Bpu}{YN}$. Donc (*art.* 10. *nomb.* 2.) $\int udt.\ \int vd\tau :: AH.\ \frac{Bpu}{YN}$ (en prenant $\omega\lambda = \frac{Bpu}{YN}$) $:: AH.\ \omega\lambda$. c'est à dire, suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. que les espaces parcourus en vertu des vitesses $u\ (HK)$, $v\ (Ym)$, pendant les tems t, τ, ou (*art.* 10. *nomb.* 2.) $CAHV$, $NYmr$, seront ici entr'eux :: $AH.\ \omega\lambda$. Donc aussi en prenant AH pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems t ou $CAHV$ en vertu des vitesses HK (u) qui malgré les résistances du milieu supposé resteroient alors de la vitesse horizontale AK résultante de

celle *AF* de projéction ; l'on aura pareillement $\omega\lambda$ pour l'espace vertical parcouru de haut en bas, en tombant (*art.* 9.) du point Λ pendant le tems τ ou *NYmr* malgré ces résistances en vertu de la pesanteur du mobile.

XII. Or en prenant ainsi *AH* pour l'espace horizontal parcouru pendant le tems *CAHV*, on trouvera pareillement *AX* pour l'horizontal parcouru pendant le tems *CAXB*, & *Ah* pour l'horizontal aussi parcouru pendant le tems *CAhu* ; & par conséquent *Xh* ou Λω pour l'horizontal parcouru pendant le tems *BXhu*. Donc (*art.* 11.) *BXhu*, *NYmr*, sont les tems pendant lesquels les espaces Λω, $\omega\lambda$, seroient ici parcourus ; & par conséquent (*art.* 7. *nomb.* 1.) ces espaces seroient ici parcourus en tems égaux, ou pendant le même *BXhu*. Donc aussi le mobile se trouvera en λ à la fin de ce tems.

XIII. Mais puisque (*art.* 11.) $\omega\lambda = \frac{B\rho u}{YN}$, & (*art.* 9.) $X\Lambda$ ou $h\omega = \frac{CBP}{YN}$, l'on aura $h\lambda$ $(h\omega - \omega\lambda) = \frac{CBP - B\rho u}{YN}$. Donc en prenant encore ici $h\lambda = \frac{CBP - B\rho u}{YN}$, le mobile (*art.* 12.) s'y trouvera en λ à la fin du tems *BXhu* ; & ainsi de tous les autres points à l'infini où ce corps se doit trouver depuis Λ*X* jusqu'en Δ*O* pendant le tems infini *SBXKS* : De sorte que l'arc ΛλO, qui passera par tous les points λ ainsi trouvés depuis *BX* jusqu'en *SO*, sera encore celui que ce corps doit ici décrire pendant ce reste infini de tems.

XIV. Donc (*art.* 9.) en prenant par tout depuis *A* jusqu'en *X*, les $HL = \frac{PCVII}{YN}$ correspondantes ; $X\Lambda = \frac{CBP}{YN}$ en *X* ; & (*art.* 13.) depuis *X* jusqu'en *K*, les $h\lambda = \frac{CBP - B\rho u}{YN}$ pareillement correspondantes ; la ligne *AL*ΛλO, qui passera par tous les points *L*, Λ, λ, &c. ainsi trouvés, sera la Courbe requise de projéction. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. CAS.

Des projections obliques de haut en bas.

XV. Soit encore ici le mouvement de projection oblique *AF* de *A* vers *F* suivant *AF*, consideré comme composé d'un horizontal *AK*, & d'un vertical *KF* presentement de haut en bas, & qui conséquemment soit négatif par raport au précédent qui étoit de bas en haut : de sorte que si l'on prend encore ici (sur l'horizontale *AK* prolongée vers *K*) *KY* à *KF* comme la vitesse terminale du corps jetté est à la verticale *KF* résultante de celle *AF* de projection, & $YZ = KF$; cette *YZ* devenuë ainsi négative de positive qu'elle étoit dans le premier cas, doit être ici à gauche du point *Y* avec l'arc hyperbolique φRS, au lieu qu'ils y étoient (*art.* 1. *fig.* 10.) à droite. FIG. XI. XII.

Cela posé, soit encore l'autre arc *CVS* de la même hyperbole équilatere entre les asymptotes *AK*, *KS*, comme le premier φRS est entre les mêmes asymptotes dans la Fig. 12. d'une vitesse verticale *KF* plus grande que la terminale *KY*, & entre les asymptotes *YK*, *KS*, dans la Fig. 11. d'une vitesse verticale moindre que la terminale ; aprés avoir mené les droites *AC*, & *VG* quelconque perpendiculairement à *AK*, lesquelles rencontrent l'arc *CVS* en *C*, *V*, & les droites *AK*, *AF*, en *H*, *G* ; soit prise (sur *KY*) *KM*. *KZ* :: *KH*. *KA*. Soient ensuite les ordonnées $Z\varphi$, *MR*, paralleles aussi à *KS*, & qui rencontrent l'arc φRS en φ, *R*. Soient de plus par les points *C*, φ, les droites $C\pi$, φP, paralleles à *AY* : la premiere $C\pi$ rencontrant *HV*, *KS*, en *U*, π ; & la seconde φP rencontrant de même *MR*, *KS*, en *E*, *P*. Soit enfin l'arc *NS* de la même hyperbole que les précédens entre les asymptotes *YK*, *KS*, lequel soit rencontré en *N* par *YN* parallele à *KS*.

Cela fait, je dis que si sur *HG* prolongée du côté de *G*, on prend par tout $HL = \frac{CUV}{YN} + HG$, la ligne *ALO* qui passera par tous les points *L* ainsi trouvés, sera la Courbe

que le corps ici jetté de *A* vers *F* obliquement de haut en bas suivant *AF*, y doit décrire malgré les résistances du milieu supposé.

DÉMONSTRATION.

XVI. Si l'on prend encore ici (comme dans l'art. 4.) t pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement horizontal résultant de celui de projection ; & (comme dans l'art. 3.) les *HK*, appellées u, depuis leur origine *K* jusqu'en *A*, pour les vitesses instantanées qui à la fin de ces tems & malgré les résistances du milieu supposé, resteroient de l'horizontale primitive *AK* résultante de l'oblique *AF* de projection : l'on aura encore ici, comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. $t = \frac{CAHV}{YN}$, & $\int u\,dt = KY \times AH$.

XVII. En prenant de même ici θ pour les tems écoulés depuis le commencement du mouvement vertical de haut en bas, résultant de celui de projection & de la pesanteur du mobile, dont les vitesses faites des restantes de ce mouvement vertical, & des aquises par la pesanteur, à la fin de ces tems & malgré les résistances du milieu supposé, soient (suivant le Corol. 11. pag. 133. & 134. du Mem. du 7. Mars dernier) *YM* appellées v, depuis leur origine *Y* jusqu'entre *K*, *Z*. Soient encore appellées ici (comme dans l'art. 4.) *KY*, a; *YZ* ou (*art.* 15.) *KF*, c; *MR*, r; *YN*, m; l'hyperbole ϕRS donnera *MR* (r). *YN* (m) :: *KY* (a). *KM* ($\pm a \mp v$). D'où résulte $a - v = \pm \frac{am}{r}$, & $v = a \mp \frac{am}{r} = \frac{ar \mp am}{r}$. Donc le Probl. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 128. donnant ici $\frac{d\theta}{a} = \frac{dv}{a-v}$, l'on y aura,

1°. $\frac{d\theta}{a} = \pm \frac{rdv}{am}$, ou $d\theta = \pm \frac{rdv}{m}$, dont l'intégrale est $\theta = \int \pm \frac{rdv}{m} = \frac{Z\phi RM}{m} = \frac{Z\phi RM}{YN}$, comme dans le nomb. 1. du Corol. 11. pag. 134. du Mem. du 7. Mars dernier, en d'autres lettres desquelles m y signifie la même chose qu'ici. Les signes superieurs sont ici pour la Fig. 11. & les inferieurs pour la Fig. 12.

2°.

2°. $vd\theta = \pm \frac{ardv - amdv}{m}$, dont l'intégrale est $\int vd\theta = \pm \frac{a}{m} \times \int rdv - \frac{a}{m} \times mv + q = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM + q$. Mais le cas de $\int vd\theta = o$, rendant aussi $Z\varphi RM = o$, & $YM = YZ$, réduit cette intégrale à $o = -\frac{a}{m} \times YN \times YZ + q$, d'où résulte $q = \frac{a}{m} \times YN \times YZ$. Donc cette intégrale complette sera $\int vd\theta = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM - \frac{a}{m} \times YN \times YM + \frac{a}{m} \times YN \times YZ = \frac{a}{m} \times Z\varphi RM \mp \frac{a}{m} \times YN \times ZM$ (soit ND parallele à YK, & qui rencontre OS, RM, φZ, en D, B, Q) $= \frac{a}{m} \times Z\varphi RM \mp \frac{a}{m} \times ZQ \times ZM = \frac{a}{m} \times \varphi QBR = \frac{a}{m} \times \varphi ER + \frac{a}{m} \times \varphi Q \times MZ = \frac{KY\ \varphi ER}{YN} + \frac{KY \times \varphi Q \times MZ}{YN}$, comme dans le nomb. 2. du Corol. 11. pag. 134. où l'on a négligé les doubles signes $\pm$, $\mp$, employés ci-dessus, la considération de ce qu'un des deux cas de ce Corol. 11. a de négatif par raport à l'autre, produisant le même effet.

3°. Mais les arcs NS, φRS, (*art.* 15.) d'une même hyperbole, donnant $KY.\ KZ :: Z\varphi.\ YN$. donne aussi $KY.\ YZ :: Z\varphi.\ \varphi Q$. ou $KY \times \varphi Q = YZ \times Z\varphi$. Donc (*nomb.* 2.) $\int vd\theta = \frac{KY}{YN} \times \varphi ER + \frac{YZ}{YN} \times Z\varphi \times MZ$.

4°. Or la construction (*art.* 15.) donnant $KA.\ KH :: KZ.\ KM$. donne aussi (en convertissant) $KA.\ AH :: KZ.\ ZM = \frac{AH \times KZ}{KA}$. D'où résulte $Z\varphi \times MZ = \frac{Z\varphi \times AH \times KZ}{KA}$ (à cause de $Z\varphi \times KZ = KY \times YN$) $= \frac{AH \times KY \times YN}{KA}$. Donc (*nomb.* 3.) $\int vdt = \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + \frac{YZ \times AH \times KY}{AK}$ (l'art. 15. donnant $YZ = KF$) $= \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + \frac{KY \times KF \times AH}{AK}$ (à cause de $AK.\ KF :: AH.\ HG = \frac{KF \times AH}{AK}$) $= \frac{KY \times \varphi ER}{YN} + KY \times HG$.

5°. De plus puisque la construction (*art.* 15.) donne $KA.\ KH :: KZ.\ KM$. Et que delà il résulte (*nomb.* 4.) $AH.\ ZM :: AK.\ KZ :: Z\varphi.\ AC$. la premiere de ces deux Analogies donnera $CAVH = \varphi ZMR$, & la seconde $AH \times AC = ZM \times Z\varphi$: d'où résulte aussi $CVV = \varphi ER$. Donc

(*nomb.* 4.) $\int v d\theta = \frac{KY \times CVV}{YN} + KY \times HG$.

XVIII. Donc enfin (*art.* 16. & *art.* 17. *nomb.* 1. & 5.) l'on aura ici $t. \theta :: \frac{CAHV}{YN} . \frac{Z\varphi RM}{YN} :: CAHV. Z\varphi RM$. Et $\int u dt. \int v d\theta :: KY \times AH. \frac{KY \times CVV}{YN} + KY \times HG :: AH. \frac{CVV}{YN} + HG$ (*art.* 15.) :: $AH. HL$.

XIX. Mais suivant le Lem. 2. du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 117. les espaces ici parcourus pendant les tems t, θ, ou (*art.* 18.) $CAHV$, $Z\varphi RM$, qui (*art.* 17. *nomb.* 5.) sont égaux, ou le même, sont entr'eux comme les sommes $\int u dt$, $\int v d\theta$, des vitesses u (HK), v (YM), en vertu desquelles ils ont été parcourus. Donc les espaces ici parcourus en vertu de ces sommes de vitesses pendant le même tems $CAHV$, sont aussi entr'eux (*art.* 18.) :: $AH. HL$.

XX. Par conséquent en prenant AH pour *l'espace* horizontal ici parcouru pendant ce tems $CAHV$ en vertu de la somme $\int u dt$ des vitesses horizontales u (HK), l'on aura pareillement ici HL pour le vertical parcouru de haut en bas pendant le même tems en vertu de la somme des vitesses verticales v (YM). Par conséquent aussi le corps jetté ici obliquement de haut en bas de A vers F suivant AF, doit se trouver en L à la fin de ce tems $CAHV$ malgré les résistances du milieu supposé, par le concours des vitesses restantes de l'horizontale AK résultante de celle AF de projéction, & des vitesses verticales de haut en bas, faites des aquises par la pesanteur de ce mobile, & des restantes de la verticale KF résultante aussi de celle AF de projéction; & par tout de même en y prenant toutes les $HL = \frac{CVV}{YN} + HG$ correspondantes depuis A jusqu'en K. Donc la ligne ALO, qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera encore ici la Courbe requise de projéction : c'est à dire, la Courbe que le corps ici jetté obliquement de haut en bas, y doit décrire malgré les résistances du milieu supposé. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

COROLLAIRE XXV.

Puisque suivant cette démonstration (*art.* 15. & 20.) du second cas de la Solut. 4. la Courbe *ALO* que décriroit un corps jetté obliquement de haut en bas, de *A* vers *F* suivant *AF* dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps, doit passer par toutes les extrémités *L* des verticales $HL = \frac{CVV}{YN} + HG$; il est manifeste qu'elle passera aussi par les extremités de toutes les $GL = \frac{CVV}{YN}$: c'est à dire que cette Courbe passera aussi toûjours par tous les points *L* trouvés en prenant par tout les verticales $GL = \frac{CVV}{YN}$ correspondantes depuis *A* jusqu'en *F*. FIG. XI. XII.

COROLLAIRE XXVI.

La même chose suit aussi de la démonstration du premier cas de la même Solut. 4, en tirant $C\pi$ parallele à *AK*, & qui rencontre *HV*, *XB*, $h\kappa$, *KS*, en *V*, β, v, π, dans la Fig. 10. Car, en ne citant que les art. de cette Solut. 4. sans la nommer, pour abreger les citations, FIG. X.

1°. Puisque (*art.* 1. & 14.) $HL = \frac{PCV\Pi}{YN} = \frac{PAH\Pi - ACVH}{YN}$, & que $AK. KF :: AH. HG = \frac{KF \times AH}{AK}$; l'on aura GL $(HG - HL) = \frac{KF \times AH}{AK} - \frac{PAH\Pi + ACVH}{YN}$. Mais l'art. 2. donnant $AX. XK :: ZY. YK$. ou (en composant) $AK. XK :: ZK. YK$. Et l'hyperbole *CBS* donnant aussi $AK. XK :: BX. AC$. l'on aura ici $BX. AC :: ZK. YK$. ou (en divisant) $B\beta. AC :: ZY. YK$. De sorte que les arcs *CBS*, φNS, d'une même (*art.* 1.) hyperbole, donnant $AC. YN :: KY. AK$. l'on aura pareillement ici (en raison ordonnée) $B\beta. YN :: ZY. AK$ (*art.* 2.) $:: KF. AK$. ou $\frac{B\beta}{YN} = \frac{KF}{AK}$. Donc $GL = \frac{B\beta \times AH}{YN} - \frac{PAH\Pi + ACVH}{YN} = \frac{PCV\Pi - PAH\Pi + ACVH}{YN} = - \frac{ACVH + ACVH}{YN} = \frac{CVV}{YN}$.

2°. Puisque aussi (*art.* 1. & 14.) $h\lambda = \frac{CBP - B\rho\mu}{YN}$, & que

$AK. KF :: Ah. hg = \frac{KF \times Ah}{AK}$. l'on aura ici $g\lambda$ ($hg - h\lambda$) $= \frac{KF \times Ah}{AK} - \frac{CBP + Bp\mu}{YN}$ (le nomb. 1. donnant $\frac{B\beta}{YN} = \frac{KF}{AK}$) $= \frac{B\beta \times Ah}{YN} - \frac{CBP + Bp\mu}{YN} = \frac{PCvp - CBP + Bp\mu}{YN} = \frac{Cv\mu}{YN}$.

3°. Donc (*nomb.* 1. & 2.) les points L, λ, &c. seront ici les mêmes, soit qu'on prenne $HL = \frac{PCV\Pi}{YN}$ depuis A jusqu'en X, & $h\lambda = \frac{CBP - Bp\mu}{YN}$ depuis X jusqu'en K, ou qu'on prenne par tout $GL = \frac{CVV}{YN}$, $g\lambda = \frac{Cv\mu}{YN}$, &c. depuis A jusqu'en F. Or on a vû (*art.* 14.) que la ligne ALO, qui passera par tous les points L, λ, &c. trouvés de la premiere de ces deux maniéres, sera la Courbe de projéction que décriroit le corps ici jetté obliquement de bas en haut de A vers F suivant AF, dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Donc la ligne qui passera par tous les points L, λ, &c. trouvés de la seconde maniére, sera aussi la même Courbe ALO que ce corps ainsi jetté décriroit malgré les résistances de ce milieu.

COROLLAIRE XXVII.

FIG. X. XI. XII. Ces deux derniers Corol. 25. & 26. font voir que suivant quelque diréction oblique AF qu'un corps soit jetté de A vers F, dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps ; si l'on prend de tous les points G de AF depuis A jusqu'en F, des verticales $GL = \frac{CVV}{YN}$ correspondantes, la ligne ALO qui passera par tous les points L ainsi trouvés à l'infini, sera la Courbe que ce même corps devroit alors décrire malgré les résistances de ce milieu, ainsi que nous l'avons déja démontré dans nôtre Solut. 2. pag. 265. &c. du Mem. du 18. Juillet dernier, sans décomposer (comme ici) le mouvement de projéction.

Tous les Corollaires des trois autres Solutions se déduiront pareillement de cette quatriéme-ci.

SCHOLIE.

M. Newton dans ses Princ. Math. Liv. 2. Sect. 1. Prop. 4. pag. 241. aprés avoir pris une grandeur $N. B\beta :: AK. KF.$ a aussi démontré que si l'on prend par tout ici les verticales $GL = \frac{cvv}{N}$ correspondantes, la ligne ALO qui passera par tous les points L ainsi trouvés, sera la Courbe de projection que décriroit un corps jetté de A vers F suivant AF dans un milieu résistant en raison des vitesses de ce corps. Mais le Corol. 26. nomb. 1. donnant aussi $YN. B\beta :: AK. KF.$ Et faisant voir par-là que $YN = N$, & conséquemment aussi que $\frac{cvv}{YN} = \frac{cvv}{N}$, fait pareillement voir (*nomb.* 3.) que la Courbe de projection de nôtre Solut. 4. & celle de M. Newton, sont précisément la même. Ce qui nous dispense de faire voir l'identité de la premiere avec celle dont M. Hughens a donné la construction à la fin de son *Discours de la cause de la pesanteur*, pag. 171. & avec celle de nos trois autres Solutions, dont les deux premieres sont dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 251. 254. & la troisiéme au commencement de celui-ci, pag. 424. y ayant déja démontré (pag. 436.) & dans le Mem. du 22. Aoust dernier, pag. 303. &c. que la Courbe de projection trouvée dans ces trois premieres Solutions, & par M. Hughens, est la même que celle de M. Newton, qu'on voit pareillement ici être la même que celle de la derniere Solut. 4. Ainsi nous voilà d'accord en tout ceci avec ces deux grands Geometres, dont les maniéres de trouver cette Courbe, si differentes entr'elles & des nôtres, auroient peut-être fait apprehender quelque diversité (pour ne pas dire pis) entre la leur & la nôtre. FIG. X.

REMARQUE.

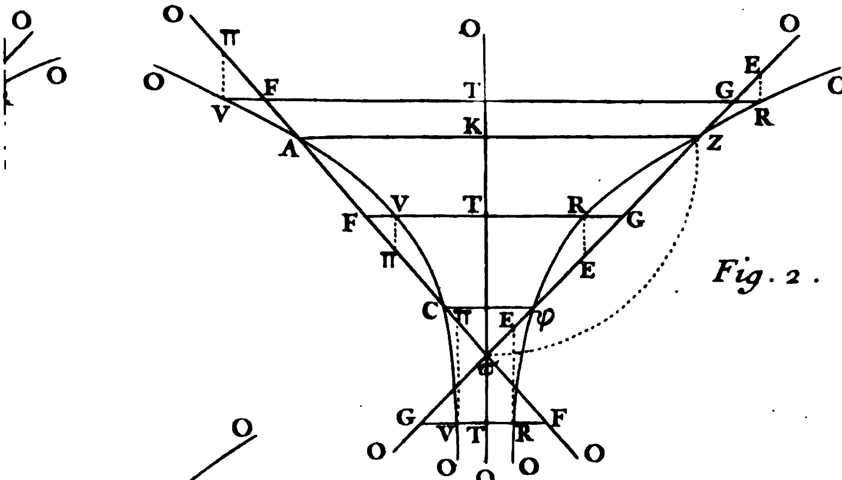
Voici presentement comment la Parabole trouvée dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 270. &c. pour celle que le corps jetté ci-devant dans un milieu résistant en raison des vitesses ausquelles il s'oppose, auroit décrite si

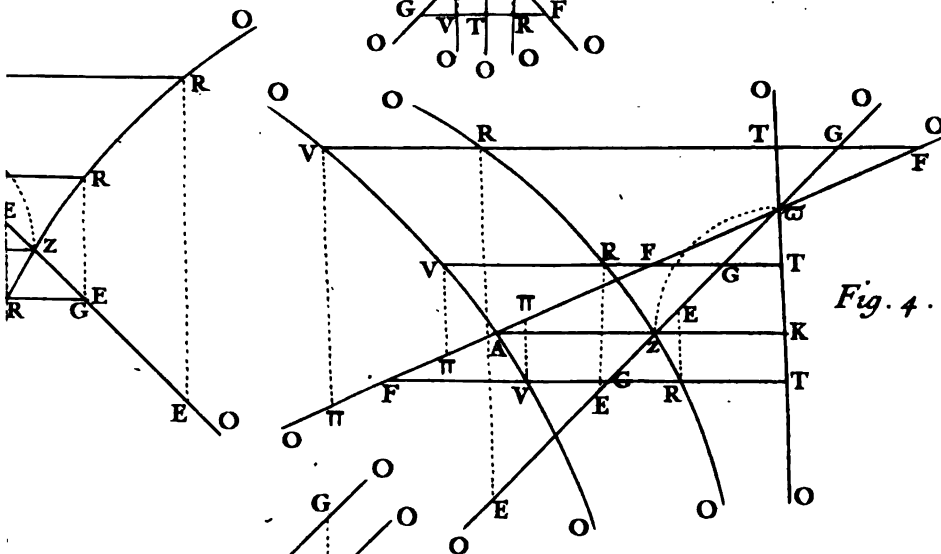
ce milieu eût été sans résistance, est aussi précisément la même que celle que M. Newton lui a assignée dans ses Princ. Math. pag. 243. Pour le démontrer il suffit de faire voir que le parametre en *A* de la nôtre est le même que celui de la sienne en ce même point : voici comment.

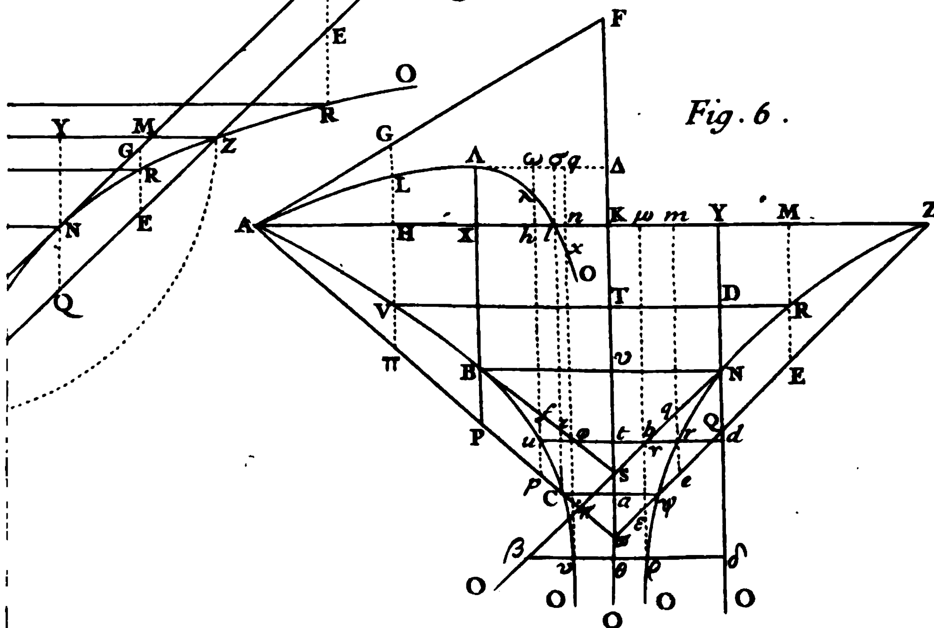
Ce parametre en *A* s'est trouvé $= \frac{2AF \times AF}{FS} = \frac{2AF \times AF}{BF}$ dans le Mem. du 18. Juillet dernier, pag. 271. & 273. dans lequel *FS*, *BF*, étoient chacune en même raison qu'est ici *KY* à la même *AF*, ou à la même *AK*, ou enfin à la même *KF*; & conséquement chacune égale à *KY*: d'où l'on voit que ce même parametre doit être pareillement ici $= \frac{2AF \times AF}{KY}$. M. Newton, lui, a trouvé $\frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$ pour ce parametre en *A*. Il ne s'agit donc ici que de faire voir que $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$.

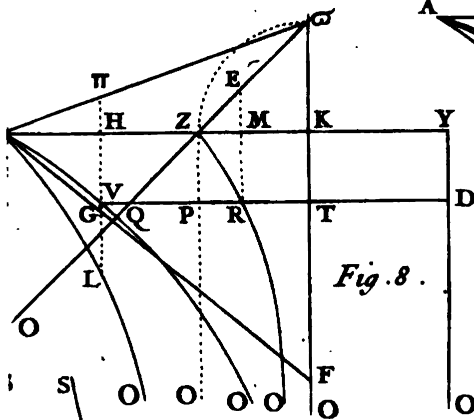
Pour cela il n'y a qu'à considérer que (*Solut.* 4. *art.* 2.) $AX. XK :: ZY. YK :: KF. KY = \frac{XK \times KF}{AX}$. Puisqu'en substituant cette valeur de *KY* en sa place dans $\frac{2AF \times AF}{KY}$, l'on aura effectivement $\frac{2AF \times AF}{KY} = \frac{2AF \times AF \times AX}{XK \times KF}$: c'est à dire, le parametre en *A* de nôtre Parabole, égal à celui que M. Newton y assigne à la sienne. Donc sa Parabole & la nôtre sont précisément la même. *Ce qu'il falloit encore démontrer.*

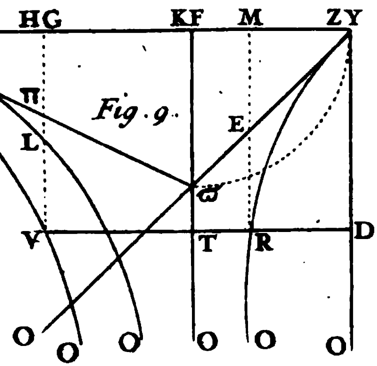
Au reste, si l'on compare les deux premieres Solutions du Mem. du 18. *Juillet dernier, pag.* 250. *&c. déduites du mouvement de projection consideré comme simple, avec ces deux dernieres-ci déduites de ce même mouvement consideré comme composé d'un horizontal & d'un vertical, on verra sans peine que ces sortes de Solutions se déduisent beaucoup plus simplement de la premiere de ces deux considérations que de la seconde : aussi ne les vient-on de déduire de celle-ci, employée par M. Newton & par M. Hughens, que pour faire voir comment on les en peut tirer aussi par nôtre methode ; & on ne*

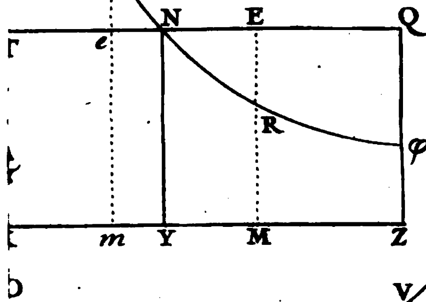

Fig. 2.


Fig. 4.


Fig. 6.


π
E
H
Z
M
K
Y
V
D
G
Q
P
R
T
L
O
F
S
Fig. 8.


A
HG
KF
M
ZY
π
E
L
V
T
R
D
O
Fig. 9.


r
N
E
Q
e
R
φ
m
Y
M
Z

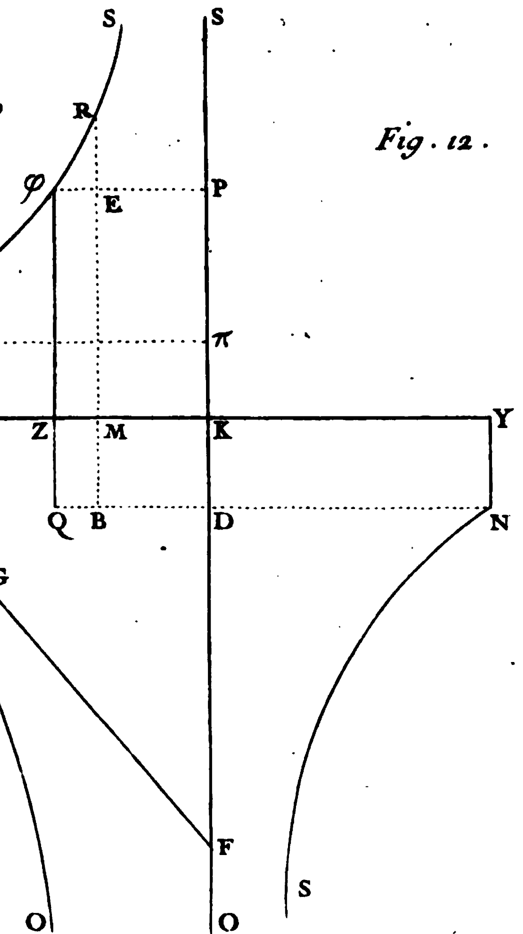

S
R
φ
E
P
V
C
π
A
H
Z
M
K
Y
Q
B
D
N
G
L
F
O
Fig. 12.

Fig. 11.

les vient de partager chacune en deux cas que pour le soulagement de ceux à qui la démonstration du premier n'auroit peut-être pas paru satisfaire au second, quand même on l'auroit poussée jusqu'à l'accord de Solution qu'on voit entr'eux dans le Corol. 27. le mouvement d'ascension que cette décomposition de mouvement oblige de considérer dans le premier, ne se trouvant pas dans le second, non-plus que dans les deux premieres Solutions qui pour cette raison les comprennent chacune tous deux en un seul, dans lequel le mouvement de chûte n'est même à considérer que de la part de la pesanteur du mobile, au lieu que dans le second cas même de chacune des deux dernières Solutions, ce mouvement de chûte doit être consideré & de cette part & de celle du vertical résultant de celui de la projéction oblique de haut en bas. Ce peu d'égards qu'il faut avoir dans les deux premieres Solutions par raport à ce qu'il en faut avoir dans les deux dernières, est ce qui rend celles-là beaucoup plus simples que celles-ci, & vient de ce que le mouvement de projéction n'est point décomposé là comme ici. L'on auroit cependant épargné ici les deux Lemmes précédens, si au lieu de prendre les expressions des vitesses primitives, égales à celles des tems correspondans dans le Mem. du 7. Mars dernier, pag. 113. &c. employé ci-dessus, on les y eût prises en raison constante quelconque.

Voilà jusqu'ici pour les mouvemens faits dans des milieux qui leur résisteroient en raison des vitesses des corps mûs, & pour les Courbes de projéction que ces corps y décriroient. On verra dans d'autres Mémoires ce qui leur arriveroit dans des milieux qui leur résisteroient en raison des quarrés de leurs vitesses, comme on le suppose d'ordinaire.



REFLEXIONS

Sur les Observations faites par le P. Laval à la Sainte Baume & aux montagnes des environs.

PAR M. CASSINI le fils.

1708. 22. Decembre.

LE P. Laval a envoyé à M. le Comte de Pontchartrain diverses Observations Astronomiques & Geographiques qu'il a faites à la Sainte Baume & sur les montagnes qui sont aux environs. Entre ces Observations il y en a plusieurs de la hauteur du Barometre faites à la Sainte Baume & au Saint Pilon, en divers jours & à diverses heures du jour, qu'il a comparées à celles qui avoient été faites dans le même temps à son Observatoire de Marseille.

Pour connoître plus aisément le raport qu'il y a entre ces Observations, il a dressé une Table où il a marqué dans la premiere colomne les jours du mois & les temps ausquels ces Observations ont été faites. Dans la seconde sont marquées les hauteurs du mercure à l'Observatoire de Marseille. A la troisiéme & à la quatriéme les hauteurs du mercure correspondantes observées à la Sainte Baume & au Saint Pilon; & à la cinquiéme la hauteur du Thermometre au Saint Pilon.

A ces Observations il en a ajoûté trois du Barometre, dont une a été faite le 27 Juin au bas du rocher du Saint Pilon, là où il cesse d'être à plomb, & où il s'unit avec le talu de la montagne.

La seconde le 29 Juin au matin sur la montagne des Beguignes qui est située à l'Orient du Saint Pilon, & la troisiéme le même jour aprés midy dans la plaine au-dessous de la Sainte Baume, qu'on appelle le Plan d'Aups.

Pour déterminer la hauteur de ces lieux l'un à l'égard de l'autre, le P. Laval mesura dans la plaine d'Aups une base

base de 155 toises, qu'il jugea suffisante pour des hauteurs qui n'étoient pas considerables, & il observa des extremités de cette base les angles entre le Saint Pilon & la montagne des Beguignes ; & ayant observé les angles de la hauteur apparente de ces montagnes, il détermina geometriquement la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups de 264 toises, & celle du Saint Pilon sur cette même plaine de 181 toises ; ce qui donne l'élevation de la montagne des Beguignes au-dessus du Saint Pilon de 83 toises.

Pour la hauteur du bas du rocher où il fit le 27 Juin l'experience du Barometre, ce rocher étant à plomb depuis le Saint Pilon jusqu'à cet endroit, il eut la commodité de la mesurer avec un cordeau, & il la trouva de 63 toises.

Comme le P. Laval n'a pas encore déterminé geometriquement la hauteur immediate de ces montagnes sur le niveau de la mer, l'on peut en attendant examiner ce qui résulte des Observations du Barometre faites à l'Observatoire de Marseille, à la Sainte Baume & aux environs, comparées aux diverses élevations qui ont été observées geometriquement.

Pour le faire avec le plus d'exactitude qu'il est possible, nous avons consideré premierement qu'à la hauteur de l'Observatoire de Marseille au-dessus du niveau de la mer qui est de 24 toises, il convient précisément deux lignes & un tiers d'abaissement de mercure, comme on le peut voir dans la Table dressée sur la regle de M. Maraldi inserée dans les Memoires de l'Academie de 1705. pag. 72.

Ayant pris ensuite les differences entre les hauteurs du mercure observées dans le même temps à l'Observatoire de Marseille & au Saint Pilon, qui sont au nombre de 15, & dont la plus petite est de $2^{p}\ 9^{l}\frac{1}{2}$, & la plus grande de $2^{p}\ 11^{l}\frac{3}{4}$, nous avons pris la moyenne entre toutes ces differences qui est de $2^{p}\ 10^{l}\frac{13}{45}$. Nous avons ajoûté à cette difference $2^{l}\frac{1}{3}$ qui conviennent à la hauteur de l'Observatoire de Marseille sur le niveau de la mer, & nous avons trou-

vé 3 pouces o ligne & $\frac{28}{45}$ pour l'abaiſſement du vif argent qui convient à la hauteur du Saint Pilon ſur le niveau de la mer.

Suivant la Table citée cy-deſſus à $3^p\ 0^l$ & $\frac{28}{45}$, il convient 481 toiſes pour la hauteur du Saint Pilon au-deſſus du niveau de la mer, tirée des Obſervations du Barometre.

En comparant de même les Obſervations du Barometre faites dans le même temps à l'Obſervatoire de Marſeille & à la Sainte Baume qui ſont au nombre de 16, l'on a pour la plus petite difference $2^p\ 5^l\frac{1}{2}$ d'abaiſſement de mercure, & pour la plus grande $2^p\ 6^l\frac{3}{4}$. En en prenant une moyenne entre toutes les differences, l'on aura $2^p\ 6^l\frac{7}{48}$, qui étant ajoûtées à $2^l\frac{1}{3}$ pour la hauteur de l'Obſervatoire de Marſeille, donne $2^p\ 8^l\frac{23}{48}$ pour la hauteur de la Sainte Baume ſur le niveau de la mer, à laquelle il répond ſuivant la Table $415^t\frac{1}{2}$. Les retranchant de 481 toiſes que l'on vient de trouver pour la hauteur du *Saint Pilon* au-deſſus du niveau de la mer, l'on aura $65^t\frac{1}{2}$ pour la hauteur du Saint Pilon ſur la Sainte Baume. Cette hauteur, ſuivant le P. Laval, n'eſt que d'environ 53 toiſes; car il meſura avec un cordeau la hauteur perpendiculaire depuis le Saint Pilon juſqu'au bas du rocher dans l'endroit où il s'unit avec le talu de la montagne qu'il trouva de 63 toiſes, & il jugea que la chambre du Logis de la Sainte Baume, où le Barometre étoit en experience, étoit élevée au-deſſus du bas du rocher de 10 toiſes, ce qui s'accorde à l'Obſervation du Barometre faite au bas de ce rocher, où la hauteur du mercure fut trouvée plus grande qu'à la Sainte Baume d'un peu moins de ligne. Mais comme la difference entre la hauteur du Saint Pilon & celle de la Sainte Baume eſt trop petite pour pouvoir établir quelques regles ſur les Obſervations qui y ont été faites, voyons ce qui réſulte des Obſervations faites ſur des hauteurs dont les intervalles ſont plus grands, telles que ſont la plaine d'Aups, & la montagne des Beguignes qui eſt élevée ſur cette plaine de 284 toiſes.

Le 29 Juin au matin ſur la montagne des Beguignes, la

hauteur du Barometre fut observée de $24^p\ 1^l$. Elle fut observée en même temps à Marseille de $27^p\ 4^l$; ce qui donne pour la hauteur des Beguignes au-dessus de l'Observatoire de Marseille $3^p\ 3^l$ d'abaissement de vif argent, ausquels si l'on ajoûte $2^l\ \frac{1}{3}$ pour la hauteur de l'Observatoire au-dessus du niveau de la mer, l'on aura pour la hauteur de la montagne des Beguignes sur le niveau de la mer $3^p\ 5^l\ \frac{1}{3}$ d'abaissement de vif argent, ausquels il répond dans la Table 559 toises & un pied.

Le même jour au soir sur la plaine d'Aups, la hauteur du mercure fut observée de $25^p\ 6^l$. Elle fut observée en même temps à l'Observatoire de Marseille de $27^p\ 4^l\ \frac{3}{4}$: la difference est d'un pouce $10^l\ \frac{3}{4}$, qui étant ajoûtée à $2^l\ \frac{1}{3}$ pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, donne pour la hauteur de la plaine d'Aups au-dessus du niveau de la mer $2^p\ 0^l\ \frac{7}{12}$, ausquels il répond dans la Table $298^t\ 1^p\ \frac{1}{2}$. Les retranchant de la hauteur des Beguignes au-dessus du niveau de la mer que l'on vient de trouver de 559 toises, l'on aura 261 toises pour la hauteur de la montagne des Beguignes au-dessus de la plaine d'Aups, qui résultent des Observations du Barometre, comparées à la Table qui a été dressée sur nos Observations.

Le P. Laval a déterminé, comme nous avons dit cy-dessus, cette hauteur geometriquement de 264 toises plus grande de 3 toises que celle qui résulte de la regle tirée de nos Observations du Barometre; ce qui est une précision que nous n'avons jamais osé esperer, & qui doit paroître assez grande, si l'on considere qu'une erreur d'un quart ou d'un tiers de ligne dans les Observations de la hauteur du Barometre faites de part & d'autre suffit pour causer cette difference.

Si l'on retranche de même de 481 toises, hauteur du Saint Pilon sur le niveau de la mer déterminée par les Observations du Barometre, la hauteur de la plaine d'Aups sur le niveau de la mer que l'on vient de trouver de $298^t\ 1^p\ \frac{1}{2}$, l'on aura par l'Observation du Barometre la

hauteur du Saint Pilon au-dessus de la plaine d'Aups de 182 toises 5 pieds, plus grande d'une toise 5 piés que celle qui résulte des Observations du P. Laval, qui avoit déterminé cette hauteur geometriquement de 181 toises.

Il paroît par ces Observations que suivant la regle établie sur les Observations du Barometre, l'on peut connoître avec assez d'exactitude les differences entre les hauteurs de deux lieux élevez l'un au-dessus de l'autre, pourvû qu'on sçache la hauteur du Barometre observée dans le même temps au niveau de la mer.

Lorsqu'on n'a pas d'Observation faite au niveau de la mer, alors on peut supposer la hauteur moyenne du mercure au niveau de la mer de $28^{p}\ 0^{l}$; mais il ne faut pas s'attendre d'arriver à la même précision.

Reflexions sur la bassesse apparente de l'horizon de la mer.

La hauteur du Saint Pilon au-dessus du niveau de la mer ayant été déterminée par les Observations du Barometre de 481 toises, comme nous l'avons dit cy-dessus, l'on peut voir ce qui résulte des Observations de la bassesse apparente de l'horizon de la mer que le P. Laval a faites sur cette montagne.

Ces Observations sont representées dans une Table où il a marqué l'état de l'air & le vent qu'il faisoit dans le temps de ses Observations, avec la hauteur correspondante du Barometre & du Thermometre.

La plus grande bassesse apparente de l'horizon de la mer fut observée le 25 Juin à 3^{h} du soir de $57'\ 45''$ le temps étant à la brume & le vent Nord-Oüest mediocre, & la plus petite fut observée le 26 Juin au matin de $56'\ 0''$ le Ciel étant assez serein & le vent Sud-Oüest foible. En prenant un milieu entre ces deux Observations qui different l'une de l'autre de $1'\ 45''$, l'on aura la moyenne bassesse apparente de l'horizon de la mer de $56'\ 52''$.

Si l'on suppose presentement le demi-diametre de la Terre de 3271600 toises, tel qu'il résulte des Observa-

tions faites dans le Voyage de la Meridienne, l'on trouve qu'à la hauteur du Saint Pilon ſur le niveau de la mer qui eſt de 481 toiſes, la baſſeſſe veritable de l'horizon de la mer doit être de 58′ 57″ plus grande de 2′ 5″ que la moyenne baſſeſſe apparente qui a été obſervée au Saint Pilon de 56′ 52″. Cet excés doit être attribué à la refraction qui éleve le rayon viſuel apparent au-deſſus du veritable d'environ la 28ᵉ partie de l'angle de la baſſeſſe apparente moyenne.

Le P. Laval remarque ſur ſes Obſervations, *qu'à des hauteurs plus grandes que celles de l'Obſervatoire de Marſeille, il y a encore de la variation dans la refraction, mais que cette variation n'eſt pas auſſi conſiderable que dans les endroits plus bas. Car dans toutes les Obſervations que le temps a permis de faire ſur le Saint Pilon, cette variation n'eſt montée qu'à une minute 45 ſecondes, au lieu qu'à l'Obſervatoire de Marſeille elle eſt montée à 3 minutes 20 ſecondes.*

Comme le P. Laval a fait un plus grand nombre de ces ſortes d'Obſervations à Marſeille qu'au Saint Pilon, il ſe pourroit faire qu'en obſervant plus long-temps ſur cette montagne, on y trouveroit une plus grande difference, que celle qu'il y a obſervée pendant ſon ſéjour.

Le P. Laval remarque auſſi que ſes Obſervations confirment ce qu'il a marqué dans les Memoires qu'il a envoyé à l'Academie, que lorſqu'il y a eu de la brume cauſée par le vent Nord-Oüeſt la refraction a été plus grande, & cela plus ou moins ſelon que le vent a été plus ou moins frais; & qu'au contraire la mer n'a jamais paru moins baſſe que le 26 Juin au matin, auquel le vent étoit Sud-Oüeſt foible & l'horizon aſſez ſerein. Le ſoir de ce même jour auquel le vent étoit Sud-Oüeſt foible & la brume grande, la refraction a augmenté d'une minute 30 ſecondes. Il juge que la peſanteur & la chaleur de l'air ne contribuënt en rien à la refraction, puiſque le 25 & le 26 Juin le Barometre & le Thermometre ſe ſont tenus à peu prés à la même hauteur, & cependant la variation de la refraction a été tres-conſiderable & auſſi grande qu'elle l'ait pû être dans toutes ces Obſervations.

Outre ces Obſervations du Barometre, du Thermometre, & de la baſſeſſe apparente de l'horizon de la mer, dont j'ay rapporté icy l'extrait, le P. Laval en a fait pluſieurs tant Aſtronomiques que Geographiques, pour déterminer la ſituation de la Sainte Baume, du Saint Pilon, & des autres lieux qui ſont aux environs à l'égard de Marſeille. Comme il a deſſein d'en faire encore quelques-unes pour les mettre à leur perfection, nous nous contenterons de remarquer qu'il a déterminé par diverſes hauteurs meridiennes du Soleil la latitude du Saint Pilon & de la Sainte Baume de 43ᵈ 21′ 10″ plus ſeptentrionale que celle de Marſeille d'environ 2 minutes.

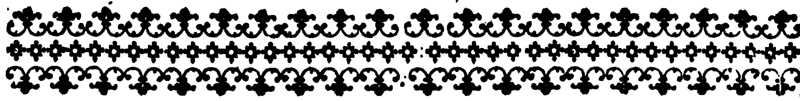
Le 25 Juin à 8ʰ 56′ 25″ du ſoir il obſerva au Saint Pilon l'Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

8ʰ 42′ 1″ à Paris par le calcul corrigé.

14′ 24″ Difference des meridiens entre Paris & le Saint Pilon.

Comme nous n'avons pû obſerver cette Immerſion à Paris, & que celles que nous y avons obſervé en ſont fort éloignées, l'on ne peut pas tirer rien de fort exact de cette Obſervation.





MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entr'elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

CONJECTURE SUR LE REDRESSEMENT DES PLANTES INCLINE'ES A L'HORIZON.

PAR M. ASTRUC.

IL semble que les faits les plus communs & les plus ordinaires soient les plus difficiles à expliquer. Seroit-ce que l'occasion de les voir frequemment en ôte tout le merveilleux, & que l'esprit en étant par-là frapé moins vivement, en recherche les causes avec plus de negligence ?

La question presente nous fournit une preuve de la verité de cette reflexion. Tout le monde sçait que les Plantes croissent & s'élevent par une ligne perpendiculaire à l'horizon, & que pour peu qu'on les en écarte en les courbant vers la terre, loin de continuer à pousser dans cette nouvelle direction, elles se redressent à leur extremité pour reprendre la perpendiculaire. On sçait que la même chose arrive aux Arbres & aux Plantes, que le

vent ou que quelqu'autre cause abat avec toute leur racine, & à celles qui croissent dans un pot de terre, lorsqu'on le renverse sur le côté. Tous ces faits sont certains, & l'experience les confirme tous les jours ; on n'en a pourtant point encore donné de raison entierement convaincante.

J'avouë que cette recherche paroît peu considerable ; mais puisqu'un membre * illustre de l'Academie Royale des Sciences n'a pas crû qu'il fût indigne de ses soins de tâcher d'en découvrir la cause, je croi qu'on ne trouvera pas mauvais que je communique les reflexions & les conjectures que j'ay faites sur le même sujet.

*M. Dodart ann. 1700.

On n'observe aucun changement dans les Plantes qu'on courbe vers la terre, que le seul changement de situation : elles étoient perpendiculaires à l'horizon, elles lui sont à present inclinées. C'est donc delà qu'il faut déduire la cause, qui fait redresser en haut leur *extremité*. Il est vrai que dans ce cas la partie de la Plante où se fait la courbure, souffre quelque compression. Mais comme cette compression est égale des deux côtez, dans la partie concave & dans la partie convexe, elle ne doit pas plus contribuer à porter en haut leur extremité, qu'à la porter en bas. D'ailleurs cette compression ne se trouve point dans les Plantes, qui croissent dans un pot de terre qu'on couche sur le côté ; il n'y a alors que la seule situation qui soit changée : elles se redressent cependant de même que les autres. Il faut donc convenir que cela ne dépend dans ce cas, que du seul changement de situation. On a raison de juger que la cause en doit être la même dans tous les autres cas ; l'uniformité de la nature dans ses productions ne nous permet pas d'en douter.

La difficulté est de déterminer en quoi la situation oblique des Plantes peut contribuer à faire redresser leur extremité. Les deux Propositions suivantes serviront à faire comprendre assez aisément comment elle peut produire cet effet.

1°. Il est certain qu'il coule dans les Plantes un suc nourricier

ricier depuis la racine jusqu'au haut, par des tuyaux qui suivent la longueur de la Plante & qui sont paralleles à ses côtez. Ces tuyaux communiquent ensemble ou par eux-mêmes, ou par le moyen de plusieurs autres canaux horizontaux, qui de la circonference de la Plante vont se terminer vers la moëlle, comme tout autant de rayons de cercle.

2°. D'autre part la raison & l'experience nous apprennent que les liquides, qui sont dans des tuyaux paralleles ou inclinez à l'horizon, pesênt sur la partie inferieure de leurs tuyaux, & n'agissent point du tout sur leur partie superieure.

Il est aisé de conclure de ces deux principes, que lorsque les Plantes sont dans une situation parallele ou inclinée à l'horizon, le suc nourricier qui coule de leurs racines vers leur tige, doit par son propre poids tomber dans les tuyaux de la partie inferieure, & s'y ramasser en plus grande quantité que dans ceux de la partie superieure. Ces tuyaux devront par-là être plus distendus, & leurs pores plus ouverts. Les parties du suc nourricier qui s'y trouve ramassé, devront par consequent y penetrer en plus grande quantité, & s'y attacher plus aisément que dans la partie superieure, d'autant plus que leur propre poids les y pousse & les y détermine. En un mot la partie inferieure de la Plante devra dans ce cas-là recevoir plus de nourriture & croître plus que la partie superieure, puisqu'il suffit pour qu'une partie croisse plus qu'une autre, qu'il s'y attache une plus grande quantité de parties de suc nourricier. Mais la partie inferieure ne peut point être mieux nourrie & croître plus à proportion que la partie superieure, que l'extremité de la Plante ne soit obligée de se courber vers le haut. Lors donc que les Plantes sont paralleles ou inclinées à l'horizon, leur extremité doit se redresser vers le haut par une suite necessaire de leur situation, qui fait que le suc nourricier qui pese & qui croupit sur la partie inferieure, la nourrit plus que la superieure.

Ce raiſonnement ſe trouve conforme à l'experience. On obſerve conſtamment un nœud ou une eſpece de tumeur dans la partie inferieure ou convexe des Plantes, qui ſouffrent une courbure pour ſe redreſſer en haut. Ce nœud ou cette tumeur ne peut venir que de ce que la partie inferieure de ces Plantes prend plus de nourriture & plus d'accroiſſement à proportion, que les parties voiſines & ſurtout que la partie ſuperieure, ce qui oblige ces Plantes à ſe redreſſer vers le haut.

Ce redreſſement des Plantes doit toûjours ſe faire à l'endroit où les fibres ligneuſes ſe trouvent aſſez flexibles pour prêter & ceder aiſément à l'entrée du ſuc nourricier, qui doit s'inſinuer dans la partie inferieure. Or les fibres ligneuſes ſont principalement molles & flexibles vers l'extremité de la Plante; le redreſſement des Plantes inclinées doit donc ſe faire vers leur extremité, ce qui eſt conforme à l'experience.

L'extremité des Plantes inclinées doit continuer à ſe redreſſer vers le haut, juſqu'à ce que le ſuc nourricier agiſſe ſur tous les côtez d'une force égale, & les nourriſſe tous également. Or le ſuc nourricier ne peut agir d'une force égale ſur tous les côtez & les nourrir tous également, que lorſqu'ils ſont perpendiculaires à l'horizon; l'extremité donc des Plantes inclinées doit continuer à ſe redreſſer, juſqu'à ce qu'elle ſoit revenuë à la perpendiculaire, ce qui eſt confirmé par l'experience.

Lorſque la tige des Plantes qui ſont attachées à une muraille eſt trop peſante, elles ne peuvent point croître directement en haut, de la maniere que nous avons établie; mais elles croiſſent à peu prés parallelement à l'horizon, ſi leur tige eſt aſſez forte pour les ſoûtenir, ou elles tombent en bas, ſi elle eſt trop foible. Nous avons un exemple du premier cas dans la Juſquiame, lorſque ſes tiges ſont chargées de beaucoup de fruits dans leur partie ſuperieure; comme ſes tiges ſont alors fort peſantes, elles ne peuvent point ſe redreſſer, & elles reſtent dans une ſituation parallele à l'horizon. Pour ce qui eſt du ſecond

cas nous en avons un exemple de même dans le *Sedum*, qui tombe d'abord en bas, sa tige étant trop foible pour le soûtenir. Il est pourtant aisé d'observer dans ces Plantes mêmes, des marques visibles de la pente naturelle, pour ainsi dire, qu'elles ont vers le haut ; les tiges de la Jusquiame font malgré tout leur poids un arc, dont l'extremité est tournée en haut ; le *Sedum* de même tombe à la verité d'abord en bas, mais il remonte ensuite par une ligne parallele à la muraille où il est attaché, & perpendiculaire à l'horizon.

La maniere dont nous venons d'expliquer les faits précédens, peut encore servir à rendre raison d'un autre fait de Botanique, qui n'est pas moins curieux. On observe que dans toutes les graines qui germent dans la terre, la radicule est toûjours tournée vers le bas, dans le tems que la plume ou la petite tige remonte vers le haut. Cela ne peut arriver naturellement & comme de soi-même, que dans une seule position, qui est lorsque les graines sont semées de telle maniere, que la plume se trouve directement en haut, & la radicule en bas. Dans toutes les autres positions, qui sont ou differentes ou opposées, la plume & la radicule doivent souffrir chacune une courbure en des sens opposez, pour pouvoir l'une remonter vers le haut, & l'autre s'enfoncer dans la terre. Or dans les graines semées au hazard, pour une dont la radicule est tournée directement en bas, & la plume en haut, il y en a un nombre infini, qui sont dans des situations differentes. Toutes cependant poussent également leur racine en bas & leur tige en haut ; il faut donc que la plume & la radicule se courbent en des sens opposez dans la plûpart des graines, qui germent dans la terre.

On peut voir à l'œil cette courbure de la plume & de la radicule dans une féve, qu'on seme à contre-sens, la radicule en haut, & la plume en bas. La plume & la radicule croissent d'abord directement prés de la longueur d'un pouce ; mais peu aprés elles commencent à se courber l'une vers le bas pour s'y enfoncer, & l'autre vers le

haut pour percer la terre qui la couvre.

On obſerve encore la même choſe dans un tas de blé, qu'on fait germer pour faire de la biere, ou dans un monceau de glands ou de féves, qui germent dans un lieu humide : chaque grain de blé dans le premier cas, ou ce qui eſt la même choſe, chaque féve ou chaque gland dans le ſecond, ont des ſituations differentes : tous les germes pourtant tendent directement en haut, dans le tems que les racines ſont tournées en bas, & la courbure qu'elles font eſt plus ou moins grande, ſuivant que leur ſituation approche plus ou moins de la ſituation directe, où elles pourroient croître ſans ſe courber.

Pour expliquer des mouvemens ſi contraires dans les parties d'une même Plante, leſquelles paroiſſent ſi ſemblables, il faut qu'il y ait quelque difference notable entre la plume & la radicule. Nous n'y en connoiſſons point d'autre, que celle qui eſt dans leur maniere de *ſe nourrir*. C'eſt delà donc qu'il faut déduire les differentes directions qu'elles prennent. La plume ſe nourrit par le ſuc, que des tuyaux paralleles à ſes côtez lui portent : la radicule au contraire prend ſa nourriture du ſuc, qui penetre dans tous les pores de ſa circonference. Toutes les fois donc que la plume ſe trouve dans une ſituation ou parallele ou inclinée à l'horizon, le ſuc nourricier doit croupir dans ſa partie inferieure, il doit par conſequent la nourrir plus que la ſuperieure, & redreſſer par-là ſon extremité vers le haut, par les raiſons que nous avons déja expliquées.

Au contraire lorſque la radicule eſt dans une ſituation ſemblable, le ſuc nourricier doit penetrer en plus grande quantité par les pores de la partie ſuperieure, que par ceux de l'inferieure. Les cauſes qui y pouſſent ce ſuc agiſſent à la verité également ſur les deux côtez, & il devroit par-là y avoir une égalité entiere ; mais la propre peſanteur de ce ſuc y met une difference conſiderable : elle s'oppoſe à ſon entrée dans les pores de la partie inferieure, & la facilite au contraire dans ceux de la ſuperieure.

Le ſuc nourricier devra donc par-là entrer en plus grande quantité dans les pores de la partie ſuperieure de la radicule, que dans ceux de l'inferieure; la partie ſuperieure devra par conſequent dans ce cas croître plus que l'inferieure, & faire courber vers le bas l'extremité de la radicule.

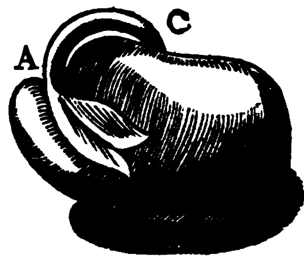
Cette courbure mutuelle de la plume & de la radicule doit continuer juſqu'à ce que leurs côtez ſe nourriſſent également, ce qui n'arrive que lorſque leur extremité eſt perpendiculaire à l'horizon. C'eſt la ſeule ſituation où le ſuc nourricier qui coule dans la plume agiſſe également ſur chaque côté, & où celui qui entre dans la radicule y penetre en tout ſens avec une égale facilité.

On obſerve que dans les graines qui germent à l'air, la plume & la radicule ſe courbent de la même maniere que dans celles qui pouſſent dans la terre : la raiſon en eſt évidente. L'humidité répanduë dans l'air qui fait germer ces graines, agit ſur leurs radicules de même que l'humidité qui les environne dans la terre, elle doit par conſequent produire le même effet.

La ſeule difficulté qu'on peut faire eſt, que ſuivant cette explication la plume ni la radicule ne devroient point ſe courber, lorſque les graines ſont ſemées de telle maniere, que la plume eſt tournée directement en bas, & la radicule directement en haut. Cela eſt pourtant contraire à l'experience; on voit que dans ce cas la plume ſe courbe comme à l'ordinaire pour remonter en haut, & que la radicule en fait autant pour deſcendre en bas.

La choſe devroit effectivement arriver comme on le ſuppoſe, c'eſt à dire, que ni la plume ni la radicule ne devroient point ſe courber, ſi on pouvoit ſemer une graine de telle maniere; que ces parties fuſſent toutes entieres dans une ſituation renverſée & perpendiculaire à l'horizon. Mais cela eſt impoſſible par la diſpoſition que ces deux parties ont dans les ſemences : la radicule fait un arc de cercle autour des lobes de la ſemence, la plume en fait un autre ſemblable entre les deux lobes, comme

on le voit dans la Figure. Quelque ſoin par conſequent qu'on prenne de les mettre à plomb, on ne ſçauroit y mettre qu'une petite partie *A*. La partie *B* de la plume & la partie *C* de la radicule doivent toûjours reſter obliques à l'horizon, & ainſi par les raiſons que nous avons déja rapportées l'une doit ſe courber en haut & l'autre en bas conformément à l'experience.



Fin des Memoires.

Fautes d'impreſſion ou de calcul à corriger dans les Mémoires de 1704, avec quelques Supplémens.

PAge 174. *ligne* 7. *liſés*, dorénavant *ABG*. *Lig.* 9. *liſés*, on peut prendre &c. *Lig.* 17. *liſés*, entr'eux ſelon M. Amontons. *Lig.* 31. *liſés*, parallelement à *AB*. *Page* 177. *lig.* 1. *liſ.* $\sqrt{b^2 + h^2} \times s + \frac{\varphi t}{\pi}$. *Page* 178. *lig.* 10. *liſ.* $f = 2143$ livres. *Pag.* 174. *lig.* 4. *liſ.* s étant alors &c. *Pag.* 180. *lig.* 11. *liſ.* tel que *GF* doive. *Pag.* 181. *lig.* 20. *liſ.* $\overline{\pm s\pi \mp \tau\varphi} \times t$. *Pag.* 183. *lig.* 24. *liſ.* ou d'un Priſme. *Pag.* 185. *lig.* 11. *liſ.* *AHM*, *ACB*. *Lig.* 24. *liſ.* $r = \sqrt{l^2 - d^2} = AC$. *Lig.* 26. *liſ.* $= -\frac{8}{9}\pi^2 d^2$. *Lig.* 27. *liſ.* $x = \frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}} = AC$, & *lig.* 28. *liſ.* $\frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}} \parallel \sqrt{9l^2 - 8d^2} \mid 3d$. *effacés le reſte de la ligne.* *Pag.* 186. *lig.* 7. & 8. *liſ.* $x = \frac{3d^2}{\sqrt{5l^2}} = \frac{3d^2}{\sqrt{10d^2}} = \frac{3d}{\sqrt{10}} = \frac{3r}{\sqrt{10}} = AD$; ce qui donneroit l'arc *AE* de 72 deg. 34 min. *Lig.* 11. *liſés*, $AB^2 = \frac{1}{4}l^2$, & $3d^2 = \frac{3}{4}l^2$, ce qui donnera $\sqrt{l^2 - d^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{l}{2}\sqrt{3} = r$, & $d^2 = \frac{1}{3}r^2$, & $d = \sqrt{\frac{r^2}{3}}$, & $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = \sqrt{7l^2}$

$= l\sqrt{7}$, ce qui donneroit $x = \frac{3d\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{3d\sqrt{21}}{14}, \frac{3AC}{2\sqrt{7}} = AD$, & l'arc *AE* de 34 deg. 32 min.

Enfin si l'angle *ABC* est de 30 deg. ou *BAC* de 60, on aura $BC = d = \sqrt{\frac{3}{4}l^2}$, & $8d^2 = 6l^2$, & $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = \sqrt{3l^2}$, & $\sqrt{l^2 - d^2} = \frac{1}{2} = r$, & enfin $x = \frac{3r\sqrt{\frac{3}{4}l^2}}{\sqrt{3l^2}} = \frac{3}{2}r = \frac{3}{2}AC$, ce qui étant impossible, nous fait voir, que dans cette supposition de frotemens la verge *BA* arrivera jusques en *R*, sans glisser si l'angle *ABC* est de 30 degrés.

On peut remarquer que si $d = CB = o$, $AD = o$, & que l'on suppose $AD = x = AC = r$, alors *AB* ne commencera à glisser qu'en *R*, ce qui donnera $x = r = \sqrt{l^2 d^2} = \frac{3d\sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{9l^2 - 8d^2}}$, d'où l'on tire $\sqrt{9l^2 - 8d^2} = 3d$, & $9l^2 - 8d^2 = 9d^2$, & $9l^2 = 17d^2$, & $\frac{3l}{\sqrt{17}} = d$. d'où l'on a l'angle *ABC* de 43 deg. 19 min. lequel est tres-commode pour faire l'experience de ces frotemens. *Pag.* 189. *lig.* 9. *lis.* $DH = \frac{bf}{2c}$. *Lig.* 28. *lis.* $\frac{2cp \times \overline{6\varphi + b\pi}}{a\pi c^2 - cb^2 - dh^2 \times \varphi}$). *Pag.* 191. *lig.* 34. *lis.* & *b* le cercle de la &c. *Pag.* 192. *lig.* 31. *lis.* ou $p = \frac{bf}{h}$). *Pag.* 193. *lig.* 32. *lis.* $= \frac{P}{p}$, & $\frac{P}{p}$ le raport &c. *Pag.* 196. *lig.* 33. *lis.* au lieu de $27\frac{1}{2}$. *Pag.* 329. *lig.* 1. *lis.* le poids *P* en &c. *Pag.* 350. *lig.* 12. *lisés*, Je prends *P* pour &c. *Pag.* 336. *lig.* 18. *lisés*, & $p = \frac{\frac{4}{9}V^2 A \pi BC}{u^2 abc}$ dans l'état parfait. *Lig.* 20. *lis.* & $A = \frac{45pbc}{28VBC}$ dans l'état de perfection. *Lig.* 24. *lis.* & $u = \frac{Vbc}{3BC}$ dans l'état parfait. *Pag.* 337. *lig.* 3. *lis.* $\frac{4VP}{27}$ dans l'état imparfait, c'est-pourquoy. *Lig.* 6. *ôtés ces 9 lignes, & mettés ce qui suit en la place.*

Et pour trouver un des rayons du poids comme *b*, on cherchera d'abord au lieu de *b* le rayon d'équilibre $e = \frac{PCB}{pc}$, au moyen duquel on cherchera ensuite au lieu d'un des rayons donnés de l'Aube *B* ou *C*, comme au lieu de *B* un autre rayon β, qui avec *e* & les autres parties

données de la machine la mettroit en mouvement, & cela comme dans l'article suivant. Et on fera l'analogie: Comme β est à B, ainsi e a un 4[e] terme qui sera le rayon b desiré. *Même page*, 3. *dernieres lignes lisés*,

Et pour avoir l'autre valeur de z, on prendra le complément du tiers d'arc trouvé à 60 degrés (nombre absolu), & le double sinus de ce complément; aprés quoy on fera cette derniere analogie: Comme le sinus total est au, &c. *Pag.* 338. *lig.* 5. *lis.* trouver; mais il faudra se souvenir de prendre alors pour 2[d] terme de la 1[re] analogie $\left(\frac{2up}{\frac{4}{27}VP}-1\right)$. *Lig.* 8. *lis.* Dans l'état parfait, il n'y a qu'un cas réductible, qui donne pour la seule valeur de $z\left(\frac{Vbc}{3uC}\right)$; d'où l'on tire $\left(B=\frac{Vbc}{uC}\right)\left(C=\frac{Vbc}{uB}\right)\left(b=\frac{uBC}{Vc}\right)$ & $\left(c=\frac{uBC}{VB}\right)$.

Lorsqu'on cherchera le rayon C, toute la difference est qu'il faudra prendre $\left(\frac{Vbc}{3uB}\right)$ dans les analogies cy-dessus.

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1708.

PAge 114. *lig.* 19. *&* 20. résistances actuelles *lisez* résistances en raison des vitesses actuelles.

Pag. 117. *lig.* 1. qu'en faisant *lisez* ensorte qu'en faisant

Pag. 343. *lig.* 26. au lieu de n^6 lisez n^8.

Pag. 344. *lig.* 12. au lieu de a^4 lisez n^4.

Pag. 362. *lig.* 5. au lieu de $21a^2$ lisez $21a^3$.





